La voce enciclopedica *Didattica della matematica* di Severi [1]

Nel 1908, al IV Congresso internazionale dei matematici tenutosi a Roma, fu deliberata la costituzione di una Commissione internazionale per indagare le condizioni dell'insegnamento matematico nei vari paesi. La Commissione lavorò alacremente fino al 1914 e consegnò i risultati delle proprie indagini in volumi molto interessanti, ma troppo analitici. Mancò il tempo per la sintesi, chè il lavoro fu interrotto bruscamente dalla guerra. Tuttavia da quei volumi si può trarre, con un po’ di pazienza, questo succo: in nessun paese, neanche in quelli dove la critica dei fondamenti aveva fiorito (come in Germania) si era mai giunti al punto in cui eravamo in Italia; e gli atteggiamenti più rigoristici (p. es. in Francia, nei paesi di razza tedesca e presso gli anglo-sassoni) non avevan mai condotto al di là del tipo di ordinamento logico determinato dagli Elementi di Euclide.
Una delle più difficili teorie dell’algebra elementare, che è quella dei numeri reali, non si trattava in modo completo in nessun luogo, salvo che in Italia; dovunque ci si limitava ai pochi cenni necessari per le applicazioni. Dovunque era viva la preoccupazione di non badare ad esclusivismi di metodo, pur di riuscire a portare nell’insegnamento medio i rudimenti essenziali della moderna matematica, che occorrono oggi nelle più varie direzioni del sapere; non soltanto al fisico e all’ingegnere, ma anche al chimico, all’economista e al biologo.
La guerra segnò fatalmente un tempo d’arresto. La recente riforma della scuola trovò pertanto condizioni pressoché immutate, ed essa, pur con i difetti dipendenti in gran parte da troppo stretti vincoli finanziari, qualcosa di buono compie e sta compiendo. Soprattutto perciò: che coll’anticipare l’inizio dello studio razionale della matematica ci costringe a sgombrare la mente da eccessive fisime rigoristiche. Se difficilissimo è infatti interessare a sviluppi pienamente logici alunni dai 15 o 16 anni in su, impossibile diventa quando trattasi di ragazzetti di età inferiore. Oltre a questo, distendendosi in un maggior numero di anni l’insegnamento razionale, esso ha tempo di filtrare con lentezza attraverso i cervelli degli scolari e di lasciarvi qualche maggiore e più duraturo sedimento.
E voglio notare atresì che l’abolizione dell’aritmetica razionale (e in particolare della difficile teoria dei numeri primi) in tutte le scuole secondarie salvo che nel liceo scientifico dove si inizia una certa specializzazione, e quanto mai opportuna. E’ inutile infatti insegnare quel che l’esperienza ha dimostrato eccedere la capacità media degli scolari di quell’età.
Infine l’abbinamento della matematica colla fisica – comunque si voglia giudicarne l’opportunità dal punto di vista del carico degl’insegnanti dell’inadeguata preparazione di molti già anziani – induce il docente a ravvivare il proprio insegnamento mediante un continuo e fecondo contratto col mondo reale.
Le delineate molteplici cagioni di spinta ad un serio rinnovamento dei criteri didattici sono per ora attenuate dalle resistenze opposte da tradizioni lungamente imperanti e dalla lentezza di trasformazione dei testi scolastici. Molti di questi si limitano invero a sfrondamenti e adattamenti di testi concepiti secondo i vecchi programmi: il che spesso risolversi in una concessione dannosa alla chiarezza. Pochissimi sono i trattati posteriori alla riforma, che s’ispirino alle esigenze nuove. Le quali, è opportuno dichiararlo, debbon d'altronde affermarsi colla gradualità necessaria, per non turbare improvvisamente un organismo delicato come la scuola.

---

[1] Francesco Severi, *Didattica della matematica,* in Pedagogia. *Enciclopedie delle enciclopedie*, Roma, Formiggini, s. d., pp. 362-370.

