

LETTERS OF SOPHIE GERMAIN PRESERVED IN FLORENCE

Andrea Del Centina

Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara
Via Machiavelli 35, 44100 Ferrara, Italy
E-mail: cen@dns.unife.it

LETTERS OF SOPHIE GERMAIN PRESERVED IN FLORENCE

In this paper are published the nine letters of S. Germain held at the Moreniana Library of Florence. Six of them, those addressed to Libri, are known, but never published in whole, while the others addressed to Poincot, Legendre and Lagrange were unknown.

In questo lavoro sono pubblicate le nove lettere di S. Germain conservate nella Biblioteca Moreniana di Firenze. Sei, quelle indirizzate a Libri, sono note ancorchè mai pubblicate per intero, le altre indirizzate a Poincot, Legendre e Lagrange erano sconosciute.

MSC 2000 subject classification: 01A50, 01A70.

Key Words: Sophie Germain, letters, Libri, Poincot, Legendre, Lagrange.

Introduction.

It is well known that letters of Sophie Germain to Guglielmo Libri are held at the Moreniana Library of Florence.¹ In his short note on Libri's archives in Florence, I. Grattan-Guinness [Grattan-Guinness, 1984] remarked, with some regret, that in Sophie Germain's biography by L.L. Bucciarelli and N. Dworsky [Bucciarelli and Dworsky, 1980] these letters were not taken into account. Probably this correspondence was unknown to Bucciarelli and Dworsky so they only referred to the letter that she addressed to Libri on March 1831 which is held at the Bibliothèque Nationale in Paris, published in [Henry, 1879, p. 631] (see [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 121–122]).

“The letters by Sophie Germain”, wrote Grattan-Guinness in his note, “are the most interesting of the collection [those in the FPL]” and he reported a few lines of two of them. I went carefully through all the letters and it seemed to me that they deserved to be published in whole. In fact they cast new light on Germain's personality and her friendship with Libri as well as over some episodes of their life. For instance, I discovered that the (draft of) letter dated July 1819 is not addressed to Libri but to L. Poincot.

To these letters, which will be presented chronologically with short introductions and some comments, are devoted the next five sections of this paper.

Less known (and probably not known) to the community of historians of mathematics, is also the fact that in the same Library² are preserved many other handwritten documents of Sophie Germain: scientific works, reports of experiments, drafts of letters to C.F. Gauss, A.-M. Legendre and J.-L. Lagrange, remarks on papers by A. Cauchy and C.L. Navier on elasticity, etc., of more than two hundred sheets. Amongst these documents stands out a manuscript of twenty four pages (size 335x215 mm) entitled *Remarques sur l'impossibilité de satisfaire à l'équation $x^p + y^p = z^p$* . This is probably the most complete version of her work on Fermat's Last Theorem, that, as is well known, she never published but Legendre inserted in [Legendre 1823].³ This manuscript will be taken into account and studied in a future paper that I intend to devote to Sophie Germain's contribution in number theory. Here of all this material, of undoubted historical interest and in

¹ Biblioteca Moreniana, Fondo Palagi-Libri (hereafter FPL), filza 432, ins. 12.

² Biblioteca Moreniana, Nuovo Fondo Libri (hereafter NFL), cass. 10, ins. 214 and cass. 11 inss. 266–271.

³ Bits and pieces of S. Germain's work in relation to Fermat's last theorem are also preserved at the Bibliothèque Nationale (hereafter BN) MS. Fr. 9114 and MS. Fr. 9115. In particular a twenty pages version of the above mentioned paper.

large part unknown, I publish only the letters she wrote to Legendre and Lagrange.

Sophie Germain was born in Paris in 1776, the middle daughter of a rich silk-merchant. She learned mathematics by herself, studying with great passion and indomitable will in opposition to her parents. She was helped through the correspondence she held with great scholars like Lagrange, Legendre and Gauss, but she never had a normal education, which at that time was available only to men. This marked deeply Sophie Germain's personality and she felt herself somehow marginalised from the academic world. Although she had earned fame by her work on elasticity, she obtained her best result in number theory producing a proof of the first case of Fermat's Last Theorem for all primes p less than 100 (see for instance [Edwards, 1977, p. 61–65] or [Sampson, 1990]).

Guglielmo Libri, Count of Bagnano, was born in Florence in 1802. He had an excellent education, inspired by the new enlightened ideas cultivated in his family. Talented in many disciplines, he enrolled in the University of Pisa at the age of fourteen. Libri became professor of mathematical physics in Pisa in 1823, but since he felt that his future lay elsewhere, he left the position the following year (maintaining the privilege of his salary). Although Libri is better known as historian of mathematics, bibliophile, great collector and merchant in books, and much else, he produced some nice theorems, especially in number theory, which are still quoted (see [Ribenoim, 1999, p. 292–294]).

Germain and Libri met for the first time in the spring of 1825 in Paris. She was forty-nine and Libri twenty-six years her junior, but their friendship immediately blossomed.

Note. In the following, the letters labelled with (*) are those signed by François Lepelle de Bois Gallais (paleograph and calligrapher who was for many years in charge at the National Archives of France) who certified them for G. Libri, while those labelled with (**) are signed by an unknown expert. The symbol '['] means 'there is a hole or an ink spot', while the symbol '–' means 'unreadable word' in the text. In the transcriptions I tried to respect Sophie Germain's spelling and grammar as much as possible.

Germain and Libri's common interest in Number Theory.

It seems that Germain started to study number theory with great enthusiasm, after the first edition of Legendre's *Essai sur la théorie des nombres* was published in 1798. This enthusiasm that was renewed when Gauss' *Disquisitiones Mathematicae* appeared in 1801. After three years of research in this field, on the 21st of November 1804 she wrote to Gauss her first letter under the name of Le Blanc. From then the two held a regular correspondence until 1809. Some of the letters of S. Germain to Gauss were published by B. Boncompagni in [Boncompagni, 1880].⁴ In 1808, after a series of spectacular experiments by the German physicist E.F. Chladni on the nodes of a vibrating plate, performed in Paris in the presence of the Emperor Napoleon I, the study of elastic surfaces became of interest for the French scientific community, and the Academy of

⁴ The actual letters of S. Germain to Gauss are held at the Universitätsbibliothek in Göttingen (hereafter UBG), Cod. Ms. von Germain an Gauss.

Sciences of Paris announced a competition dealing with this matter: give a mathematical theory of vibration for elastic surfaces in accordance with experimental results. A 'Prix extraordinaire' was offered. In spite of the difficulty of the problem, Sophie Germain studied these phenomena, and in 1811 she presented her first work on the subject to the Academy. She was the only competitor, but her work was tainted by a mistake. Helped by Lagrange and Legendre, Sophie Germain presented a new version of her work that got a 'honorable mention' in 1814. Only the third memoir presented by her, and in particular for the new experiments attempted, was awarded the prize in 1816, but again this work was not perfect either (see for instance [Truesdell, 1991]).

In the same session of the 26th of December 1815 in which Sophie Germain was named recipient of the 'Prix extraordinaire', the Academy established a new contest and prize: the proof of Fermat's Last Theorem. The subject, after being confirmed in 1818, was withdrawn in 1820. On this occasion she returned with impetus to work on number theory, a field that she had not forgotten during her studies on vibrating surfaces, as, after almost ten years of silence, she wrote to Gauss on 12th May 1819: "de vous faire le remerciemens que je vous dois et aussi de vous communiquer les recherches qui m'ont occupées depuis l'époque a la quelle j'ai en l'honneur de vous écrire. Quoique j'ai travaillé pendant quelque tems à la théorie des surfaces vibrantes... je n'ai jamais cessé de penser a la théorie des nombres".⁵ Continuing, Sophie Germain says to Gauss that she was thinking of Fermat's Last Theorem for a long time before the Academy established the prize, ever since she knew his book *Disquisitiones Arithmeticae*.

