Problema di Febbraio.

Sia P un punto qualunque sulla circonferenza, quindi P(a,sqrt(1-a^2)) con (a) numero reale tale che -1<=a<=1.
Da P conduciamo la retta parallela all'asse delle x, sia $P_1$ il punto d'incontro di tale retta con la circonferenza dunque $P_1$(-a,sqrt(1-a^2)).
Da $P_1$ conduciamo la parallela all'asse delle y e chiamiamo $P_2$ il punto d'incontro di tale retta con la circonferenza, trovando che $P_2$(-a,-sqrt(1-a^2)).
Ora da $P_2$ conduciamo la parallela all'asse delle x e chiamiamo $P_3$ il nuovo punto d'incontro con la circonferenza, quindi $P_3$(a,-sqrt(1-a^2)); infine congiungiamo i 4 punti così trovati e otteniamo un rettangolo inscritto nella circonferenza, sia j tale rettangolo.

**Dimostriamo ora che se Q è un punto interno a j allora il rettangolo di diagonale PQ è contenuto completamente in j e quindi nella circonferenza di partenza.**

Sia quindi Q un punto interno a j, H e T i rimanenti vertici del rettangolo con diagonale PQ.
Tracciamo i lati PT e PH e notiamo che giacciono completamente, rispettivamente sui segmenti $PP_1$ e $PP_3$, dunque l'intero rettangolo giace all'interno di j.

**Dimostriamo ora che se Q è un punto che non appartiene a j il rettangolo con diagonale PQ ha necessariamente almeno un punto al di fuori della circonferenza .**

Sia Q un punto che non appartiene a j, supponiamo che Q si trovi nella porzione di cerchio al di sopra del segmento $PP_1$ e la dimostrazione è analoga a quella che si avrebbe se Q si trovasse nella parte di cerchio al di sotto di $P_2P_3$.
Dunque le coordinate di Q saranno del tipo (b,q) con b numero reale tale che –a<=b<=a e q numero reale tale che sqrt(1-a^2)<=q<=1 e le coordinate di H e T (i restanti vertici del rettangolo) saranno H(b,sqrt(1-a^2)) e T(a, q), arrivati a questo punto è facile vedere che T non appartiene al cerchio infatti se così non fosse la retta parallela all'asse delle y passante per P dovrebbe avere tre intersezioni con la circonferenza, ma questo è assurdo.

Allo stesso modo si dimostra l'asserto se Q è preso all'interno del cerchio a destra del segmento $PP_3$ e a sinistra del segmento $P_1P_2$.

Dunque da quanto detto sopra si evince che la probabilità cercata è data dall'area di j fratto l'area del cerchio:

P(a)=4*a*sqrt(1-a^2)/Pi con Pi indico Pi_greco con -1<=a<=1.

La probabilità totale sarà dunque il doppio dell'integrale da 0 a 1 di P(a) dunque :
Int(0..1)(P(a)d(a))=-2/Pi(-2/3) cioè 4/3*1/Pi, dunque l'integrale cercato vale 8/3Pi dunque circa 0.85.
Da cui si ha che la probabilità è circa l'85%.

Pinamonti Andrea

Appassionato