ProbleMAT12 – classe IV A Programmatori – ITCG “Ruffini” Imperia

Sia $y^2 = 4ax \to x = \frac{y^2}{4a}$ l’equazione della parabola con asse di simmetria coincidente con l’asse delle ascisse e vertice in O.

Un punto P generico appartenente a tale parabola ha coordinate $P(\frac{y^2}{4a}, y)$

La retta PO passante per P e per l’origine ha equazione $y = m\frac{y^2}{4a} \to 1 = m\frac{y}{4a} \to y = \frac{4a}{m}$

poiché y è diverso da 0 in P.

Il punto P ha dunque coordinate

$(\frac{16a^2}{m^2 4a}, \frac{4a}{m}) = (\frac{4a}{m^2}, \frac{4a}{m})$

La retta per O perpendicolare a PO ha equazione $y = -\frac{1}{m}\frac{y^2}{4a} \to 1 = -\frac{1}{m}\frac{y}{4a} \to y = -4am$

La retta y=-4am interseca la parabola in P’ $(\frac{16a^2m^2}{4a}, -4am) = (4am^2, -4am)$

L’equazione della retta PP’ è:

$$\frac{(y+4am)}{(\frac{4a}{m}+4am)} = \frac{(x-4am^2)}{(\frac{4a}{m^2}-4am^2)} \to y + 4am = \frac{(x-4am^2)m}{(1-m^2)}$$

Intersecando con l’asse x ossia con y=0 si ottiene $4a-4am^2+4am^2=x \to x=4a$

Il punto di intersezione M (4a,0) è indipendente da m, quindi ogni retta PP’ ottenuta con il procedimento descritto passa per M.