In 1819 Guglielmo Libri, at the age of seventeen, hearing of the prize for the proof of Fermat's Last Theorem, started his research on this subject, eagerly studying works by Euler, Legendre and Gauss.⁶

Libri's first work on number theory is *Memoria sopra la teoria dei numeri* (Memoir on the Theory of Numbers), published in Florence in 1820. Libri translated his work into French and sent it to Cauchy for a presentation to the Paris Academy. Libri's memoir was received on January 22nd of 1821 and Cauchy presented a verbal report on it. On February 3rd Cauchy wrote to Libri: "Monsieur, j'ai reçu, il y a peu de jours, et j'ai lu, avec beaucoup d'interêt le mémoire sur la théorie des nombres que vous m'avez fait l'honneur de m'adresser". This letter is published in [Procissi, 1947] (for an English translation see [Belhoste, 1991, p. 321–2]). Sophie Germain studied Libri's memoir, in fact at the Moreniana Library there are preserved three pages entitled *Notes sur Memoria sopra la teoria dei numeri*, dated June 22nd 1822, which are undoubtedly in Sophie Germain's handwriting.⁷

In the recent biography of G. Libri [Maccioni and Monstert, 1995], page 342 note 27, it is written that Germain and Libri were in touch from 1819. The two authors assert this on the basis of her (draft of the) letter dated July 2nd 1819 which the nineteenth century catalogue of FPL reports as addressed to Libri (also in [Candido, 1942] and [Grattan-Guinness, 1984]):

(**)Monsieur

⁵ UBG Cod. Ms. von Germain an Gauss, Briefe 9.

⁶ See Libri's handwritten note preserved in NFL cass. 6, ins. 35.

⁷ NFL cass. 7, ins. 15.

J'ai lu avec la plus grande attention le mémoire que vous m'avez fait l'honneur de m'envoyer. Je ne puis me croire digne du présent que vous m'en avez fait que par mon empressement à l'étudier. Aussitôt qu'un rapport déjà ancien de Mr. Delambre m'a appris sous quel point de vue vous envisagiez la science des nombres j'ai désiré connaître vos recherches. Je prévoyais dès lors que j'y trouverois, en quelque sorte, la métaphysique des procédés que j'employois à la détermination de l'ordre des restes considérés dans la série des nombres naturels.

La lecture de votre mémoire inseré dans l'un des derniers volumes publiés par l'académie a justifié mon attente. J'ai été tellement contente de ce premier aperçu que j'ai engagé Mr. Schuhmac [Schumacher]⁸ qui parois il y a six semaines pour Gottingue a se charger de remettre le volume a Mr. Gauss.

L'emploi des racines imaginaires dans les recherches arithmétiques m'a paru fort lumineux. C'est un phanal placé sur la grand route: il éclaire les sentiers détournés.

Je ne sais si je me trompe en pensant que cet emploi peut même être quelque fois directement utile. Prenons pour exemple le cas bien simple de la recherche des racines primitives (mod. 5) vous trouvez p. 47 que $\sqrt{-1}$ équivaut a ± 2 . Il est vrai qu'on se seroit bien passé de la considération de $\sqrt{-1}$ pour la détermination de ces racines mais il me semble que dans le cas on il s'agiroit de trouver les residus $p^{\text{ièmes}}$ primitifs (mod. $4p+1$) l'emploi de $\sqrt{-1}$ devient fort commode et que par es.[emple] on a plus aisement les cubes primitifs (mod.13) les $7^{\text{ièmes}}$ puissances primitives (mod.29) les $13^{\text{ièmes}}$ puissances primitives (mod.53) cæ. par la considération de $\sqrt{-1}$ que par tout autre procédé.

En effet on trouve tout de suite $\sqrt{-1} \quad \sqrt{(2 \cdot 13 - 1)} = \pm 5 \pmod{13}$, $\sqrt{-1} \quad \sqrt{(5 \cdot 29 - 1)} = \pm 12 \pmod{29}$, $\sqrt{-1} \quad \sqrt{(10 \cdot 53 - 1)} = \pm 23 \pmod{53}$.

Les théoremes nouveaux et vos remarques sur la coexistence des ordres qui n'en forment qu'un seul m'ont fait un grand plaisir. Les premiers sont pleins de finesse les secondes soulagent l'esprit en lui permettant d'embrasser a la fois un grand nombre d'analogies.

Agréez, Monsieur, le merci[e]ment que je vous dois en même tems que l'assurance de la consideration distinguée avec la quelle j'ai l'honneur d'être

Votre très humble servante

le 2 juillet 1819

Sophie Germain

Actually this is a second polished draft of an earlier one which she had written.⁹ Comparing the two versions I noticed that Germain paid much attention to the choice of appropriate words and phrases used in the letter. Here I just remark that in the first draft after "fort lumineux" she had added "Aussi ai je été etonnée de ce que vous dites a p. 7 'Ce n'est pas que je regarde cette application comme très utile dans la pratique'", because this is one of the key points that helped me to realize that the above letter was not addressed to Libri!

The memoir of which Germain is speaking with such great admiration is *Sur l'application de l'algèbre à la théorie des nombres* by L. Poinso, which was read at the Institute the 27th of April 1818 and announced by J. Delambre, at that time permanent Secretary of the Academy, in his report for the class of mathematics in *Mémoire de L'Académie Royal des Sciences de l'Institute de France* of the same year. Poinso's memoir was published in the same journal a year later. On page

⁸ H.C. Schumacher was the Editor of the journal *Astronomische Nachrichten* and friend of C.F. Gauss. On the 10th of May 1819 from Paris Schumacher wrote to Gauss: "I am happy to have reached Miss Germain and I will visit her next Wednesday" [Gauss, 1975, vol. 1, p. 159].

⁹ Also this is preserved in FPL filza 432, ins. 12.

104 of this memoir one can read: “Ce n’est pas que je donne cette application comme très-avantageuse dans la pratique” and on page 154: “or $\sqrt{-1}$ équivaut, comme résidu, à $\sqrt{(-1+5)} = \sqrt{4}, \pm 2$, ou, si l’on veut en changeant -2 en $-2 + 5 = 3$, $\sqrt{-1}$ équivaut à 2 e à 3...” and (with respect to the orders of the primitive roots of the equation $x^m - 1 = Mp$) on page 179 one can finally read: “qui n’offrira plus aux yeux qu’un seul et même ordre”.

Six weeks before, in the above mentioned letter to Gauss, Sophie Germain had written: “Je suppose que vous avez sous les yeux le mémoire ou plutôt le projet de mémoire de Mr Poinsot car il faut faire soi même le travail que l’auteur s’est épargné. Quoiqu’il est soit son idée m’a paru fort hereseuse. J’ai admiré comment étant partis de principes si differens, il m’avait fourni en quelque sorte la methaphysique de m’a methode. En effet en faisant usage de la remarque de cet auteur on voit comment j’ai dû arriver aux resultats que je viens d’exposer car il s’agit ici de traiter les racines de l’équation binome du degré $2N$, ... J’ai cherché aussi à appliquer les idées de Mr Poinsot aux nombres de la forme $2^s p + 1$ qui donnent à résoudre une équation binome de l’ordre 2^s ... La notation de Mr Poinsot m’a encore fourni une nouvelle manière de prouver que 2 est residu carré des nombres de la forme $8n+1$ ”.

Let me say that in light of this, the above letter, which is now known to be addressed to Poinsot, seems to me very interesting and, together with the letter she wrote to Gauss, can be of help in reconstructing Sophie Germain’s line of thought leading to her proof of the first case of Fermat’s Last Theorem for certain exponents.

The friendship between Germain and Libri.

In May 1821, Libri sent to Cauchy another work on number theory that he had communicated to the Academy [Belhoste, 1991, p. 323]. So when Libri went to Paris three years later he was welcomed by the scientific community as a young talented mathematician.

