

5. EQUILIBRIO E SIMMETRIA

Lezione 5.1

Finalità : Introduzione al concetto di equilibrio e relazione con il concetto di simmetria

Attività dell'insegnante

L'insegnante in questa fase guida i ragazzi alla definizione del concetto di *equilibrio*. Più precisamente l'insegnante conduce gli alunni a definire le condizioni in cui si può affermare che un corpo (corpo rigido) è in equilibrio.

Attività degli alunni

Gli alunni, a partire dall'osservazione, esplicitano prima in un linguaggio comune e successivamente in un linguaggio più specifico le condizioni di equilibrio di un corpo.

Risorse, strumenti

Immagini proposte dall'insegnante, lavagna, asticella leggera, filo, cartoncini, forbici.

Osserviamo le seguenti immagini (o disegni):

Si propongono immagini che mettono in evidenza la relazione fra simmetria ed equilibrio (tiro alla fune, bambino che sorregge alcuni libri, asta rigida, bilancia a bracci uguali, equilibrista,...)

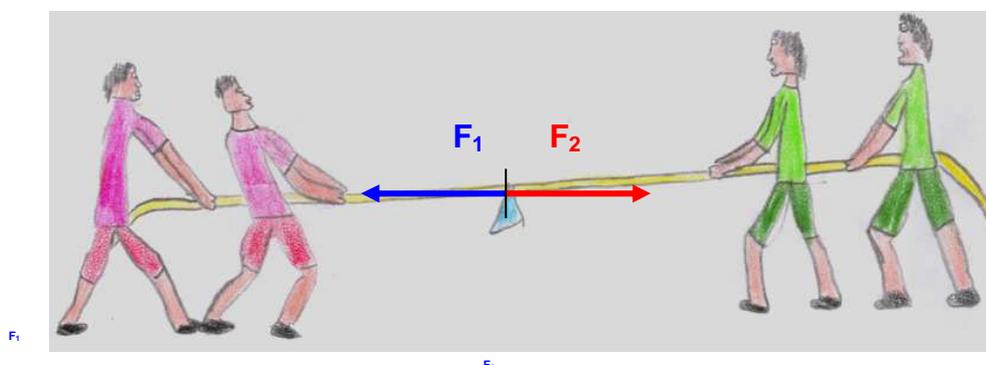
*Quando possiamo dire che siamo in una situazione di equilibrio?
Quando possiamo dire che un corpo è in equilibrio?*

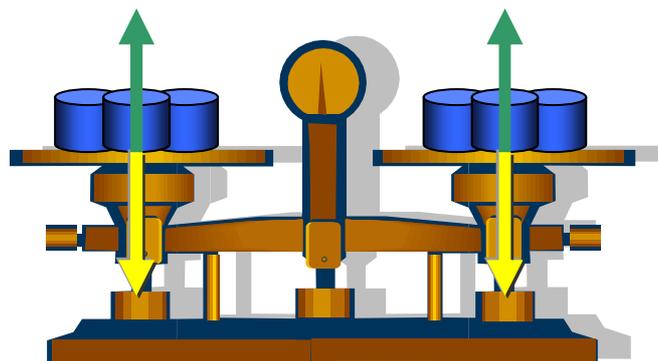
I ragazzi faranno le prime osservazioni:

"Nel tiro alla fune se le squadre tirano con la stessa forza il punto centrale non si muove!"

"La bilancia è in equilibrio se mettiamo sui piatti masse uguali"

"Il bambino riesce a sorreggere la pila di libri fino a che ha la forza di reggerne il peso"





Sulle stesse immagini si rappresenteranno le forze come vettori, mettendo in evidenza che nella **condizione di equilibrio la risultante delle forze è nulla**: le forze “si equilibrano”.

Emerge la relazione con il concetto di simmetria.

Osserviamo altre immagini: corpi che tendono a ruotare

Si può costruire per esempio la composizione schematizzata nella figura seguente:

1. Leghiamo un filo nel punto centrale di un'asticella leggera graduata.
2. All'estremo sinistro dell'asta leghiamo un oggetto di massa m , che può essere per esempio un cartoncino.
3. All'estremo opposto leghiamo un oggetto di uguale massa, m , per esempio un cartoncino uguale al primo.
4. Teniamo l'asta sospesa mediante il filo legato *nel suo punto centrale*: l'asta risulterà in equilibrio (vedi figura a).

5. Ora ad uno degli estremi attacchiamo un secondo cartoncino, sempre uguale al primo (vedi figura b).
6. Osserviamo che, per far in modo che l'asticella sia in equilibrio, dobbiamo spostare il punto di sospensione, cioè dobbiamo spostare la posizione del filo mediante il quale teniamo sospesa l'asticella.

