
ProbleMATEMATICamente 11 - 25 Novembre 2002

Trovare una dimostrazione del seguente fatto.

Nella successione

1, 3, 5, 11, 21, 43, ...

in cui i primi due termini sono 1 e 3 e ciascuno dei successivi è la somma del precedente e del doppio dell'antiprecedente, la somma di due termini consecutivi qualunque è una potenza di 2.

Inviare le soluzioni al problema entro il 25 Novembre 2002 a:

probmat@arci01.scuole.bo.it

SOLUZIONE PROPOSTA da Silvia CONFALONE e Pier Matteo SINIBALDI della classe IV sezione B dell'IPSAA "C. Parisani Strampelli" di Rieti (problema presentato dall'insegnante, iscritta alla lista CabriNews, Angela D'Amato).

Dimostriamo che la tesi è valida per i primi numeri:

$1+3 = 4 = 2^2$; $3+5 = 8 = 2^3$; $5+11 = 16 = 2^4$.

Applichiamo il principio di Induzione per dimostrare la validità del Teorema.

Verifichiamo che, se x, y, z sono tre numeri consecutivi della successione, e se $x+y = 2^n$, deve risultare $y+z = 2^{n+1}$.

Nella successione 1, 3, 5,, x, y, z, \dots ,

$z = 2x+y$ per come è definita la successione;

$x+y = 2^n$ per l'ipotesi che abbiamo assunto;

segue che:

$$y+z = y+2x+y$$

$$y+z = 2x+2y$$

$$y+z = 2(x+y)$$

$$y+z = 2 \cdot 2^n$$

$$y+z = 2^{n+1} \quad \text{C.V.D.}$$