Libri was in Paris from the end of December 1824 until the middle of August 1825, as confirmed by the letters he sent to his mother Rosa.¹⁰ Sophie Germain and Libri met for the first time on the 13th of May 1825, at one of the Thursday evening parties of F. Arago at the *Observatoire*. In fact the day after, Libri wrote to his mother: “finally yesterday night I met Mademoiselle Germain who had won the mathematical prize at the Institute some years ago. I talked with her for about two hours, she has an impressive personality”.¹¹ At that time she was forty-nine and Libri twenty-three, but it seems that they immediately enjoyed each other’s company and she also invited him for lunch at her home, as is confirmed in the following letter:

(*) Monsieur, j’ai été bien fâchée d’être sortie un soir que vous êtes venu, je n’ai plus osé sortir aucun autre depuis de peur de manquer votre visite. Aussi pourquoi n’avez vous pas voulu me donner un jour pour venir déjeuner. J’ignore votre adresse j’envoie vous chercher dans Paris. Ma soeur et mon beau-frère sont ici pour peu de jours ils

¹⁰ NFL cass. 28, ins. 347.

¹¹ Ibidem, in Italian: “Ieri sera infine ho potuto vedere quella Madamoiselle Germain che ebbe il premio di matematica all’Istituto qualche anno addietro, sono stato con lei circa due ore e ne ho riportato una certa impressione”.

désirent beaucoup de rencontres avec vous. Voudrez vous venir déjeuner mardi, ou mercredi si le mardi ne vous convient pas. Si ma lettre vous trouve chez vous je vous pri[e]rez de dire un jour plus rapproché ou sans prejudice du mardi ou mercredi vous voulez venir déjeuner. Si nous ne prenons pas des jours fixes tout votre voyage se passera sans que nous ayons pû causer et j'y aurois grand regret. Mill[e] compliments

S. Germain

Monsieur
Monsieur Guilloume
Libri

Libri was at her home at least once, as he wrote to his mother Rosa on the 14th of June: “a few days ago I went to Miss Germain’s home for lunch”.¹² It is likely that the two met several times during Libri’s first stay in Paris, and their relationship quickly extended beyond mathematics. Libri, as is well known, was strongly interested in antique mathematical manuscripts, so, during one of their meetings, he requested Sophie Germain to ask J.J. Fourier, Permanent Secretary of the Academy¹³ and good friend of hers (see [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 87–93]), some information about the manuscripts of ancient French geometers. Here is the answer that Germain gave him:

(*) Je me suis empressée, Monsieur, de demander a M^f Fourier les renseignements que vous desirez. Malheureusement il paraît que les papier de Fermat, de Descartes et des autres anciens géomètres, qui d’après ce qu’on vous a dit devoient exister a l’Ancienne Académie des Sciences, ont été égarés ou enlevés; on s’en est assuré m’a-t-il dit lorsque l’Académie a proposé un prix pour la démonstration du dernier théoreme de Fermat. Déjà à la révolution les archives des académies avaient été mises au pillage et par suite du gout des authographes qui s’est tant répandu les pièces les plus remarquables qui existaient a l’Institut ont disparu. M^f Fourier m’a raconté à ce sujet des choses fort curieuses qui prouvent qu’on ne se fait aucun scrupule de puiser dans les cartons de l’Institut; du reste il en est à peu près de même partout, on m’a assurée que les lettres des plus anciens astronomes de l’Observatoire sont mises très galament a la disposition des femmes du monde qui se font remarquer par leur assiduité au cours d’Astronomie. C’est donc plutôt dans les albums des dames que dans les archives de l’Institut que vous avez la chance de trouver ce que vous cherchez. Je conte toujours sur l’honneur de vous voir mercredi agréez l’assurance de la consideration la plus distinguée

S. Germain

This letter, undated and without an address, seems to be delivered by Sophie Germain’s servant when Libri was in Paris. Libri, before he settled in France in 1831, visited Paris twice, in 1825 and in the second half of 1830. As Fourier died on the 16th of May 1830, I am inclined to think that the letter above was written in 1825. If so it is clear that Libri was engaged in the search for Fermat’s manuscripts since his first visit in Paris. It is known that he succeeded in 1832 [Maccioni and Monstert, 1995, p. 118].

When back in Florence, Libri wrote to Sophie Germain: “Je ne saurais vous exprimer combien j’ai regretté de devoir partir de Paris sans avoir l’honneur de vous voir”¹⁴ and informed her that he had charged Arago, who was for some days

¹² Ibidem.

¹³ J.J. Fourier succeeded Delambre as Permanent Secretary of the Academy in 1823.

¹⁴BN, MS. Fr. Nouvelle Acq. 4073. Published in [Henry, 1879 p. 636].

in Florence, to bring her a copy of Riccati's paper for which she had asked.¹⁵ Libri then added: "j'espère qu'il vous aidera à vous rappeler d'une personne qui a pour vous les sentimens de l'estime la plus profonde. Pourrais-je me flatter, Mademoiselle, de recevoir de tems en tems de vos nouvelles? ... Parlez-moi de vos travaux, de vos amusemens, de la musique, et de tout ce que vous interesse, qui doit m'interessier aussi".¹⁶ In the same letter Libri also asked Germain to speak to Fourier in order to speed-up the report by Cauchy on the memoir on number theory that he had submitted six months earlier to the Academy.

Apart from practicalities, however, it seems that Libri did not benefit much from this friendship for his career. In fact Sophie Germain was not in a position to help him.

The uncomfortable position of Sophie Germain.

In 1826 Sophie Germain wrote another memoir on elasticity and published it [Germain 1826]. This work essentially consists of an attempt to present a more lucid analysis of her study on vibrating surfaces by introducing certain simplifying hypotheses. She sent her printed memoir to the Academy and on July 17th Fourier acknowledged it. Cauchy was named as reviewer, but no report was ever made. The letter she wrote the day after to Cauchy reveals her uncomfortable position among professional mathematicians¹⁷. From the letter it seems that Cauchy had encouraged her to publish this work, quite likely in order to relieve the Academy of the embarrassment of having to deal with her memoir. "They could not approve a work that was inadequate and trivial, but at the same time they could not treat her as a professional colleague, as they would any man, by simply rejecting the work. But how was she to know this?" wrote Bucciarelli and Dworsky in [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 107]. The following letter she addressed to Libri is enlightening:

(**) Paris 15 7^{embre} 1826

Vous avez raison de croire que le voyager anglais ne m'avait pas fait parvenir votre lettre: j'ai reçu celle que vous m'avez adressée en date de 29 août. Je me suis empressée de faire à Monsieur Fourier la demande relative à la candidature que vous occupez en ce moment. Il m'a promis de faire au moins en sorte que votre nom soit porté sur la list des pretendans: mais voici une grande difficulté par rapport au succes definitif. Monsieur Plana a été présenté pour une nomination d'associé libre, il n'a pas été nommé avec un grand regret d'une partie des membres de l'Académie, il est donc probable qu'on saisira l'occasion la plus prochaine de lui offerir un dédomagement. Je ne suis pas etonné de votre empressement à renouveler les conversations qu'on ne peut trouver ailleurs qu'à Paris, toutes les portes vous étaient ouvertes, pour moi qui ne peut aller aux séances¹⁸ je me trouve presqu'aussi étrangère au mouvement des sciences que si j'habitais un autre pays, cependant j'aime encore mieux être ici qu'ailleurs parcequ'enfin il m'arrive quelquefois de trouver pour hasard une occasion de m'instruire. Je n'avois rencontré Monsieur Cauchy que par un de ces hasards dont je parle je ne doute de sa bonne volonté pour vous mais je vous engage à lui écrire, si vous en avez encore le tems, je ne suis pas

¹⁵ Here Libri is probably referring to Giordano Riccati's "Delle vibrazioni sonore dei cilindri".

¹⁶ Ibidem.

¹⁷ Draft of a letter, BN. MS. Fr. 9118. Published in [Stupuy, 1879, p. 328], see also [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p.106–107] for an English translation.

¹⁸ So she had difficulties gaining entrance to the meetings at the Academy, not only prior to Fourier's election as Permanent Secretary as asserted in [Bucciarelli & Dworsky 1980, pp. 89-91].

en mesure de lui présenter votre demande. Monsieur le Gendre est à la campagne j'irai quelques jours à lui parler de votre désir mais je suis sûre d'avance que son suffrage appartiendra à Monsieur Plana.