Dove sarà ora il punto di sospensione?

7. Attacchiamo ora altri cartoncini , uguali tra loro, agli estremi dell'asticella. Ricerchiamo per ogni situazione la condizione di equilibrio spostando di volta in volta il punto di sospensione, e compiliamo la seguente tabella

Asticella in equilibrio

Numero cartoncini di massa m all'estremo sinistro n_1	Distanza estremo sinistro dal punto di sospensione d_1	Numero cartoncini di massa m all'estremo destro n_2	Distanza estremo destro dal punto di sospensione d_2

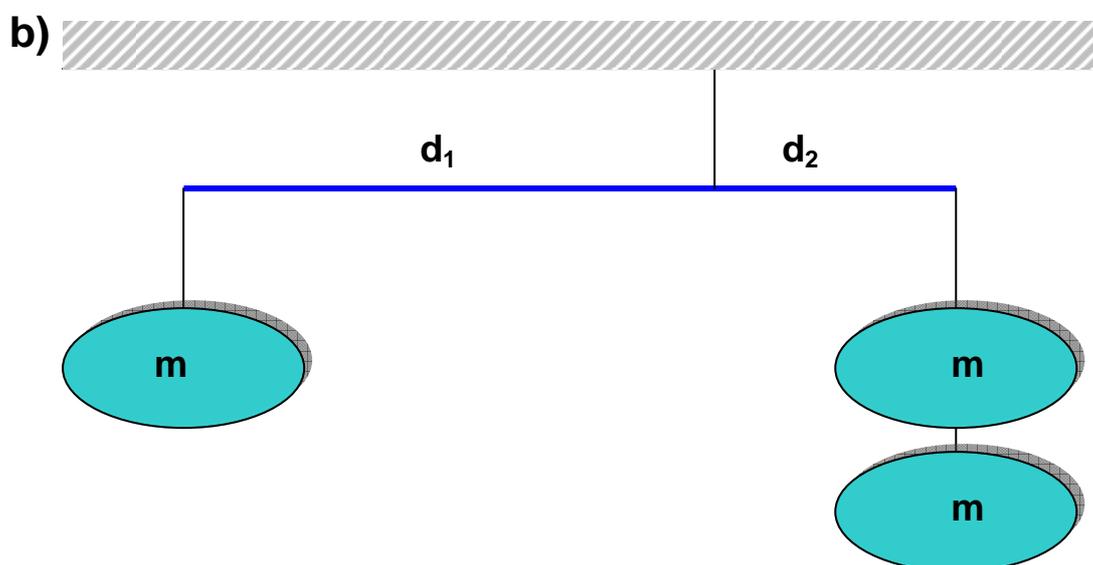
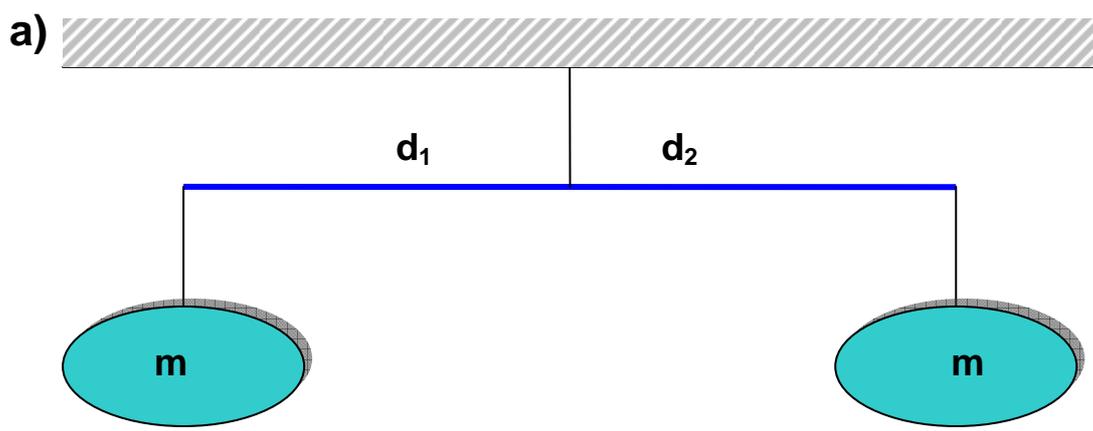
Attraverso l'osservazione dei risultati scopriremo che la condizione di equilibrio è esprimibile attraverso la relazione

$$n_1 d_1 = n_2 d_2$$

Anche in questo caso faremo notare la simmetria, che non si manifesta tanto attraverso l'osservazione visiva del sistema in equilibrio, quanto piuttosto dall'esplicitare le condizioni di equilibrio attraverso una *relazione matematica*.

