ProbleMATEMATICAmente - Gennaio 2003

Soluzione di Simone Carli V A Programmatori ITCG “Ruffini” di Imperia

Nell'ambito del Laboratorio di matematica, dopo aver osservato i tentativi fatti con *Derive* dai miei compagni di terza, ho risolto il problema usando l'analisi delle funzioni in una variabile reale.

Ho ragionato così: una funzione e la sua inversa hanno il grafico simmetrico rispetto alla bisettrice del primo e terzo quadrante ($y = x$).

Se la funzione esponenziale a^x e la sua inversa hanno punti in comune, devono averli sulla bisettrice e inoltre il logaritmo in base a di x è, per definizione, il numero a cui elevare a per ottenere x.

Ho cercato dunque la condizione perché la funzione a^x intersechi la bisettrice. Ho risolto perciò l'equazione $a^x = x$.

Ho provato inutilmente con il comando *Risolvi equazione* di *Derive*.

Ho pensato di studiare la funzione $y = a^x - x$.

Ho ottenuto che interseca l'asse x in $x = e$^(1/e). Ne ho dedotto che i grafici del problema non si intersecano per a>e^(1/e). Ho verificato con *Derive*.

```
Chiediamo di risolvere:
a^x=x

SOLVE(a^x=x,x)

y=a^x-x

Intersezione asse y
y=a^0-0

Semplificazione
y=1

Derivata(a^x-x,x)
DIF(a^x-x,x)

Semplificazione
a^x*LN(a)-1

La funzione ha un minimo in x= 1/ln(a)

Il minimo vale:
a^(1/LN(a))-1/LN(a)

Mi chiedo quando e-1/ln(a) è minore di zero
e-1/LN(a)<0

1/e>LN(a)
```

Tengo conto che e^x è crescente"

e^(1/e)>a

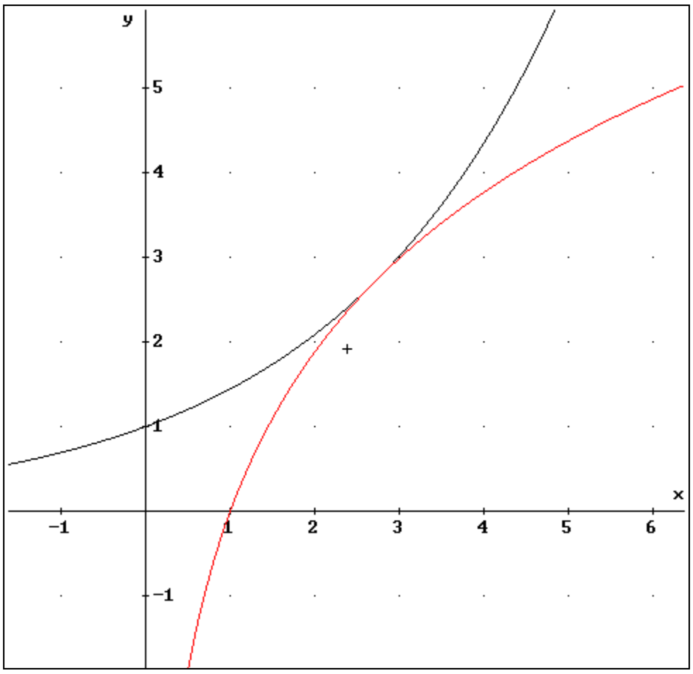
In questo caso la funzione a^x - x interseca l'asse x in due punti

...ossia a^x=x ha due soluzioni distinte

Se a=e^(1/e) la funzione a^x-x ha il minimo sull'asse x ossia ha un solo punto in comune con l'asse x

Faccio la verifica grafica

EXP(1/EXP(1))^x
LOG(x, EXP(1/EXP(1)))



Approssimazione (e^(e^(-1)))
1.44466