Je vous envoyai chez votre baron Tridilani le rapport de Monsieur Fourier que vous me demandez celui de Monsieur Cuvier et le petit mémoire que votre servante viens de publier. Vous y trouverez au lieu d'un simple errata sur un passage du mémoire que j'ai en l'honneur de vous remettre moi-même en vous avertissant d'une inexactitude que je tâcherois de faire disparaître inexactitudes qui ne détruisoit pas à mes yeux la certitude du résultat, vous trouverez déjà l'intuition d'un résultat semblable à toutes les figures possibles de la surface vibrante. Depuis longtemps je sentois que les simplifications introduites dans la formule relative aux surfaces cylindriques étoient de nature – étendra à toutes les surfaces; mais je m'étais tellement embrouillée dans des considérations géométriques qui étoient heureusement inutiles, que le cas si simple du cylindre pouvoit inspirer des scrupules au lecteur qui n'avait pas, comme moi, mille autres raisons d'adopter l'équation que j'avois donné.

Vous verrez, Monsieur, comment je me suis tirée de cette petite difficulté, je n'entrerai pas ici d'en d'autres détails parce que le mémoire même contient, je crois, tout ce qui est nécessaire à cet égard.

Vous ne croiriez peut-être pas qu'étant au milieu de Paris je ne puisse réussir à voir un Monsieur Savart¹⁹ qui a fait mille expériences curieuses, il les montre à des gens qui n'en peuvent tirer aucun parti. Ces faits sont de mon domaine et c'est à moi seule qu'ils restent cachés. Voilà le privilège des dames elles obtiennent des compliments et aucun avantages réels. Ce Monsieur Savart auroit pu m'aider beaucoup s'il en vouloit employer le genre de sagacité dont il est doué à faire des bonnes expériences sur les surfaces courbes, je serois bien heureuse si j'avois sur ce genre de surface des expériences aussi sûres que celles de Chladni, ces tables m'ont beaucoup servies.

À défaut de secours étrangers je me suis mise à l'oeuvre, j'ai fait bien peu de choses et je suis déjà obligée de suspendre ce travail parce que j'ai la poitrine abîmée de fatigue. Je tiens les sons jusqu'à ce que je puisse les comparer à ceux d'un instrument, cette méthode est bonne en elle-même mais il n'y a pas de grand air d'opéra qui soit plus fatigant que cette tenue répétée pendant plusieurs heures de suite. J'ai au moins déjà trouvé un résultat dont j'ai bien d'être satisfaite, Vous avez pu voir Monsieur, dans le mémoire qui est entre vos mains qu'en vertu de la dilatation de l'élément il existe un terme de plus dans [] de l'anneau circulaire que dans la lame droite. L'existence de ce terme devoit donner lieu à l'élevation du son, j'ai avoué qu'au contraire l'expérience avoit donné de l'abaissement: J'ai pensé depuis que l'élasticité naturelle avoit pu changer par l'effet de la courbure. J'ai essayé des expériences dans lesquelles cette cause d'erreur doit être écartée. J'ai pris des pièces d'une grande courbure après avoir nappé leurs sons j'ai les ai coupées. Ces pièces alors selon que par des pièces d'égales courbures ont été en raison inverses des carrés des longueurs, devoit, suivant mes formules s'élever moins à raison de la diminution de la courbure, car puisque la courbure élève le son, la diminution de cette courbure tend à abaisser le son, et cela sans les proportions que mes formules donnent avec une grande précision. Cette fois l'expérience s'est trouvée d'accord avec la théorie les sons étoient en effet plus graves que s'il – – – de pièces d'une courbure unitaire j'ai pris de – je calculerai les quantités mais au moins dès à présent je suis sûre que la théorie et l'expérience sont dans le même sens. Si la première étoit fautive elle n'auroit sans doute pas le privilège de prédire toutes les circonstances des faits auxquels elle doit s'appliquer.

Je termine ici cette longue lettre en vous priant Monsieur d'agréer l'assurance de l'estime la plus distinguée

¹⁹ Félix Savart [1791-1841], French physicist who made experimental studies of many phenomena involving vibration.

S. Germain

P.S.

Vous n'échapperez pas, Monsieur, à un petit PS en réponse au votre. Je vous dirai d'abord qu'en écrivant votre adresse, j'ai destiné, la lecture au facteur de la poste et que si je vous – connu un plus grand nombre de titres j'aurais volontiers ajouté au Comte le Baron d'œ. le tout à fin de vous designer d'une manière plus complète. Vous voyez que vous même donnez le titre de Baron à Mr. Tridilani à fin que son adresse soit plus sûre. Vous aurez en raison de réclamer si vous avez lu en haut du papier Monsieur le Comte, ces formes eussent été dans une très grande opposition à vos idées et au[x] miennes mais ce sont des qualités extérieures je les ai mis au dehors. C'est à vos qualités personnelles que l' – doit désigner.

Monsieur le Commandeur de Humbourg Directeur général des postes de la Toscane
pour le remettre à Monsieur Guillaume Libri à Florence
A Florence

From this letter it clearly appears that she was working under difficult conditions, and that it was almost impossible for her to take a central part in developments within the scientific community. That she was unacquainted with the essence of work on elasticity is certain and well known, but some difficulties existed quite independently of her mathematical inadequacies: those that came from being a woman and so excluded from a formal education. This was clear in particular in the 1820s when elasticity became a topic of interest among the professionals, a woman had no place in their midst. From her own words we learn that she was well aware of all this.

The letter above also says something on the first attempt that Libri made for the vacant seat of correspondent at the Academy in 1826. In a letter of 17th February 1825 to his mother Libri wrote: "Last night at Laplace's home I was talking with Arago of the Academy and of correspondents. He said that in Europe, outside the Institute, there are only three persons that can be named correspondent: Plana, Ivory and me. He said also that because the age of candidates is important in these questions I would be third after the first two".²⁰

So Libri asked Germain to support him in some way, but clearly she was not in a position to help him in his career. In fact in the end, Libri's name appeared as third, after those of Plana who was chosen, and Ivory, as Arago had predicted to Libri the year before.²¹

Sophie Germain's final year.

There is no record of letters from S. Germain to Libri for the four years after September 1826, and it could be that this correspondence has been lost forever as is for a large part, almost half, of Libri's archive [Del Centina, 2002_b]. The next letter we have is dated February 1830, and the first thing we learn from it is that Sophie Germain was suffering with cancer late in 1829. Since that time she was no longer able to study and work with the energy she had displayed before.

²⁰ NFL cass. 28, ins. 347.

²¹ Procès verbaux de l'Académie des Sciences, 10 Vols. Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 8 pp. 434–435 also p. 644 and 9 p. 4.

Paris 8 fevriér 1830

Vous diriez, Monsieur, me croire morte, car, pour volage cela seroit trop extraordinaire. Le fait est que j'ai été fort souffrent et fort peu capable d'étude. Après de petites meaux que m'otoient cette vivacité d'esprit necessaire à l'étude, est venue une maladie grave, j'avois perdue la faculté de rassembler les idées les plus communes, je sentais que mon intelligence etoit détruite mais je n'avois pas même assez de bon sens pour m'en affliger. Lorsque la grande fièvre a été passée il m'est resté un grand mal d'yeux qui me fesait craindre l'impression de la plus faible lumière. Avant tout cela j'avois reçu vos x et y j'ai même lu, et avec plaisir, ce qui concerne la théorie des nombres, quand à la chaleur, je suis ne pas si bon juge. Je vous auroiz certainement repondu, Monsieur, mais vous me demandiez de lire un gros volume d'y faire des nottes des vous le communiquer et, par consequent, de faire de cet ouvrage l'objet d'une étude serieuse; malgré mon incapacité j'avois commencé à essayer de remplir cette tache et je ne voulois vous écrire qu'en vous envoyant le resultat de mes reflexions. Mille incommodités m'ont detourné de ce projet et je n'ai pas osé vous écrire pour vous le dire.