Nota per l'insegnante: Vanno sottolineate a questo punto *l'importanza e l'efficacia del linguaggio matematico* per esprimere i processi di astrazione richiesti dalla fisica. Lo sviluppo di capacità di formalizzazione e astrazione rappresenta del resto uno degli obiettivi principali dell'insegnamento scientifico.

In generale, le leggi della fisica si riferiscono a sistemi 'ideali' o comunque 'schematizzati'. In questo senso, come già discusso, il fenomeno o l'oggetto 'concreti' sono trattati fisicamente attraverso 'modelli'. Il passaggio ad una formalizzazione matematica del concetto fisico ha portato spesso alla comprensione più profonda del fenomeno stesso. Talvolta i modelli di diversi sistemi fisici possono presentare profonde analogie 'formali', in quanto si basano sulle stesse strutture matematiche. Una stretta connessione tra la matematica e la fisica può permettere di individuare e sfruttare queste analogie.



*Nota: non si ritiene opportuno a questo livello specificare la definizione di **momento torcente** (o **momento di una forza**) a livello di linguaggio. Ci si può limitare all'osservazione di ciò che accade in situazioni facilmente riproducibili nell'esperienza quotidiana.*

Attraverso le osservazioni precedenti si porteranno i ragazzi alla seguente definizione di condizione di equilibrio:

diremo che un corpo rigido inizialmente fermo è in equilibrio se non tende a spostarsi e non tende a ruotare.

Lezione 5.2

Finalità : Introduzione al concetto di baricentro e definizione di equilibrio stabile, instabile e indifferente

Attività operativa : Costruzione di oggetti che stanno in equilibrio

Risorse, strumenti: cartoncino, forbici, spago, un piccolo peso, matita e righello

Attività dell'insegnante : attraverso l'attività di costruzione di oggetti che stanno in equilibrio in determinate condizioni, guida gli alunni alla comprensione dei concetti di baricentro, equilibrio stabile, instabile e indifferente.

Attività degli alunni: gli alunni eseguono le attività operative sotto la guida dell'insegnante. Esplicitano poi verbalmente, in un linguaggio comune e successivamente più specifico i concetti relativi all'equilibrio.

Abbiamo visto che conoscere solamente il valore del peso (della forza-peso) non è sufficiente per stabilire se un oggetto (appoggiato o sospeso) si trova in equilibrio o meno. Due corpi rigidi con lo stesso peso, ma con forme diverse, in generale non sono sottoposti alle stesse condizioni di equilibrio.

In linea di principio, per sapere come mantenere in equilibrio un corpo rigido è necessario conoscere la sua forma che, però, spesso è molto complicata.

In realtà si scopre che per ogni corpo rigido si può definire un punto, detto *centro di gravità* o *baricentro*, in cui, per quanto riguarda la determinazione delle condizioni di equilibrio, è possibile considerare concentrato tutto il peso dell'oggetto.

Si può affrontare questo nuovo concetto con una facile attività operativa.

SE SI TRATTA DI UNA FIGURA IRREGOLARE, COME SI TROVA IL BARICENTRO?

Materiali occorrenti: cartoncino, forbici, spago, un piccolo peso, matita e righello.

Costruiamo con il cartoncino una figura irregolare e proviamo a mantenerla in equilibrio su di un dito, come nel disegno seguente:



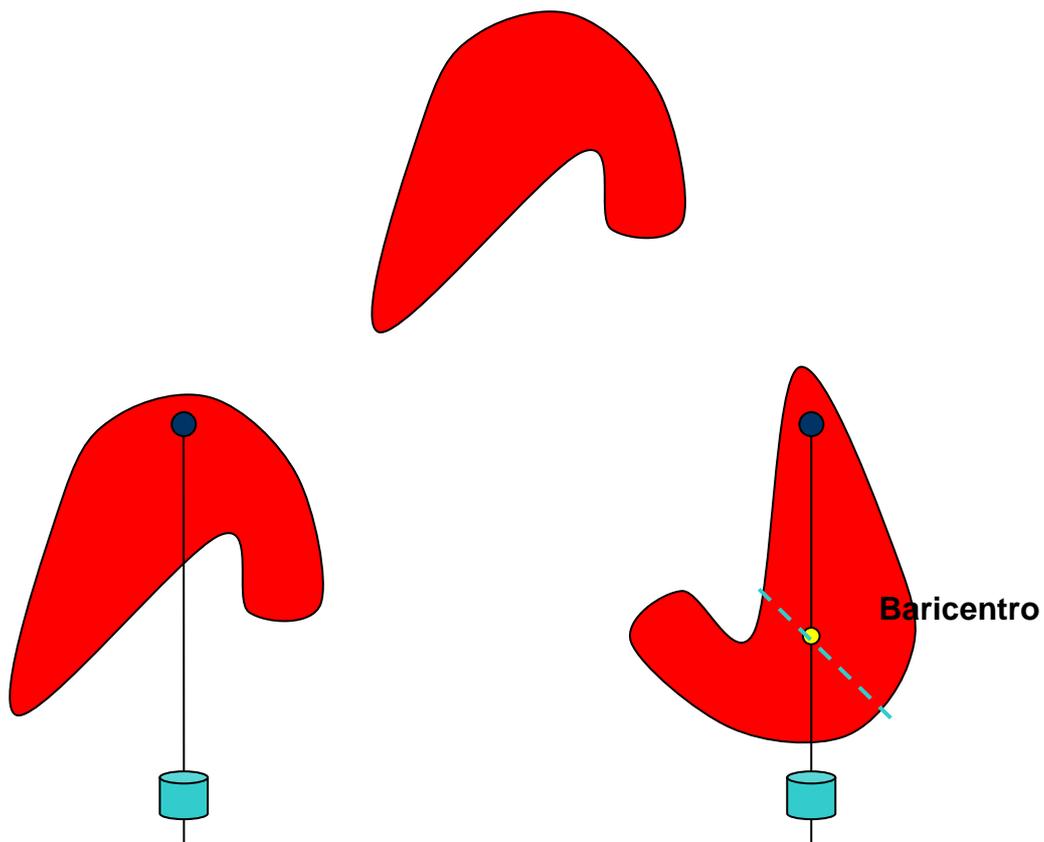
Come facciamo ad individuare il punto esatto del cartoncino in cui dobbiamo puntare il dito affinché il cartoncino stesso rimanga in equilibrio?

Definiremo allora questo punto, detto **centro di gravità o baricentro**, in cui, per quanto riguarda la determinazione delle condizioni di equilibrio, è possibile considerare concentrato tutto il peso dell'oggetto

Proviamo ora a trovare questo punto sul nostro cartoncino di forma geometrica irregolare :

Procedimento

- 1) Appendiamo al muro con un chiodo il cartoncino di forma geometrica irregolare.
- 2) Leghiamo uno spago al chiodo; all'estremità opposta leghiamo il peso ottenendo un filo a piombo.
- 3) Lasciamo oscillare il cartoncino sospeso al chiodo finché non si ferma.
- 4) Il filo a piombo segna la linea verticale dal punto di sospensione: tracciamolo con la matita sul cartoncino.
- 5) Facciamo un foro in un altro punto del cartoncino e ripetiamo i punti 4 e 5. Le due linee disegnate si incontrano in un punto: **il baricentro**.



Come prova, foriamo il cartoncino in quel punto e appendiamolo al chiodo: il cartoncino rimarrà in equilibrio in qualsiasi posizione lo giriamo

Osservazione. Non è detto che il baricentro di un corpo rigido sia un punto del corpo stesso. Per esempio, se consideriamo una ciambella il suo baricentro è nel suo centro, dove non c'è materia.

Ora che abbiamo introdotto il concetto di baricentro individuiamo i diversi tipi di equilibrio.

In effetti l'equilibrio di un corpo può essere di tre tipi: **stabile**, **instabile** e **indifferente**.

Vediamo di cosa si tratta. Consideriamo un quadro appeso alla parete: esso è in equilibrio (non può cadere perché il chiodo glielo impedisce, in quanto vincolo del quadro) e non ruota, anche se la parete è molto liscia e quindi priva di attrito. Se spostiamo leggermente il quadro da questa posizione, esso tende a ritornarvi (ovvero, spostato il corpo dalla posizione di equilibrio in un'altra posizione vicina, il momento risultante delle forze esterne tende a riportarlo nella stessa posizione di equilibrio). Allora quando un sistema in equilibrio si comporta in questo modo diciamo che tale equilibrio è **stabile**.

Potremmo anche ruotare il quadro verso l'alto, mettendolo a testa in giù sopra il chiodo, e con un po' di fatica riusciremmo a trovare una posizione di equilibrio. Ma appena esso si sposta anche di pochissimo da quella posizione comincia a ruotare attorno al chiodo fino a riportarsi nella posizione di equilibrio di prima. Allora quando accade una situazione di questo tipo si dice che l'equilibrio è **instabile**.

Infine potremmo appendere il quadro proprio nel suo baricentro: in questo caso esso manterrebbe qualunque inclinazione data. Se, partendo dall'equilibrio, lo spostassimo leggermente, esso non tenderebbe né a ritornare sulla posizione di partenza, né a ruotare verso un'altra situazione di equilibrio, ma manterrebbe semplicemente la nuova posizione. Allora quando ciò accade si dice che l'equilibrio è **indifferente**.

