

Salve, Sono un alunno del "Liceo Scientifico Da Procida" di Salerno. Mi chiamo Pietro Cavallo, frequento la IVa D.

Di seguito vi scrivo la seguente risoluzione del problema di Novembre:

Abbiamo la seguente successione: a, b, c, d, \dots

con $c=b+2a, d=c+2b \dots$ ecc.

dobbiamo dimostrare che $a+b, b+c, c+d \dots$ sono potenze di 2.

dimostriamo che l'uguaglianza $a+b=1/2(b+c)$ è vera:

$$a+b=1/2(b+c)$$

$$c=b+2a$$

$$a+b=1/2(b+b+2a)$$

$$a+b=1/2(2b+2a)$$

$$a+b=a+b \text{ quindi } b+c=2(a+b)$$

cioè la somma di due numeri consecutivi è il doppio di quella del primo numero considerato e del suo precedente.

Avremo così una successione di somme (con $K=a+b$) come la seguente:

$K, 2K, 4K, \dots$ (con i coefficienti di K sempre potenze di 2)

basta ora dimostrare che la somma dei primi due numeri della successione sia una potenza di due, in quanto moltiplicando due potenze di 2 si otterrà sempre una potenza di 2.

Siccome i primi due numeri della successione sono 1 e 3, $K=1+3=4$.

Siccome 4 è una potenza di 2 abbiamo dimostrato nella successione data la somma di due termini consecutivi qualunque è una potenza di 2.