On n'est pas plus volage a Paris qu'ailleurs, mais a Paris, comme partoute terre, on cause avec plaisir et on écrit avec peine sur de pareilles matières, par qu'en causant les idèes viennent facilment tandis qu'en écrire est un travail.

Je ne sais si votre bouderie ira jus qu'à vous empêcher de venir causer avec moi, j'en sarois fachée, mais je serois toujours bien aise de vous savoir a Paris parce que c'est lieu ou vous trouverez le plus d'agrèments scientifiques. Je demeure toujours Rue de Savage n° 13 faubourg St. Germain.

J'ai à m'accuser de ne m'être pas occupée des problèmes. Autre pêché, Mr. Fourier m'a envoyé votre derniere lettre il y a déjà plus d'un mois mais pourtant avec une datte déjà ancienne.

Il est affreux de n'avoir pas au moins repondu de suite mais voilà j'étoit a peine sortie de la grand maladie dont je vous ai parlé: peu de tems avant le commencement de tous ces meaux j'avois éntrepris d'écrire sur un sujet dont sans doute je vous ai parlé, parce qu'il roule depuis longtems dans ma tête, il s'agit des courbures moyennes dont la notion derive de la comparaison entre la courbure de la sphère et celle des surfaces. Personne ne veut comprendre ce que j'en dit, mais il faut l'écrire me dit-on en même tems. Etant encore d'une faiblesse a ne pouvoir me lever de mon siège sans appui, les yeux malades cæ. je m'y suis actionné au point de m'enfermer; de me lever matin et de travailler comme je ne l'avait pas fait depuis longtems, je ne pas écris autre chose jus qu'à ce que je sois venue à mes fins, dont j'étois si fachée d'avoir été detournée. Malgré cette occupation je n'ai jamais perdu de vue le projet de vous écrire, Monsieur, j'ai fait vos complimens à Mr. Legendre, il a été fort malade, il est mieux a present. Dans le tems je parlé à Mr. Fourier de votre brochure sur la [] il estime vos observations et votre sagacité. Il y a deux mois que je n'ai en l'honneur de le voir il a en un rhume affreux et n'est pas plus visibles qu'a son ordinaire. Nous avons vu, au mois d'août dernier, Mr. Jacobi jeune geomètre d'un grand mérite dont vous connoissez sans doute déjà la reputation et les écrits.²² Un grand malheur est la perte d'un autre jeune geomètre Mr. Abel,²³ il parraît qu'il est mort dans un état voisin de la misere et peut-être, par suite du defaut de soins qu'exigeoient sa constitution faible. Il a publié un mémoire, qui vous plairroit; il contient des formulles parallèles a celle de la trigonometrie dont celle-ci ne sont que des cas particulieres. Son travail est pour l'ellipse ce que la trigonometrie est pour le circle. La remarque de Gauss sur les poligones est generalisée d'une maniere admirable. Vous

²² C.G.J. Jacobi was visiting in Paris in the summer of 1829. There he became acquainted, amongst other eminent mathematician, with Legendre, with whom he had already been in correspondence, to discuss Abel's famous memoir on transcendental functions to be published by the Academy.

²³ The Academy of Paris was officially informed of the death of N.H. Abel by Legendre at the meeting of June 22nd 1829.

voyez, Monsieur, qu'au moins je vous écris un long lettre nous verrons si vous serez encore fâché lorsque vous viendrez ici.

Agréez, Monsieur, l'assurance de mon estime pour vos talents et de la plus parfaite consideration pour votre personne

Sophie Germain

A Monsieur G. Libri de Bagnano
A Florence

It is written in [Stubhaug, 2000, p. 551] that the short biography of N.H. Abel written by Libri [Libri, 1832], which for a long time was the only one circulating, had spread the rumour of Abel's extreme poverty. The letter above indicates that the 'legend' was widespread even before.

As already mentioned, Libri was back in Paris on the 12th of June 1830. The following is an undated card, written in an unusual formal style, that Sophie Germain addressed to him:

Je fais mille complimens à Monsieur Libri et je le prie de vouloir bien l'entendre avec Crell [Crelle] pour faire choix d'un jour ou il ne leur suit pas incommode de me faire l'honneur de diner chez moi, je compte sur la complaisance de Monsieur Libri pour me faire savoir le plus tôt possible le jour qu'il aura choisi

S. Germain

L. Crelle, charged by the Prussian Ministry of Education, was on an official tour in France in the summer of 1830 to study methods of teaching mathematics in France.²⁴ Since he had written to Libri on the 7th of August from Saarbrück, when he was on the way back to Berlin, it is likely that the card had to be dated July 1830.²⁵ In fact on the 27th of July the revolution against King Charles X began, and Libri took an active part in it.

Late in November Libri was on his way back to Tuscany. He passed through Geneva, where he met the mathematician G. Maurice and also Cauchy, who, as well known, after the revolution had taken the way of exile. Libri reached Florence around the middle of January 1831.

In the final months of her life, in spite of the terrible pains she had to suffer, Sophie Germain found the energy to write a paper on the question she had discussed with Gauss in her first letter twenty-five years earlier. A large part of the following letter addressed to Libri is devoted to this matter:

Paris 2 fevrier 1831

Je vous écris, Monsieur, bien plus dans l'espérance d'avoir de vos nouvelles que dans l'intention de vous donner des miennes, car en vérité il a conscience de dire comme je me porte à une personne qui souhaiterait que je me portasse bien. Je ne veux pas me desesperer, par écri, j'aime mieux me livrer à l'espérance d'un meilleure avenir.

J'ai changé de médecin, le nouveau dit que je va[is] mieux mais en attendant je souffre horriblement et toute occupation m'est devenue entierement impossible. Mr. Crelle m'a envoyé mes exemplaires puis beaucoup des complimens et de témoignages du desir d'imprimer mes ouvres, mais la maladie m'empêchera de proffiter de cet offre

²⁴ A.L. Crelle, was the founder of the *Journal für die reine und angewandte mathematik* in 1826. Crelle and Libri became good friends.

²⁵ FPL, filza 431, ins. 95.

obligeant. Il me chargeois de le rappeler à votre souvenir mais vous étiez déjà parti, je ne ai donné des vos nouvelles.

Je voulois au moins lui envoyer une petite note d'analyse indéterminée mais il m'a fallu abrégé beaucoup pour parvenir à lui donner une idée de ma remarque. Elle n'est pas bien importante je peux vous la dire en – à vous, Monsieur, que voyez toutes ces choses à – [this unreadable word is underlined in the text].

Voici: Mr. Legendre a remarqué, chose évident areste, que les coefficients des diverses puissances de x dans le développement de $2(x-1)^{(p-1)/2}$ sont congrus mod p (sauf l'expression comme bien savez) aux coefficients des mêmes puissances dans l'y de l'équation

$$\frac{4(x^p - 1)}{x - 1} = y^2 \pm z^2$$

en éntendant la même remarque au développement de

$$2(x - 1)^{(p^2 - 1)/2}$$

on trouve que dans la valeur ∂Y de l'équation

$$\frac{4(x^p - 1)}{x - 1} = Y^i Z^i$$

Y est composé de $(p+1)/2$ séries de $(p+1)/2$ termes chacune séparées par $(p-1)/2$ lacune de

$(p-1)/2$ termes chacune ces termes sont ceux qui contiennent les puissances de x dont les coefficients dans le développement de

$$2(x - 1)^{(p^2 - 1)/2}$$

sont multiples de p . – mervaille me direz vous car à la peut savoir de mille manières.

Je vous en prie bien fort, Monsieur, donnez moi des vos nouvelles si j'–, – et de celles de Madame votre mère. Il faut l'esperance de savoir quelque chose de vous pour me faire vous l'écrire car les moindres choses me fatiguent. Savez vous que votre dernière visite m'avait laissé bien triste. Je m'étois informé de vous de tous côtés et je savois, bien avant que votre lettre me l'ait dit, que vous êtes été à causer d'analyse avec Mr. Cauchy chez Mr. Maurice. Celui-ci l'avoit écrit à Mr. Legendre.