Come regola generale allora possiamo affermare che,
per un corpo pesante, l'equilibrio è **stabile**, **instabile** e **indifferente** se un piccolo spostamento dalla posizione di equilibrio tende rispettivamente ad **innalzare** o **abbassare** o **lasciare il baricentro alla stessa altezza**.



equilibrio stabile



equilibrio indifferente



equilibrio instabile

In applicazione di quanto appreso sopra, si può assegnare ai ragazzi la seguente ricerca per casa: portare a scuola il bicchiere più stabile e quello meno stabile che essi possono individuare nelle loro cucine.

Lezione 5.3

Finalità : Concetto di baricentro – Baricentro di figure regolari e relazione con centro di simmetria – Base d'appoggio

Attività dell'insegnante : attraverso osservazioni guidate di oggetti presi dall'esperienza quotidiana l'insegnante farà di volta in volta individuare la posizione del rispettivo baricentro. Porterà poi i ragazzi a considerare figure geometriche regolari e ad individuare in questo caso la posizione del baricentro fino a giungere alla conclusione che essa coincide con il centro di simmetria.

Per quanto riguarda oggetti appoggiati definirà cosa si intende per base d'appoggio e attraverso osservazioni pratiche definirà la condizione di equilibrio di un corpo rigido appoggiato relativamente alla sua base d'appoggio.

Propone semplici costruzioni come attività operative per consolidare i concetti appresi.

Attività degli alunni: i ragazzi faranno osservazioni su oggetti di uso quotidiano; faranno costruzioni con riga e compasso; individueranno la posizione del baricentro nel caso di figure geometriche regolari.

Sperimenteranno l'equilibrio di corpi rigidi relativamente alla loro base d'appoggio (equilibrio del proprio corpo su un solo piede, pila di libri, ecc.).

Eseguiranno attività operative sotto la guida dell'insegnante

Risorse, strumenti: riga, squadra, compasso, lavagna.

Partiamo sempre dall'osservazione di oggetti presenti nell'esperienza quotidiana: il baricentro di una scala coincide con il suo punto medio, vicino al quale viene spontaneo mettere la spalla durante il trasporto; il baricentro di un coltello, invece, non sta nel punto medio, ma è spostato verso l'impugnatura, che il più delle volte pesa di più della lama.

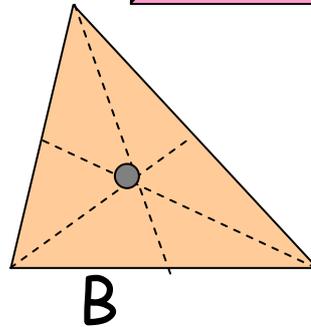
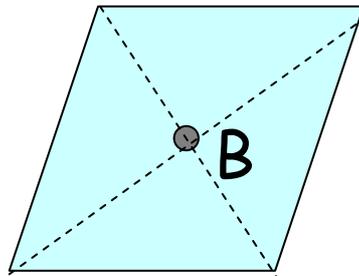
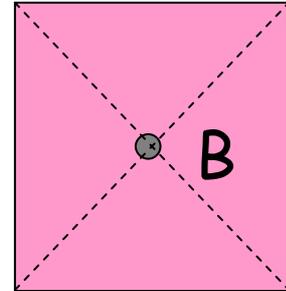
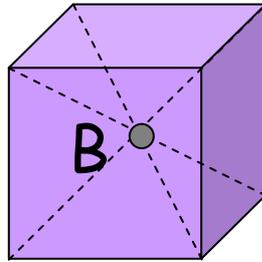
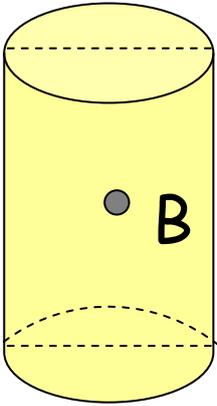
E se un oggetto ha forma geometrica regolare?

Da quanto detto e sperimentato finora i ragazzi facilmente giungeranno alla conclusione che

<p>in tutti i corpi aventi un centro di simmetria, il baricentro coincide con il centro di simmetria.</p>
--

Così il baricentro di una sfera omogenea è il suo centro, quello di un cubo è l'intersezione delle diagonali. Analogamente il baricentro di un corpo laminare a forma di cerchio, o di rettangolo, o di rombo, oppure di triangolo equilatero è rispettivamente il centro del cerchio, l'intersezione delle diagonali e l'intersezione delle mediane.

Si potrà a questo collegare lo studio della geometria anche con l'ausilio del software didattico Cabri per costruire figure geometriche regolari e individuarne il baricentro.