Vi sono p. es. nel nuovo indirizzo un testo di geometria del Rosati e del Benedetti, uno di algebra del Bagnera ed uno di geometria del Severi.
Nell'algebra le difficoltà didattiche son minori che nella geometria, perché la prima è più formale, la seconda più concettuale. I ragazzi delle scuole medie inferiori imparano presto il meccanismo algebrico e lo sanno applicare con disinvoltura. E' stato perciò opportuno l'aver anticipato lo studio dell'algebra, la quale si può capir benissimo anche senza conoscere lo sviluppo *razionale* dell'aritmetica, come si può imparare a scriver la musica senza saper comporre.
Tuttavia anche nell'algebra bisogna guardarsi dagli eccessi del formalismo e dell'astrattezza. L'algebra, studiata dopo l'aritmetica pratica, esige garbo pedagogico nel trapasso dai numeri alle lettere che li simboleggiano. Occorre cominciare ad illustrare le leggi algebriche sui numeri, cercando di far penetrare gradualmente la convinzione del carattere generale delle deduzioni; e di far nascere da ciò spontaneo il bisogno di astrarre dai valori particolari dei numeri su cui si ragiona. Così si è portati, quasi per necessità, ad usare le lettere.
La teoria dei numeri reali, che, come ho detto, costituisce una delle maggiori difficoltà, si deve costruire dal punto di vista geometrico. Il numero reale è storicamente nato come rapporto di due grandezze e da siffatto concetto convien prendere le mosse, perché la genesi storica delle idee è quella che, nella maggior parte dei casi, risponde alle necessità pedagogiche. L'intelletto individuale tende invero a ripercorrere il medesimo cammino che l'umanità ha seguito nella faticosa conquista del vero. Con questa sola differenza: che la marcia è resa infinitamente più agevole dall'addestramento atavico e dell'eliminazione di inutili deviazioni e di inutili sforzi, resa possibile dal progresso della scienza.
Nella geometria occorre tornar subito e francamente al movimento, base naturale dell'uguaglianza geometrica. E tornarvi non colla pretesa di giustificare il movimento colla geometria, ma questa con quello. L'ordinamento che ne deriva è impeccabilmente razionale, ma la veste è intuitiva. Ed è soltanto così che gli scolari posson educarsi a poco a poco ad apprezzare la coordinazione razionale dei fatti, che è lo scopo principale a cui, nella scuola media, deve tendere l'insegnamento della matematica, non tanto come elemento tecnico, quanto come indispensabile elemento integratore di cultura generale.
Un uso sistematico del movimento semplifica inoltre molte dimostrazioni e permette perciò quell'economia di tempo che occorre per spinger l'insegnamento un po' più in là, verso quegli argomenti di moderna matematica, cui sopra accennavo.
E' necessario poi di eliminare, per quanto è possibile, i postulati che, nella loro rigida formulazione, sono estrapolazioni dall'esperienza. Alludo p. es. al postulato delle parallele. Intanto la definizione euclidea di parallele (rette complanari che non s'incontrano) presuppone una concezione integrale del piano, mentre l'alunno ha sempre praticamente da fare con un pezzo di piano (foglio di carta). La geometria che gli insegniamo, non soltanto nelle conseguenze, ma anche, e vorrei dir di più, nelle premesse, deve sempre essere realizzabile in un disegno. Ma, nei riguardi del postulato delle parallele, deve aggiungersi che, sia nella primitiva forma euclidea, sia enunciato (come fanno quasi tutti i trattatisti) affermando l'esistenza e l'unicità della parallela da un punto a una retta, trascende i limiti d'immediate verifiche sperimentali. Bisogna cioè sviluppare prima la teoria per dedurne conseguenze controllabili sperimentalmente, le quali costituiscano un'*indiretta* verifica del postulato! Prima di Euclide, e dei geometri greci venuti quasi immediatamente dopo, due parallele si consideravano come rette equidistanti. Nel che è implicito il postulato (controllabile direttamente coll'esperienza) che, in un piano, il luogo dei punti equidistanti da una retta, da una parte di questa, è ancora una retta. E' difficile immaginare definizione e postulato più spontanei. Essi non richiedono affatto di compier lo sforzo di figurarsi le rette indefinitamente prolungate. Bastano pezzetti di rette. Ebbene, tanto si è abituati, per l'indirizzo che ha dominato durante decenni, ad adagiarsi più volentieri su quel che soddisfa la logica, anziché logica ed intuizione