J. Amant [Lherbette] n'a pas cessé de s'occuper de la commission que vous lui aviez donné mais tout va si lentement on promet [] souvent et on tient si peu qu'il ne sait pas encore quel en sera le succès.

Je voudrais bien pouvoir vous dire, pour vous faire plaisir, que j'ai reçu vos 9ae mais je suis forcée de vous avouer que j'en ai eu aucune nouvelles, je vous prie, areste, de ne pas vous en mettre en peine, je ne suis nullement pressée, mais enfin je n'ai pas cru devoir vous laisser ignorer que je n'ai rien reçu. Nous avons ici une foule des gens bien – de noms qui devoient être honorables à qui il ne faudrait pas – 5 francs. J'oubliai de vous dire que j'ai envoyé de suite à Madame Cauchy la lettre de son mari. Je vous réitère la prière de ne pas vous mettre en peine de cette inexactitude de votre commissionaire et surtout de me donner de vos nouvelles, agrééz Monsieur, l'assurance de mon sincere attachement

Sophie Germain

Monsieur

Monsieur Guillaume Libri à Florence
 Poste restante
 Toscane

Sophie Germain was writing about her last publication *Note sur la manière dont se composent les valeurs de y and z dans l'équation ...*, that appeared in Crelle's Journal for the year 1831. In *Disquisitiones Arithmeticae*, Gauss showed that when p is a prime $\neq 2$ the number field generated by the p^{th} roots of unity contains $\sqrt{\pm p}$. This fact is expressed by his famous formula

$$\frac{4(x^p - 1)}{x - 1} = y^2 \pm z^2$$

where y and z are polynomials with integral coefficients. In her first letter to Gauss on 21st November 1804 (quoted above), Sophie Germain (as Le Blanc) wrote: "je croi qu'il peut être généralisé aussi

$$\frac{4(x^{u^s} - 1)}{x - 1} = Y^{\dot{i}} 12 \pm Z^{\dot{i}}$$

u étant toujours un nombre premier et s un nombre quelconque. Je joins à ma lettre deux démonstrations de cette généralisation". The details of her proofs seem to have been lost [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 23]. In the third edition of his *Théorie des Nombres*, Legendre explained Gauss's theory and in n° 512 he showed some congruence properties of the coefficients of the polynomials y and z . So Germain's work was just a slight generalization of Legendre's results, and she was aware of that (see also [Sampson, 1990]).

Gauss scarcely commented on Germain's contributions to number theory, but he regarded her work not unworthy of respect. It was not for mere respect of her sex that in 1837, in occasion of the Centennial Jubilee of the University of Göttingen, Gauss would have recommended that the Faculty award her a honorary doctorate if she had been alive [Dunnington, 1955, p. 68].

Libri returned to Florence imbued with the spirit of the July revolution, and, in spite of his aristocratic genealogy, he took part in the February plot to coerce a constitution from the Grand Duke. After the plot failed Libri was forced into exile. He reached Marseilles on the 21st of March 1831. Understandably the other conspirators, who also had to flee, accused Libri of betrayal. This 'infamous calumny' (in Libri's words) was also spread in France by Italian refugees and Libri had to defend his reputation.

The last words that we have from the pen of S. Germain.

During the winter of 1831 a regular correspondence between Sophie Germain and Libri was almost impossible. Libri wrote to her from Geneva, and after his departure he wrote two other letters that she never received. From Marseilles he wrote to her of his difficult situation. Her answer dated 18th of April is published in [Henry, 1879, p. 631–2] (see also [Bucciarelli & Dworsky 1980 pp. 121–2] for an English translation). I report here a few lines of it: "vous dites m'avoir écri

deux fois depuis votre départ, je n'ai pas reçu d'autre lettre que celle écrite lors de votre départ de chez Mr. Maurice... Dans votre lettre vous me mandiez que je recevrais les 300 francs en même temps que cette même lettre mais vous ne disiez pas par quelle voie, je vous ai répondu en adressant ma lettre à Florence... votre dernière lettre m'est arrivée avant hier, j'ai envoyé hier chez m^{de} Renaud celle à son adresse elle a remis de suite, à mon nom, les 300 #. François m'a dit qu'elle paraissoit fort bien portante ce que je m'empresse de vous mander puisque vous paraissez inquiet de sa santé". These words will be of help in understanding the final letter she wrote to Libri one month before her death:

Paris 17 mai 1831

Sans doute, Monsieur, vous me trouvez bien paresseuse de n'avoir pas répondu plutôt à votre dernière lettre datée de Marseille. J'ai malheureusement une bien valable excuse dont, malgré ce que je vous en ai déjà dit, vous ne pouvez pas savoir la force.

Je suis malade, Monsieur et très malade, j'ai fait beaucoup d'efforts pendant votre séjour ici pour ne pas vous fermer ma porte, mais le mal est bien augmenté depuis et je ne peut plus aujourd'hui ni recevoir des visites ni m'occuper. Je suis aux prises avec d'horribles souffrances ma vie est un vrai supplice aucune saison ne peut améliorer mon sort on me dit qu'avec beaucoup de temps et des soins je pourrai retrouver quelque repos.

Monsieur peu de jours avant que je reçusse la votre dernière lettre un de vos amis a pénétré, je ne sais comment, jusqu'à moi il m'en a dit bien long sur je ne sais quelle somme qu'il voulait me rendre. Dans une autre occasion j'aurais été charmée d'avoir des vos nouvelles, je souffrais si cruellement que je ne savais guère ce que ce Monsieur me disoit, j'ai eu bien de la peine à lui faire comprendre que je étois bien malade et ne pouvois parler il n'étoit pas très frappé de mes doléances car il me proposoit de revenir. J'ai été fort étonnée de ce que vous me mandez sur les désagréments que vous avez éprouvés. J'ai prié mon neveu d'aller chez ce Monsieur lui demander ce que tout ce la vouloit dire, S^t Amand ne m'a rapporté votre lettre dont j'ai été fâchée.

Je serois charmée que ces bruits, que j'ai sus depuis avoir été propagés par plusieurs Italiens, vous dégoûtassent de la politique, ou à tout prendre, un esprit fort ordinaire suffit pour faire fracas, pour vous rendre à l'analyse pour laquelle vous êtes né et où vous ne pouvez être remplacé.

Vous m'annoncez le projet de vous livrer à l'étude et je m'en réjouis. Je n'approuve guère que vous travailliez sans livres. La tourmente de votre esprit vous dispose déjà assez à aller en avant sans indiquer clairement vos points de départ. Une condition indispensable pour que des travaux profitent à la science est que ils puissent être entendus par des lecteurs instruits et qu'il ne soit pas presque aussi difficile d'entendre la liaison que de le faire. Je crois que cela n'arrivera si vous manquez des livres je me trouverai heureuse de vous adresser à Marseille ceux dont pourriez avoir besoin. Vous me demandez, Monsieur, qu'en l'est celui de vos mémoires que se trouve dans le n^o de M^r Crelle il est intitulé *Mémoire sur quelques formules générales d'analyse*. Donnez moi je vous prie, M^r de vos nouvelles et de celles de M^a votre mère le plus souvent possible je vous répondrai lorsqu'un moment de moindre souffrance le permettra

Sophie Germain

P.S. mon neveu me charge de vous faire ses compliments.

This letter, with handwriting which clearly suggests it was written by a suffering person, reveals the tragedy of the final period of Sophie Germain's life. Looking at herself she sees only illness and pain, every hope to get better appears

to be lost. It seems that by thinking only of her friend she could forget her own condition and get some relief.

The 14th June Libri wrote to his mother from Carpentras: “Now I am dedicating myself to studying and in particular to the history of sciences. It is true that books of mathematics are very scarce here, but the good Miss Germain (who, to my extreme regret, is almost dying with cancer in Paris) has offered to send me everything I want, in case I do not find books here I will accept her offer”.²⁶ The 23rd of July Libri announced to his mother: “Miss Germain, who was so fond of me, died fifteen days ago. She was a victim of gangrene [cancer] and suffered terrible pains, this is the destiny reserved to the greatest souls! I feel an immense sorrow”.²⁷ A year later Libri wrote a short but impassioned biography of her [Libri, 1832].

