

## IPOTESI

FH è tangente a  $\Gamma_1$  e a  $\Gamma_2$

IE è tangente a  $\Gamma_1$  e a  $\Gamma_2$

## TESI

EHIF è rettangolo

Facendo riferimento alla figura posso dire:

GF = GE e GH = GE perché segmenti di tangenza condotti da un punto esterno alle circonferenze

FD e HC sono perpendicolari a FH ; quindi FD è parallelo ad HC

L'angolo  $\widehat{EHC}$  è complementare di  $\widehat{CHB}$  perché  $\widehat{EHB}$  è inscritto in una semicirconferenza

$\widehat{EHC}$  è complementare di  $\widehat{GHE}$  perché HC è perpendicolare a FH; quindi  $\widehat{CHB} = \widehat{GHE}$ .

$\widehat{HEB} = \widehat{CHE}$  perché ECH è un triangolo isoscele.

EI è perpendicolare a B'B quindi  $\widehat{IEH} = \widehat{HBC}$  perché complementari di  $\widehat{HEB}$ .

Poiché non posso ipotizzare che B'FI siano allineati, immagino di prolungare B'F e BH fino alla loro intersezione in un punto che chiamo I'.

$\widehat{I'HG}$  è complementare di  $\widehat{GHE}$

$\widehat{FDB'} = \widehat{HCE}$  perché corrispondenti formati dalle parallele FD e HC con la trasversale B'B

FD = DB' perché raggi quindi gli angoli  $\widehat{DFB'} = \widehat{DB'F}$ .

Con analoghe considerazioni su  $\Gamma_1$  si hanno analoghe congruenze per gli altri angoli.

Deduciamo  $\widehat{F'EH} = 90^\circ$ .

Nel triangolo B'I'B si ha l'angolo in I' =  $90^\circ$  perché uguale a  $180^\circ - \widehat{FB'B} - \widehat{I'BB'}$  quindi I' appartiene a  $\Gamma$ .

I'H è parallelo ad FE perché formano angoli alterni interni  $\widehat{EFH} = \widehat{I'HF}$  quindi FI'HE è un rettangolo.

Rimane da dimostrare che I' coincide con I.

Se per assurdo questo non fosse vero i triangoli I'EH ed EFH sarebbero uguali avendo HE in comune,  $\widehat{H} = \widehat{E} = 90^\circ$  e I'H = FE perché lati opposti del rettangolo.

Questo implicherebbe  $\widehat{I'EH} = \widehat{FHE}$  e cioè  $\widehat{I'EH} = \widehat{I'EH}$ : assurdo!!!!