

probleMATEMATICamente 13 - 27 Ottobre 2003

\*\*\*\*\* Da un punto M, interno ad un triangolo equilatero, si conducano le perpendicolari MD, ME, MF a ognuno dei lati. Qual è la probabilità che MD, ME, MF possano essere i lati di un triangolo?

Dato il soprastante problema, si dimostra che la soluzione è  $\frac{1}{4}$ .

- Inseriamo il triangolo equilatero ABC di base AB in un piano cartesiano in modo tale che le coordinate dei vertici siano: A(0 , 0) ; B(2 , 0) ; C(1 ,  $\sqrt{3}$ )
- Consideriamo il punto M (x , y)
- Chiamiamo a la distanza di M dalla retta BC, b la distanza di M dalla retta AC e c la distanza di M dalla retta AB.
- Poniamo a sistema le 3 disequazioni che traducono il seguente teorema:  
 $a + b > c$  e  $a + c > b$  e  $b + c > a$
- otteniamo:  $y < \sqrt{3}/2$  e  $y > \sqrt{3}x - \sqrt{3}$  e  $y > -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$
- l'intersezione di questi 3 semipiani fornisce un triangolo di area pari ad  $\frac{1}{4}$  dell'area di ABC in ragione del fatto che DEF ha altezza di lunghezza  $\frac{1}{2}CH$  e i suoi 3 lati appartengono a 3 rispettive rette parallele a AB , AC e BC. I triangoli sono dunque simili, con rapporto fra aree pari a  $\frac{1}{4}$ .

Soluzione elaborata dal gruppo di lavoro numero 1, composto da **Anna Cavallari, Hilary Civettini, Daniela Zanelli e Andrea Turcato.**  
(Alunni del triennio del liceo scientifico "Falcone" di Asola MN)