Did Libri receive books from her? I do not know, but after Sophie Germain’s death he got from her heirs many (probably all) the autographs and manuscripts that she had. Amongst them there were for instance the letters from Gauss she received during the years: those which were sold to the Prince B. Boncompagni [Del Centina, 2002_b, p. 77].²⁸ Other material had been dispersed and probably lost for ever.²⁹ Some manuscripts are held in the BN in Paris [Bucciarelli and Dworsky, 1980]. In the NFL are preserved more than two hundred sheets written in Sophie Germain’s hand: scientific works, reports of experiments, drafts of letters to Gauss, Legendre and Lagrange, remarks on papers by Cauchy and Navier, etc. I found this material in the NFL when I was searching for the still missing autograph pages of Abel’s “Parisian” memoir [Del Centina, 2002_a].

The letters to Legendre and Lagrange.

The following is the draft of an unpublished letter that Sophie Germain wrote to Legendre in January 1811. In the study of the problem of vibrating surfaces she attempted to generalize Euler’s analysis in the one-dimensional case of vibrating beams, but soon she encountered difficulties and she asked Legendre for support. The two exchanged three letters on this matter [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 46–51]. The letters of Legendre are published in [Stupuy, 1879] but those of Germain seem to be lost. Legendre’s first letter is undated, the second is dated January 11 and the last one is dated January 28, 1811. The following is the draft [containing many erasures on which I do not report here] of the letter that Sophie Germain wrote answering the first one of Legendre:

Monsieur,

je vous remercie très humblement de la note que vous avez bien voulu me faire remettre, je sens la justesse de votre objection contre la première solution et puisque vous avez eu la bonté de jeter les yeux sur la question dont il s’agit je veux profiter du moment favorable pour réduire mes doutes au moindres termes possible et vous prier de les faire disparaître.

Il est vrai qu’en admettant avec Euler que les coefficients n’ont pas la même valeurs que , la première solution est fautive et la seconde reste sans objection, mais

²⁶ NFL cas. 28, ins. 350.

²⁷ Ibidem.

²⁸ These letters are those preserved at the UBG.

²⁹ Two manuscripts of scientific works of S. Germain were included in the catalogue of the auction sale that Libri held in London in March 1859.

lorsqu'il s'agit de mouvemens reguliers la seule application d'un statif ou obstacle quelconque suffit-elle pour interrompre la courbe? voilà ce qui m'embarasse et je vais vous exposer les motifs qui m'engagent a en douter.

Il me semble qu'en ayant egard a l'etat des extremités on est mené a conclure $u=u$ = ect. C'est ce que j'ai taché de prouver n° 21 pour le cas ou les extremités sont supposée libres : pour cela j'ai voulu montrer que la valeur de u/u qui est sous forme fractionnaire se reduit a l'unité. Mais dans le cas d'Euler qui est celui ou les extremités sont appuyés lors même que j'aurois raison de croire que $u=u$ je n'aurois pas le même moyen de m'en assurer parceque d'après l'analyse du cas IV p. 40 on a $u=0$ de sorte que la valeur de u/u resteroit indeterminée.

La multiplication des coefficients que vous avez la bonté de me faire remarquer m'avoit déjà paru une operation fort singulière, j'avois supposé qu'elle etoit employée a redresser l'erreur de l'hypothese en restituant au coefficients les valeurs qui conviennent au cas quatrieme savoit $u=0$ cæ. $u = 0$ cæ. Si la supposition de l'interruption de la courbe est fondée je ne puis concevoir, ce qui pourtant comme vous avez pris la peine de me le dire seroit hors de doute, qu'il faille rejeter la première solution et admettre la seconde, car je me suis assuré qu'il ya des cas ou en adoptant cette seconde solution les deux portions de la lame ne pourroit pas rendre le même son (v. n° 5) au contraire la première solution est conforme a l'experience. Après y avoir bien pensé j'avois déjà été porté a croire que l'hypothese d'Euler n'etoit pas admissible mais ce que vous m'avez fait l'honneur de me mander augmente encore mes doutes car il semble n'avoir voulu determiner principalement l'effet du simple appui parcequ'en effet la supposition d'un obstacle fixe equivaut a une separation absolut des deux portions de la lame et n'apprendroit rien que ne etat être contenu dans l'analyse des six cas et cependant en ne pourroit admettre que celle de ses solutions qui suppose l'obstacle fixe?

Se j'avois raison de croire que les deux series de coefficients sont identiques tout s'éclairceroit car l'equation finale n'est autre chose que l'equation III p. 152 qui a été plusieurs fois transformée au moyen des substitutions convenable et il est clair que si il etoit vrai que l'on doit prendre $u=u$, = cæ. cette equation auroit bien d'elle même de sorte que l'on n'en pourroit rien conclure et que la seconde solution que l'analyse du problème force d'admettre en suivant l'hypothese adoptée par Euler pourroit être rejetée sans absurdité.

Pour prouver que l'hypothese adoptée par Euler dans la solution de son problème n 47 est trop générale et qu'elle s'applique au genre de mouvemens que l'auteur semble avoir voulu exclure je citerai le passage suivant p. 150 "fieri autem posset ut eadem virga insuper in uno vel pluribus locis mediis simpliciter figatur quandoquidem hoc pacto communicatio inter motus diversarum partium non tollerentur" il en resulte que le cas ou le stilet est simplement appuyé est le seul dont Euler se propose l'examin, c'est ce qu'il expose p.151: "ac primo quidem patet, si virga in puncto si firmiter esset infixa, ommen plane communicationem inter ambas portiones EL et FL tolli,... verum si in puncto L tantum stylo figatur circa quem virga gyrari possit..." il ajoute "interam tamen hoc stilo continuitas curva per ambas portiones interrumpitur" ainsi il est clair que l'auteur a crû que la supposition du stilet simplement appuyé suffisoit pour interrompre la courbe. Cependant il obtient dans la suite deux solutions en prenant pour exemple $u=1/2$ la première relation au cas ou le stilet est simplement appuyé et dans celle là la courbe n'est pas interrompue, la seconde qui s'applique au cas ou le stilet est fixé et pour alors seulement la courbe est interrompue puis qu'est les deux suites de coefficients u , , , et u , , , ne sont plus semblables n'est on pas déjà autorisé a conclure que la supposition de l'interruption de la courbe ne peut convenir, que lors qu'il, contre l'intuition de l'auteur des effets de l'application du stilet fixé au point L? Dans la suite p. 151 il ajoute "scilicet dum hic etiam principio tantum motus regulares investigamus, qui conformes sunt pendulo simplici = k, pro motu utriusque portionis primus factor $c \sin(+$

$\sqrt{g/k}$ necessario idem manere debet, quoniam ambae portiones suas vibrationes eodem tempore similique modo peragere debent”.

Il est donc clair qu'il a voulu que les vibrations des deux portions de la lame séparées par le point se s'exécutassent dans le même tems et qui resulte de ce que le facteur $\cos(\alpha + \sqrt{g/k})$ doit être semblable pour chacun d'elles. Sans avoir recours à la solution générale relative au cas où le stylet seroit supposé fixé en L on peut remarquer par l'exemple même qu'il a choisis, exemple qui est évidemment le plus favorable à la condition qu'il exige puis que les deux portions dont il s'agit sont semblables entr'elles qu'il peut arriver que ces deux portions fassent leurs vibrations dans des tems different et par consequent que le facteur $\sin(\alpha + \sqrt{g/k})$ soit different pour chacune d'elles sans qu'elle cessent de satisfaire à la seconde solution contre la quelle je reclame: pour cela il suffit d'observer qu'il y a une infinité de valeur de l'angle $\alpha/2$ qui satisfont à l'équation

$$\text{tang} \frac{\alpha}{2} = \frac{e - 1}{e + 1}$$

et que, puis qu'il resulte de la fixité du stylet en le que le mouvement ne peut se communiquer de part et d'autre de ce point on peut satisfaire par des valeurs differentes de l'angle $\alpha/2$ à l'équation qui donne les mouvemens independans des deux portions de la lame et il est clair que ces diverses valeurs substituées dans l'expressions de $(\sqrt{g/k})$ rendent le facteur constant different pour ces deux portions.

