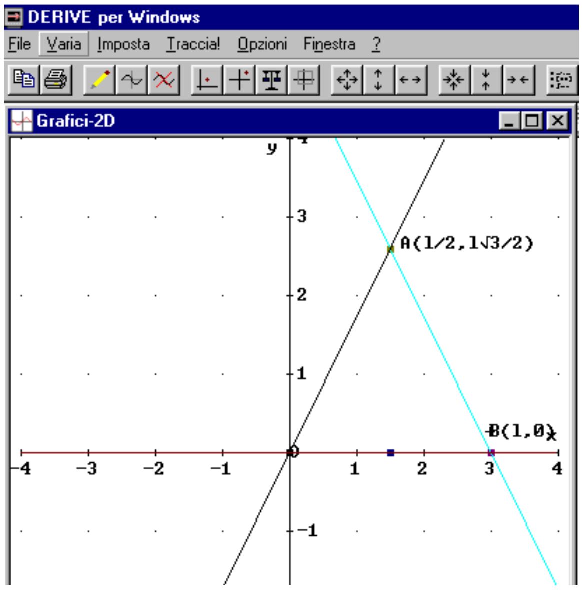
ProbleMAT 10/03 (Cane, Desogus, Gugliotta, Lunghi, Lupi, Oliveri,Tallone, Vommaro – IV A Programmatori - ITCG “Ruffini” - Imperia).



Consideriamo un riferimento cartesiano come in figura.

Sia l il lato del triangolo equilatero.Siano O(0,0) A $\left(\frac{l}{2}, \frac{l\sqrt{3}}{2}\right)$ B (l, 0). Indichiamo con M (x,y) il generico punto interno al triangolo OAB.

<u>Prima condizione</u>: 0<x<l e $0<y<\frac{l\sqrt{3}}{2}$

Equazione della retta OA: $y=\sqrt{3}x$

<u>Seconda condizione</u>: $y<\sqrt{3}x$

Equazione della retta OB: y=0

Equazione della retta AB: $\dfrac{y-\frac{l\sqrt{3}}{2}}{-\frac{l\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{x-\frac{l}{2}}{l-\frac{l}{2}} \rightarrow \quad y=-\sqrt{3}\,x+l\sqrt{3}$

<u>Terza condizione</u>: $y<-\sqrt{3}\,x+l\sqrt{3}$

Distanza MD di M dalla retta OA : $\dfrac{|y-\sqrt{3}x|}{\sqrt{1+3}}=\dfrac{|y-\sqrt{3}x|}{2}=\dfrac{-y+\sqrt{3}x}{2}$ (per la seconda condizione)

Distanza ME di M dalla retta AB : $\dfrac{|y+\sqrt{3}x-l\sqrt{3}|}{2}=\dfrac{-y-\sqrt{3}x+l\sqrt{3}}{2}$ (per la terza condizione)

Distanza MF di M dalla retta OB : $|y|=y$ (per la prima condizione)

Condizione da imporre: ognuno dei tre segmenti deve essere minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza. Dalla casistica, rimangono :
MD < ME + MF ME < MD + MF MF < MD + ME

MD < ME + MF:

$$\frac{-y+\sqrt{3}x}{2} < \frac{-y-\sqrt{3}x+l\sqrt{3}}{2} + y \rightarrow 2y > 2\sqrt{3}\,x - l\,\sqrt{3} \rightarrow$$

<u>Quarta condizione</u> : y > $\sqrt{3}x-\frac{l\sqrt{3}}{2}$ L'equazione y = $\sqrt{3}x-\frac{l\sqrt{3}}{2}$ rappresenta la retta parallela ad OA passante per K ($\frac{l}{2}$,0)

ME < MD + MF

$$\frac{-y-\sqrt{3}x+l\sqrt{3}}{2} < \frac{-y+\sqrt{3}x}{2} + y \rightarrow 2y > -2\sqrt{3}\,x + l\,\sqrt{3} \rightarrow$$

<u>Quinta condizione</u> : y > $-\sqrt{3}x+\frac{l\sqrt{3}}{2}$ L'equazione y = $-\sqrt{3}x+\frac{l\sqrt{3}}{2}$ rappresenta la retta parallela ad AB passante per K($\frac{l}{2}$,0)

MF < MD + ME

$$y < \frac{-y+\sqrt{3}x}{2} + \frac{-y-\sqrt{3}x+l\sqrt{3}}{2} \rightarrow 4y < l\,\sqrt{3} \rightarrow$$

<u>Sesta condizione</u> : y < $\frac{l\sqrt{3}}{4}$ L'equazione y = $\frac{l\sqrt{3}}{4}$ rappresenta una retta parallela all'asse y.

Il punto M, in base alle condizioni individuate, deve appartenere ad un triangolo di vertici K F G , dove F e G sono le intersezioni fra le rette y = $-\sqrt{3}x+\frac{l\sqrt{3}}{2}$ y = $\sqrt{3}x-\frac{l\sqrt{3}}{2}$ e la retta y = $\frac{l\sqrt{3}}{4}$, ossia, K ($\frac{l}{2}$,0) F($\frac{l}{4}$,$\frac{l\sqrt{3}}{4}$) G ($\frac{3l}{4}$,$\frac{l\sqrt{3}}{4}$)

Calcoliamo l'area di ABC = $\frac{1}{2}\cdot l\cdot\frac{l\sqrt{3}}{2}=\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

Calcoliamo l'area di KFG = $\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{2}\cdot\frac{l\sqrt{3}}{4}=\frac{l^2\sqrt{3}}{16}$

Il rapporto tra le aree è la probabilità richiesta p = $\dfrac{\frac{l^2\sqrt{3}}{16}}{\frac{l^2\sqrt{3}}{4}}=\frac{1}{4}$