

Si verifica facilmente che la probabilità è del 25%.

DIMOSTRAZIONE:

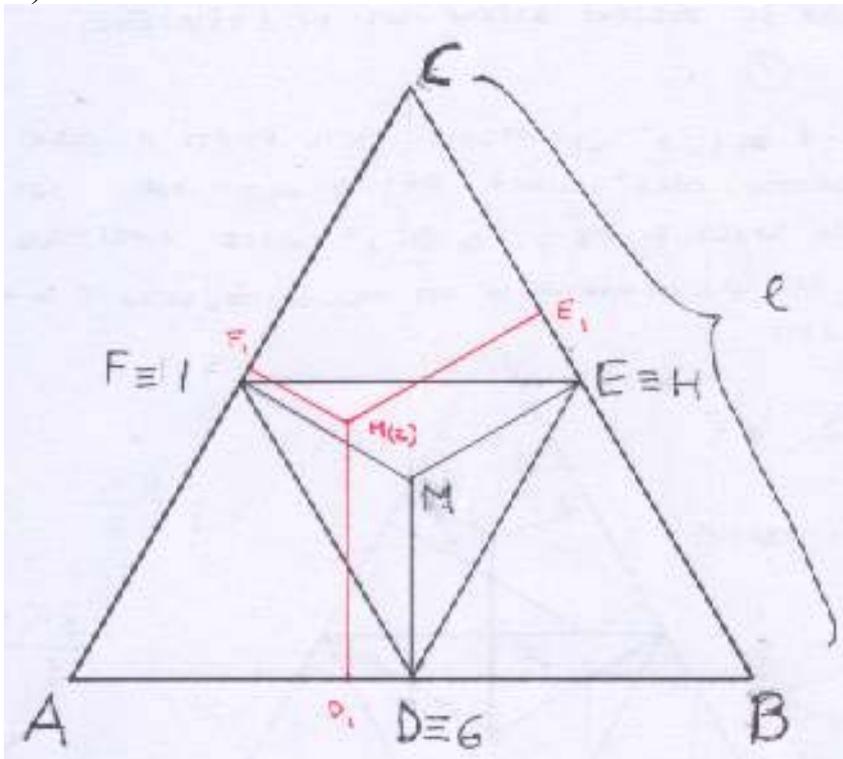
Posta come condizione NECESSARIA e SUFFICIENTE, affinché MD, ME, MF, possano essere i lati di un triangolo, la seguente relazione:

1) **MD < ME + MF** (con MD lato maggiore)

si dimostra che essa è verificata solo nel caso in cui il punto M cada all'interno del triangolo individuato dall'unione dei punti medi di ogni lato del triangolo ABC (GHI).

Infatti

A) I caso:



è evidente che ponendo M all'interno del triangolo GHI (3 p. medi) la massima misura che MD (arbitrariamente preso come lato maggiore) può assumere è sicuramente:

2) $MD < \sqrt{3}L/4$ (corrispondente a metà dell'altezza di ABC)

quantità che viene in ogni caso superata dalla somma di ME + MF, in quanto:

3) $ME + MF > IH > \sqrt{3}L/4$ (in quanto il lato IH $L/2$ è maggiore dell'altezza a lui corrispondente che equivale a $\sqrt{3}L/4$).

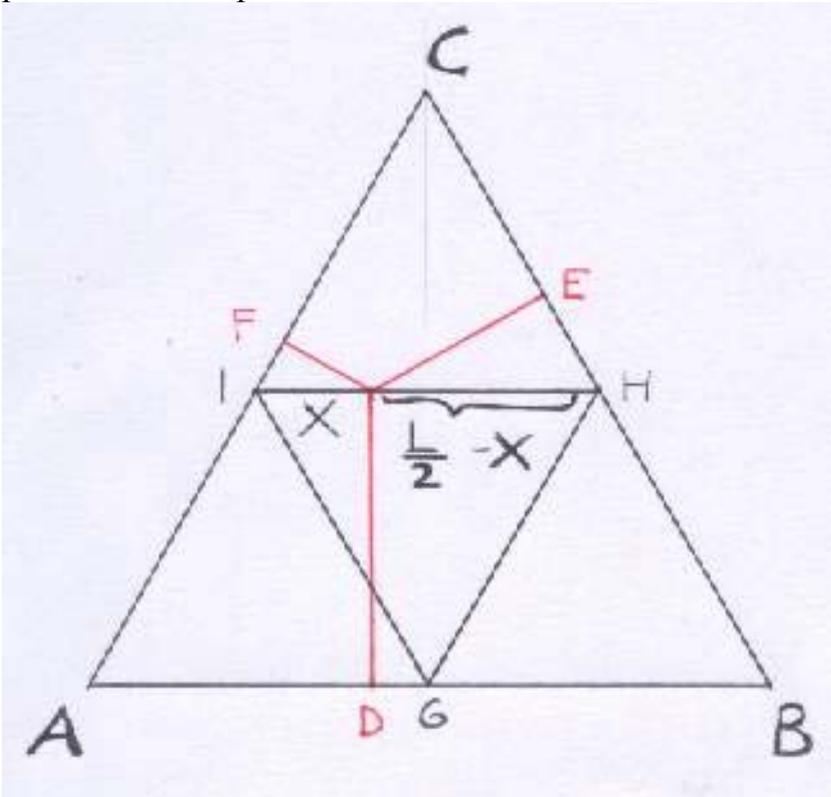
Dunque a maggior ragione dal confronto della 2 e della 3 si ha:

ME + MF > MD che equivale alla 1. C.V.D.

Nel caso particolare in cui M sia il baricentro avremo:

$ME + MF > MD = 2(\sqrt{3}L/6) > \sqrt{3}L/6$ cioè la possibilità di formare 1 triangolo equilatero di lato $\sqrt{3}L/6$.

B) II caso:
ponendo M sul perimetro di GHI si avrà:



in questo caso la 1 diventa:

$$MD = ME + MF$$

$$\text{Infatti } MD = \sqrt{3}L/4$$

$$ME = \sqrt{3}/2 (L/2 - x)$$

$$MF = \sqrt{3}x/2$$

E la somma $ME + MF = \sqrt{3}L/4 - \sqrt{3}x/2 + \sqrt{3}x/2 = \sqrt{3}L/4 = MD$. C.V.D.

C) III caso:

è evidente che man mano che ci si sposta all'esterno del triangolo GHI la misura di MD aumenta mentre quella di ME, MF, e conseguentemente la loro somma diminuiscono. Avendo trovato come caso limite il precedente (per M collocato sul perimetro di GHI) è superfluo dimostrare l'assurdità della 1 per $MD > \sqrt{3}L/4$ in quanto sicuramente $ME + MF < \sqrt{3}L/4$ come conseguenza del caso B essendo ME e MF ovviamente minori.

CONCLUSIONE:

l'unico caso che verifica l'ipotesi è dunque il caso A ovvero per MD (o lato maggiore) $< \sqrt{3}L/4$ cioè per M interno a GHI. Essendo la superficie di questo triangolo 1/4 della superficie totale di ABC la possibilità che preso un M arbitrario MD, ME, MF possano essere i lati di un triangolo è del 25%.

A CURA DI:

Bidoli Andrea