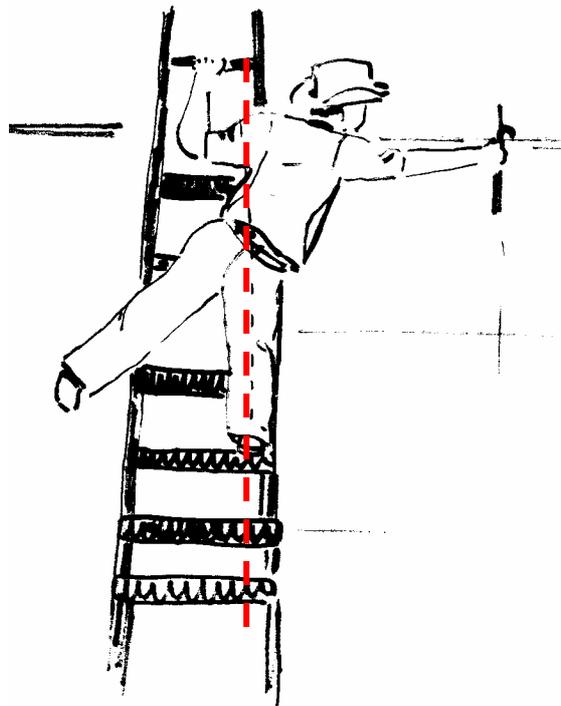
Baricentro e base d'appoggio

Anche noi cerchiamo di stare in equilibrio in modo da affaticare il meno possibile i nostri muscoli.

Ma perché è più facile stare in equilibrio con tutti e due i piedi ben appoggiati a terra?

Prova a stare su un piede solo: mettili davanti ad uno specchio, cosa fai istintivamente?

Quando stiamo in piedi in posizione normale, i nostri piedi formano una base d'appoggio e il nostro baricentro si trova sopra a un punto che approssimativamente è in mezzo ai nostri piedi. Se alziamo il piede destro da terra, senza cambiare posizione, iniziamo a perdere l'equilibrio e ci rovesciamo. La spiegazione sta nel fatto che il nostro baricentro non è più sopra la base d'appoggio, che ora è il piede sinistro. Per riottenere l'equilibrio dobbiamo piegarci leggermente verso sinistra, in modo che la posizione del baricentro sia sopra il piede. Questo principio è valido per qualsiasi oggetto, da un acrobata, ad una roccia, alla pila di libri sulla scrivania ecc.



Anche se forse il suo comportamento è basato più sull'esperienza che sulla conoscenza fisica, l'uomo sulla scala sa cosa deve fare per evitare di cadere. Allungando la gamba all'indietro mentre si inclina in avanti, mantiene il baricentro posizionato sopra il piede che lo sostiene.

Le seguenti costruzioni sono proposte per consolidare i concetti finora esposti:

Costruzione “La bambolina sempre in piedi”

Materiali: un contenitore di plastica oblungo con una base tondeggiante (che può simulare una “bambola”), facile da aprire e chiudere un po’ di mastice o altro oggetto pesante da usare come zavorra.

Esecuzione: Aprire il contenitore, fissare la zavorra alla sua base e richiuderlo.

Se si inclina la “bambola” con la zavorra nella base, essa non cadrà, ma, quando la si lascia andare, tornerà alla posizione verticale, dopo aver oscillato per un po’. Se la si inclina quando è vuota, si rovescerà e rimarrà distesa sul lato più lungo. La stessa cosa accadrebbe alla bambola con la zavorra, se le si mettesse sopra una “testa” pesante!

Analizziamo la fisica per spiegare questo fenomeno.



Il peso \vec{W} è diretto verso il basso ed è bilanciato dalla reazione \vec{R} diretta verso l’alto del piano di supporto.

Possiamo immaginare il peso concentrato in un punto b chiamato *baricentro*.

Quando incliniamo la “bambola” con la zavorra nella sua base, la forza di gravità tende a riportarla in posizione verticale perché questa è la “posizione stabile” rispetto al punto di supporto **a, la base d’ appoggio**.

La bambola oscilla finché raggiunge la posizione di equilibrio.

Questo esperimento intende mettere in evidenza che un corpo rigido può essere sempre immaginato come un insieme di volumetti, ognuno con un proprio peso, che occupano posizioni fisse gli uni rispetto agli altri. La somma vettoriale di tutti questi pesi parziali fornisce il peso del corpo.

Allora possiamo giungere alla seguente definizione:

il centro di gravità o baricentro del corpo rigido è
il punto di applicazione della forza–peso del corpo,
cioè il centro delle numerose forze parallele e concordi relative ai pesi dei volumetti
in cui immaginiamo di scomporre il corpo rigido.