insieme, che non mancano insegnanti valenti, i quali accettano con riluttanza una teoria delle parallele poggiata su quella definizione. La quale offre altresì il vantaggio di far rientrare le parallele nella via maestra e semplificatrice del movimento, in quanto esse si presentano come le traiettorie di punti trascinati in un medesimo moto traslatorio.
Altro delicato argomento che ha bisogno d'esser ravvivato dall'intuizione fisica, semplificandone la trattazione con un più spregiudicato uso della misura delle grandezze, è quello dell'estensione o equivalenza delle figure (linee, superficie, solidi). L'osservazione empirica fornisce invero subito, sotto la più generale accezione, il concetto di equivalenza, sia ch'esso derivi dal confronto delle lunghezze di fili flessibili o delle estensioni di superficie omogenee, raffrontate pesandole, secondo il brillante esempio di Archimede; o dei volumi dei solidi, immaginati cavi e paragonati in base alla quantità di liquido di cui son capaci. Le trattazioni correnti, che dissimulano queste nozioni di senso comune, son didatticamente infelici.
Spero, senza dilungarmi in particolari, di avere, attraverso ai punti salienti toccati, data una chiara idea di che cosa intendo quando affermo che *bisogna ricondurre l'insegnamento medio della matematica verso le sue origini pratiche e intuitive; e ricondurvelo, non già soltanto per ragioni pratiche (che nella scuola media non potrebbero aver peso prevalente), ma soprattutto pel fine stesso formativo che gli studi secondari si propongono.*
Desidero però di aggiunger che non si vuole affatto con questo arrivare a quell'estremo a cui si è giunti o si tende presso altre Nazioni: di trasformare cioè l'insegnamento della matematica in una mescolanza indistinta di osservazioni empiriche, d'intuizione e di raziocinio. Il pensiero italiano ha un suo abito, al quale non possiamo e non dobbiamo rinunciare. Noi aspiriamo a vedere in ogni questione gli elementi essenziali, per giudicar meglio, con semplicità ed equilibrio. Desideriamo l'analisi per giunger più sicuri alla sintesi armonica. Non ci piacciono perciò né le analisi troppo minute né le sintesi troppo nebulose. Se il carattere fondamentale del nostro spirito non fosse questo, né Dante, né Leonardo, né Galileo, né la Rinascenza sarebbero nostri.
Dobbiamo coltivare nell'intelletto dell'alunno questa tendenza. Il che non significa porre in mostra, fin dal principio, tutta l'orditura logica, in quello che ha di meno attraente per chi comincia; chè anzi tanto meglio sarà, quanto più la trama logica resterà discretamente dissimulata sotto un tessuto di considerazioni pratiche e di osservazioni di senso comune. Ma tutto questo va fatto con assoluta priorità di linguaggio e probità di pensiero; assoluta, non ostentata; e in modo che sia ben distinguibile, per chi ne abbia capacità, quel che si prende dall'intuizione e quello che si vuol dedurre. A ragionare s'insegna insomma ragionando bene; non anatomizzando il ragionamento. L'anatomia del ragionamento si può fare soltanto quando si sa ben ragionare.
Poche cose debbo ora aggiungere perciò che concerne la scuola primaria, i cui progressi son intimamente legati a quelli della scuola media, che le fornisce il personale insegnante.
Tralascerò invece di occuparmi dell'insegnamento universitario, nel quale le esigenze tecniche specifiche prevalgono.
Nella *scuola primaria* l'insegnamento dell'aritmetica e della geometria si svolge meglio e peggio che nelle scuole secondari. Meglio, perché l'insegnamento è essenzialmente orale e l'importanza dei testi è minima. Il testo deve quasi valer più pel maestro che per l'alunno. La necessità di elevare al massimo il rendimento della lezione, indipendentemente dal libro, che il bambino leggerà poco e di mala voglia, acuisce le facoltà pedagogiche dell'insegnante. D'altronde il metodo fröbeliano, usato da anni nelle nostre scuole, esercita il suo benefico influsso di concretezza anche nell'insegnamento dell'aritmetica e della geometria, che è fatto praticamente ed oggettivamente.
L'insegnamento procede invece peggio, molto peggio che nelle scuole secondarie, per quanto concerne i libri di testo, i quali son generalmente troppo elevati ed hanno spesso pretese di un

rigore logico, che parrebbe fuori di posto, anche se fosse ineccepibile; il che non è. E' l'indirizzo stesso dell'insegnamento matematico medio, che produce questi effetti. E gli spropositi sono in sostanza i medesimi che, *mutatis mutandis,* si rincontrano in certi tratti secondari, ancora molto usati. E' il rigore degli orecchianti; di quelli che credono che per ben tratar la materia occorra definire tutto quello di cui si parla; definire, s'intende, in termini sonanti e scientifici. Come se fosse possibile! Come se fosse possibile insegnare una lingua straniera, a chi non ne conosce niente, colle parole della lingua stessa, senza prima avergli fatto apprendere, con mezzi oggettivi di comunicazione delle idee, un minimo di parole e di frasi. Si tratta naturalmente di definizioni che non definiscono nulla, analoghe a quelle del dizionario che definisce il gallo come il maschio della gallina e la gallina come la femmina del gallo. Son però definizioni che il bambino impara a memoria, e che lascian nel suo cervello un marchio indelebile, il quale, in seguito, costituisce spesso un intoppo insuperabile a fargli capire le cose come sono.

Nel mazzo dei fiori colti qua e là, ne prendo a caso due. L'addizione e quell'operazione che serve ad *unire* più numeri. Che cosa dica quell'unire più dell'addizione, io domando ad ogni persona sensata. Insegniamo piuttosto al bambino *a fare* l'addizione con oggetti concreti e col pallottoliere e ad esprimerla e ad abbreviarla colla numerazione parlata e scritta. Quando il bimbo *sa fare*, non ha curiosità alcuna di definizioni, che non parlano affatto al suo spirito. Il bisogno di definire corrisponde a uno stadio molto più avanzato dello sviluppo intellettuale.

Un cilindro – trovo in molti testi – è un solido limitato da due cerchi e da una superficie curva. Dunque anche una botte è un cilindro! Mostriamo invece al bambino cilindri concreti, di proporzioni varie, e contentiamoci d'informarlo che quei solidi si chiamano cilindri. Non temiamo che, dopo ciò, in altra occasione, egli non sappia distinguere il cilindro da un solido diverso. Facciamogli costruire cilindri con pile di monete o col cartone; portiamo la sua attenzione sul tornio, donde escono cilindri di legno, generati per rotazione, e arrischiamoci finalmente a descrivergli il modo di ottenere il cilindro colla rotazione di un rettangolo. Ma non concludiamo con una definizione, la quale, completa o incompleta che fosse, guasterebbe comunque tutto.