Prima dimostrazione

I termini della successione hanno questa proprietà:
$a_n= 2a_{n-1}+(-1)^n$
Dunque la somma di due termini successivi è:
$a_n+ a_{n+1} = 2 a_{n-1}+(-1)^n+2a_n+(-1)^{n+1}$ Poiché $(-1)^n$ e $(-1)^{n+1}$ sono sempre opposti, otteniamo:
$a_n+ a_{n+1}=2 a_{n-1}+2a_n=2 (a_{n-1}+a_n)= 2*2*(a_{n-2}+2a_{n-1})=2*2*2*\ldots(a_2+a_1)=2*2*2*\ldots(3+1)= 2*2*2*\ldots2^2=2^{n+1}$ c.v.d.

Seconda dimostrazione
Per ipotesi $a_n= a_{n-1}+2 a_{n-2}$
Dobbiamo dimostrare che la somma di due termini successivi e una potenza di due.
Procediamo per induzione.
Chiamando $a_0=1$ e $a_1=3$, la proprietà è vera per n=1 in quanto $a_0+a_1=1+3=4=2^2$.
Supponiamo che la proprietà sia vera per n-1 cioè che sia $a_{n-2}+ a_{n-1}=2^h$.
Possiamo perciò ricavare:
$a_{n-1}=2^h - a_{n-2}$ Tenendo conto anche della proprietà per n-1, otteniamo:
$a_{n-1}+ a_n=(2^h - a_{n-2}) + (a_{n-1}+ 2a_{n-2}) = 2^h + a_{n-2} + a_{n-1}= 2^h + 2^h = 2* 2^h =2^{h+1}$ c.v.d.

Amoretti Davide, Barutto Serena, Donte Manuel, Fatone Manuela,Gugliotta Valerio, La Gamba Sara, Paese Silvia, Roccaforte Daniela,Tallone Luca (classe III A Programmatori ITCG "Ruffini" Imperia)