Costruiamo altri oggetti che stanno in equilibrio: costruzione di oggetti che stanno in equilibrio su di un filo

Materiali: un pupazzetto leggero di cartoncino o di stoffa, una piccola patata, due forchette, una corda o uno spago, alcuni spilli

Esecuzione: disegnare un pupazzetto su un cartoncino e ritagiarlo. Legare la corda ben tesa fra due maniglie di porta o fra due altri oggetti solidi.

Fissare con gli spilli il pupazzetto in piedi alla patata. Infilzare le due forchette nella patata indirizzandole verso il basso e tenendole leggermente aperte verso l'esterno.

Con delicatezza posare la patata sulla corda e cercare di far rimanere in equilibrio il pupazzo. Provare anche a mettere il pupazzo in equilibrio su una matita o su un altro oggetto appuntito.

I ragazzi saranno condotti ad osservare che l'equilibrio del pupazzo è merito delle due forchette. Infatti il modo in cui sono infilate nella patata bilanciano il pupazzetto e si controllano a vicenda. Se il pupazzetto si sbilancia verso destra, la forchetta di sinistra contribuisce a "tirarlo" dalla parte giusta e a non farlo cadere. Viceversa se il pupazzetto sta cadendo verso sinistra, è la forchetta di destra che contribuisce a "salvarlo".

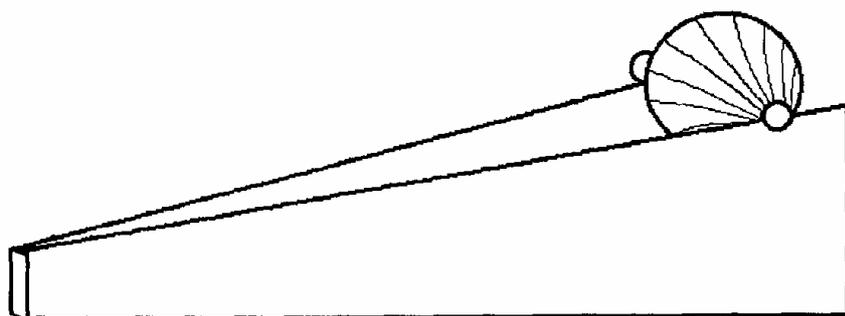
Con un linguaggio più scientifico diremo che le due forchette spostano il baricentro del pupazzo al di sotto del punto di appoggio (che nel nostro caso è il punto di contatto fra la patata e la corda).

Ogni situazione in cui il baricentro è al di sotto del punto di appoggio, è una situazione tendenzialmente stabile.



Altri esempi interessanti si possono trovare presso negozi di giocattoli didattici: il “Doppio cono e il cilindro che *salgono* lungo un piano”.

È chiaro che siamo di fronte ad un paradosso. Il “trucco” è da ricercarsi sempre nella posizione del baricentro, che in entrambi i casi abbassa la sua posizione, e dunque rispetta la regola enunciata nella premessa. Nel caso del cilindro, si ha a che fare con un oggetto non omogeneo: il baricentro non si trova nel centro geometrico, ma spostato vicino ad un bordo del cilindro: mettendo il corpo nella posizione opportuna, con il baricentro in alto (ma non troppo!), si osserva che il baricentro si abbassa solo se il cilindro “sale” lungo il piano inclinato, e questo avviene proprio perché il baricentro si abbassa.



Il doppio cono è un solido omogeneo, che in realtà discende il piano di appoggio, perché l'invasatura determinata dalle guide divergenti diviene sempre più ampia a partire dal vertice e i punti di appoggio del doppio cono che indicano la linea ove è collocato il baricentro, si abbassano.

PROPOSTE PER UNA PROVA DI VERIFICA

Per ogni domanda seleziona la (o le) risposte corrette:

Perché l'equilibrista non cade?

- A Perché sostiene l'asta rossa.
- B Perché sostiene un'asta con due "pesi" laterali uguali, che si trovano più in basso del filo.
- C Perché sostiene un'asta con due "pesi" laterali uguali.
- D Grazie all'asta con i due "pesi" laterali uguali, che si trovano più in basso del filo, il baricentro si abbassa al di sotto del punto di appoggio (sulla "verticale") e l'orsetto si trova nella condizione di equilibrio stabile.

Il baricentro di una figura costituita di materiale omogeneo

- A coincide con il suo centro di simmetria sempre
- B coincide con il suo centro di simmetria per le figure con simmetria centrale
- C coincide con il centro di gravità

Attaccando del pongo su un cerchio in posizione eccentrica cosa accade al suo baricentro?

- A Niente, rimane nel centro.
- B Il baricentro non coincide più con il centro del cerchio, ma si sposta verso la zona ove abbiamo messo il pongo.