Il me semble donc qu'Euler fait dans la solution n 51 deux suppositions qui s'excluent mutuellement l'une que la courbe est interrompue l'autre que le stylet est simplement appuyé et que de plus il en ajoute une troisième à la quelle il est possible d'échapper en admettant la première savoir que les vibrations de deux portions³⁰

From this it appears that Sophie Germain had not accepted Legendre's critique of her solution of the 'first kind'. In fact she was right and in his reply Legendre admitted his error, but then he proceeded to reveal a real error in Euler's work [Bucciarelli and Dworsky, 1980, p. 47, 48].

The following is the draft of a letter that Germain wrote to J.-L. Lagrange, in fact the mathematical content concerns the *Mémoire sur la théorie des variations des éléments des planètes et en particulier des variations des grands axes de leur orbites* [Lagrange, 1873, VI, p. 713–768]. Since Lagrange read the memoir at the Institute of the Paris Academy of Sciences on the 22nd of August 1808, the letter may have been written in the autumn of that year.

Monsieur,

je vous dois des merci[e]mens pour le mémoire qui le libraire m'a remis de votre part. J'ai pris la liberté de vous faire demander cet ouvrage parce que je n'avois pas d'autre moyen de me le procurer. J'ai vu avec le plus grand plaisir la belle analyse que vous y avez développée j'y ai reconnu l'auteur de la mécanique analytique qui bien different de l'auteur de la mécanique celeste traite toujours les questions de la maniere la plus directe et la plus lumineuse en vous témoignant mon admiration constante pour vos ouvrages et ma prédilection pour votre methode je n'ai d'autre intention que de vous prouver l'inaltérabilité des sentimens distingués que vos talens superieurs m'ont depuis longtems inspirés car je sais, auresse que mon jugement ne merité pas de tenir place parmi ceux des savans qui le partagent.

J'ai remarqué quelques fautes d'impression je vais vous les indiquer parce que le mémoire n'est pas encore publiée et que je connois votre gout pour l'exactitude... [she

³⁰ NFL cass. 11, ins. 271 cc. 1-4.

noticed five misprints, but although these helped me to recognize the letter as addressed to Lagrange, I do not report on them here].

Le n° 26 a mis mon intelligence en défaut je n'ai j'amaï pu voir comment l'équation

$$\frac{d \Omega}{dg} = \frac{d \Omega}{d} \cos h + \frac{d \Omega}{dg}$$

pouvois subsister autrement que dans la supposition $\cosh = 0$ j'aurois été portée a regarder comme la valeur de f relative a cette supposition particulière. Si je n'avois trouvé \sinh écrit dans toutes les formules suivantes et si les transformations du n° cité n'étoient pas indiquées comme des simplifications des valeurs générales des quantités dont il traite.

La conclusion la plus naturelle est que je me trompe mais si ce n'étoit pas trop compter sur votre complaisance je vous prierois de me dire la cause de mon erreur car je mets toujours le plus grand intérêt a entendre vos ouvrages puis que dans leur moindres détails j'espère, Monsieur, que ce motif excusera a vos yeux la question que je vous présente et que vous ne dédaignerez pas de répondre et que vous agréerez l'assurance de mon profond respect.³¹

1808 was a critical year in the scientific life of Sophie Germain. As already noted, after the experiments performed by Chladni that year, she devoted herself to the study of vibrating plates. She started from Euler's results trying to apply the new variational methods of Lagrange, methods with which she never became really acquainted.

Acknowledgement.

It is a pleasure to thank the librarians of the Biblioteca Moreniana of Florence for their kind hospitality during my research in the *Fondo Palagi-Libri* and *Nuovo Fondo Libri*, and in particular P. Panizza for his assistance in the transcription of S. Germain's letters.

References

Bucciarelli, L.L. and Dworsky, N. 1980. *Sophie Germain, An Essay in the Theory of the Elasticity*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.

Belhoste, B., 1991. *Augustin-Louis Cauchy a biography*, Springer, New York.

Boncompagni, B. 1880. Cinq lettres de Sophie Germain à Charles-Frederic Gauss, *Archiv. Der Math. Phys, Lit. Bericht*, CCLIX, 27-31 and CCLXI, 3-10.

Candido, G., 1942. Il fondo "Palagi-Libri" della Biblioteca Moreniana di Firenze, in *Atti del II° Congresso della Unione Matematica Italiana*, Cremonese, pp. 841-885.

Dahan-Dalmédico, A. 1987. Mécanique et théorie des surfaces: le travaux de Sophie Germain, *Hist. Math.* 14, 347-365.

Del Centina, A. 2002_a. The manuscript of Abel's parisian memoir found in its entirety, *Hist. Math.* 29, 65-69 and Corrigendum, *Hist. Math.* 30 (2003), 94-95.

³¹ NFL cass. 10, ins. 214.

——— 2002_b. Abel's manuscripts in the Libri collection: their history and their fate, in: *Il manoscritto parigino di Abel conservato nella Biblioteca Moreniana di Firenze* (both Italian and English), a cura di A. Del Centina, Olschki, Firenze, pp. 87-103.

Dunnington, G.W. 1955. *Carl Friederich Gauss, Titan of Science: a study of his life and work*, Hafner, New York.

Edwards, H.M. 1977. *Fermat's last theorem: a genetic introduction to algebraic number theory*, Springer, New York.

Gauss, C.F. 1975. *Werke, Briefwechsel mit H.C. Schumacher*, 3 vols, G. Olms Verlag, Hildesheim.

Germain, S. 1826. *Remarques sur la nature, les bornes et l'étendue de la question des surfaces élastiques*, Huzard et Courcier, Paris.

Grattan-Guinness, I. 1984. Note sur les manuscrits de Libri conservés à Florence, *Rev. Hist. des Sciences* 37, 75-76.

Henry, C. 1879. Les manuscrits de Sophie Germain et leur récent éditeur, Documents nouveaux, *Revue Phil.* 8, 619-641.

Lagrange, J.-L. 1867–1892. *Oeuvres de Lagrange*, J.A. Serret ed., 14 vols. Paris.

Legendre, A.-M. 1823. Recherches sur quelques objets d'analyse indéterminée, et particulièrement sur le théorème de Fermat, *Mém. Acad. Roy. Sci. Institut de France*, 6, 1-60.

Libri, G. 1832. Notice sur Mademoiselle Sophie Germain, in: Germain S., *Considérations générales sur l'état des sciences et des lettres aux différentes époques de leur culture*, Lerbhettes ed., Paris, 11-16.

Maccioni, P. A. and Mostert, M. 1995. *The life of Guglielmo Libri (1802-1869); scientist, patriot, scholar, journalist and thief: a nineteenth-century story*, Verloren Publisher, Hilversum.

Procissi, A. 1947. Sopra una questione di teoria dei numeri di Guglielmo Libri ed una lettera inedita di Agostino Cauchy, *Boll. Un. Mat. It.* 3^a serie, II 46-51.

Ribenboim, P. 1999. *Fermat's last theorem for amateurs*, Springer, New York.

Sampson, J.H. 1990. Sophie Germain and the theory of numbers, *Arch. Hist. Ex. Sci.* 41, 157-161.

Stubhaug, A. 2000. *Niels Henrik Abel and his times, called too soon by flames afar*, Springer, Berlin.

Stupuy, H. 1879. *Oeuvres philosophiques de Sophie Germain*, Ritti, Paris.

Truesdell, C. 1991. Sophie Germain: Fame earned by stubborn error, *Boll. Storia delle Sc. Mat.* XI, 3-24.