

Geometria 2
Appello del 25/06/2003

Le risposte non giustificate o illeggibili non saranno valutate Il punteggio è riportato a fianco di ogni domanda.

I. Sia $A \in M_3(\mathbf{R})$,

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 \\ 12 & -1 & -6 \\ 6 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

(4) (i) Dire se A è diagonalizzabile.

(4) (ii) Determinare una base di autovettori.

II Sia $q : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ la forma quadratica data, nella base canonica B , da:
 $q(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$.

(3) Determinare con il metodo di Gauss la segnatura di q .

(2) Determinare $(\mathbf{R}^3)^\perp$.

(2) Sia $e = (1, -1, 0)$ (coordinate nella base B). Se $v \in \mathbf{R}^3$, mostrare che esiste una base ortogonale della forma (e, v, w) se e solo se v non è isotropo.

III (4) (i) Calcolare P^{-1} dove $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(4) (ii) Determinare con il metodo dei minori orlati il rango della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 7 & -6 \\ 1 & 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

IV Siano in \mathbf{R}^3 le tre rette $r = \{(x, y, z) \mid x - 1 = y; z - 2y = 1\}$, $d = \{(x, y, z) \mid x - y = 0; z = 2x - 1\}$, $l = (-1, 0, 1) + \langle (1, 1, 2) \rangle$.

(3) (i) Determinare le posizioni reciproche di r, d, l .

(2) (ii) Determinare una rappresentazione cartesiana del sottospazio affine, H_0 , generato da r e d .

(1) (iii) Determinare $H_0 \cap l$.

(1) (iv) Esiste un piano Π contenente r tale che l'intersezione $\Pi \cap d$ sia ridotta ad un punto?