Un oggetto appeso ad un chiodo fissato al muro è in equilibrio instabile se

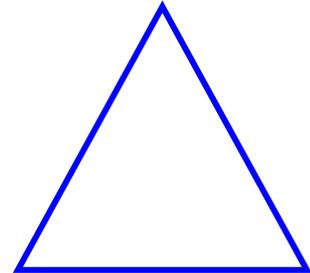
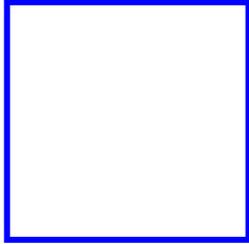
- A Il suo baricentro si trova sotto il chiodo.
- B Il suo baricentro si trova sopra il punto di sospensione sulla verticale passante per il chiodo.
- C Il suo baricentro coincide con il punto di sospensione.
- D Il suo baricentro si trova sopra il chiodo.

Ti trovi su un autobus in corsa e purtroppo per te non hai trovato posto a sedere. La strada è tortuosa e l'autobus, in ritardo, la percorre a tutta velocità. Nonostante tu riesca a tenerti con le mani agli appositi supporti, rischi di cadere: come fai a migliorare la tua condizione di equilibrio?

- A Tengo i piedi uno accanto all'altro.
- B Allargo le gambe.

Rispondi alle seguenti domande:

1. Il baricentro di un oggetto o di un corpo, si trova sempre al suo interno?
2. Cambia il baricentro se sposto un oggetto?
3. Come giustifichi il comportamento insolito della bambola che non cade?
4. Come giustifichi che l'equilibrista riesce a stare sul filo?
5. Quale informazione ci fornisce il filo a piombo?
6. Perché, nonostante la forte pendenza, la Torre di Pisa non è mai caduta?
7. In che modo individueresti il baricentro nelle seguenti figure omogenee?



Note per l'Insegnante

1. Parlando di equilibrio statico, frequentemente si trova nei libri di testo l'esempio della torre di Pisa, ma come sottolinea *Paolo Violino (Sull'opportunità di insegnare cose false, La fisica nella scuola, XVI n. 3, luglio-settembre 1983)* “*la torre di Pisa non è assimilabile ad un corpo rigido, almeno non quando se ne considera il possibile crollo (da notare che e « crollare » è ben diverso da « cadere ») e perché essa non è appoggiata sul terreno, ma vi è piantata solidamente... Capisco che per un problema di statica in cui si parla di corpi che possono cadere, citare la torre di Pisa può essere allettante. E certo è meno squallido di quel libro di testo che diceva che “nell'uomo il baricentro si trova nell'osso sacro”. Ma in qualche caso occorre anche saper rinunciare alle cose allettanti: perché non fare l'esempio di quanto dev'essere inclinato il piano di appoggio (in gomma dura) di un modellino in alabastro della torre di Pisa perché questo cada? È meno stimolante ma più realistico.... Così facendo c'è — fra l'altro — speranza che gli alunni si rendano conto del senso delle schematizzazioni, di perché si fanno e perché si fanno proprio così e non altrimenti, di quali sono le basi sperimentali e teoriche per le leggi che via via impara ad utilizzare, e quindi dei loro limiti. In difetto di questo, purtroppo, quasi tutto è falso, nel sistema di riferimento del ragazzo”.*
2. *Nel costruire un percorso didattico che tratti fenomeni fisici abbastanza comuni e semplici, adatti all'età cui ci si riferisce, e che siano legati al concetto di simmetria l'idea di seguire il filo dei fenomeni di equilibrio appare effettivamente molto ragionevole. La prima cosa che viene in mente è l'equilibrio statico nel campo gravitazionale (corpi appoggiati, leve, baricentri ecc) in cui è possibile calcolare grandezze aventi uguali valori assoluti (forza peso e reazione del vincolo, momenti torcenti ..). Ma continuando nella ricerca di interazioni caratterizzate dal raggiungimento di equilibri e da grandezze aventi uguali valori, anche i fenomeni di un corpo caldo che si raffredda e di un corpo freddo che si riscalda nell'ambiente sono caratterizzati dall'esistenza di scambi termici che, raggiunto l'equilibrio, non s'interrompono ma diventano solo di uguale entità. La simmetria, poi, si ritrova in qualsiasi questione che implichi la terza legge della dinamica. In un urto elastico, ad esempio, oppure in un'interazione "esplosiva" (p.es. sganciamento di una molla) in cui due carrelli si separano: se le masse sono uguali la simmetria appare evidente. Se sono diverse si deve introdurre la quantità di moto: forse è un po' presto per farlo. Con queste poche considerazioni preme sottolineare che il concetto di simmetria in fisica si può ritrovare in molti fenomeni, anzi (ed è un punto di vista che potrà proporsi per studi a livello superiore) proprio i concetti di simmetria e di equilibrio hanno un ruolo fondamentale per la comprensione profonda dei principi generali della fisica..*