FLAT*landia*

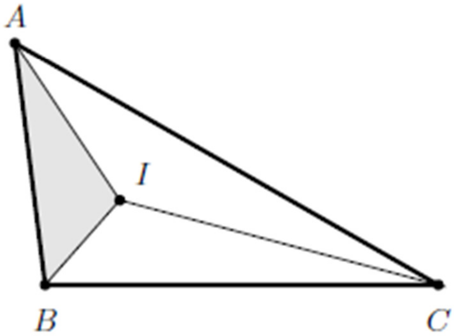
Rubrica mensile di problemi di geometria per studentesse e studenti della Scuola secondaria

Flatlandia – Problema di maggio 2026 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

L'incentro I di un triangolo ABC è unito ai tre vertici del triangolo, che rimane quindi diviso in tre triangoli più piccoli (vedi figura). Se uno di questi tre triangoli, per esempio ABI, è simile al triangolo ABC, determinare la misura dei suoi angoli. Che cosa si osserva?

Sugg. Esprimere la misura degli angoli in radianti.



Commento

Il problema di maggio partiva dalla similitudine tra un triangolo e uno dei triangoli ottenuti congiungendo l'incentro con i vertici di un lato. Risolvendolo era possibile scoprire una bella proprietà tra gli angoli.

L'unica risposta è stata ricevuta da questa scuola:

- I.I.S. Liceo Scientifico tradiz. "G. Bruno-R. Franchetti", Mestre Venezia (VE)

Nota. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse. Per rispetto della privacy mettiamo solo l'iniziale del cognome delle studentesse e degli studenti che hanno inviato le soluzioni.*

Soluzione arrivata

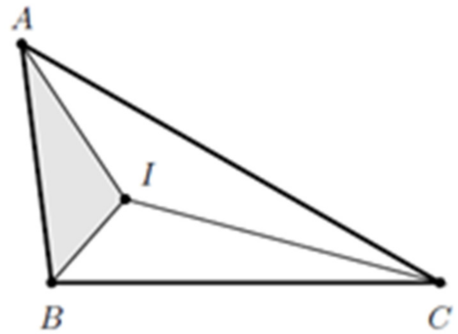
Soluzione inviata da: Gianmaria O. - LS tradizionale Classe 4^E, I.I.S. “G. Bruno e R. Franchetti”, Mestre - VE

Il quesito è stato svolto correttamente, tranne qualche imprecisione, che abbiamo indicato in rosso.

Flatlandia - Problema (inviare le soluzioni dall’8 al 29 maggio)

L’incentro I di un triangolo ABC è unito ai tre vertici del triangolo, che rimane quindi diviso in tre triangoli più piccoli (vedi figura). Se uno di questi tre triangoli, per esempio ABI, è simile al triangolo ABC, determinare la misura dei suoi angoli. Che cosa si osserva?

Sugg. Esprimere la misura degli angoli in radianti.



Poniamo per assurdo che ∠IBA=∠IAB, dato che ABI e ABC sono simili, anche i rispettivi angoli devono essere congruenti, però: $\angle IAB < 2\angle IAB[=] \leq BAC \Rightarrow \angle IAB \neq \angle BAC$.

Essendo ∠IBA=∠IAB, allora: $\angle IAB < 2\angle IAB = 2\angle IBA = \angle ABC \Rightarrow \angle IAB \neq \angle ABC$.

Per esclusione ∠IAB=∠ACB, per la proprietà transitiva ∠IBA=∠IAB=∠ACB, perciò anche ABC è isoscele con ∠ACB come angolo alla base, dunque ∠ACB=∠IAB e ∠ACB=2∠IAB, il che è assurdo, quindi ∠IBA≠∠IAB.

W.L.O.G. ["Without Loss of Generality"] sia ∠IBA>∠IAB, dato che ABI e ABC sono simili, anche i rispettivi angoli devono essere congruenti, come abbiamo dimostrato prima ∠IAB≠∠BAC e analogamente $\angle IAB$ $[<]$ $\angle IBA < 2\angle IBA[=] < \angle ABC \Rightarrow \angle IAB \neq \angle BAC$, dunque per esclusione ∠IAB [≠] =∠ACB.

Riguardo ∠IBA possiamo dedurre che $\angle IBA < 2\angle IBA = \angle ABC \Rightarrow \angle IBA \neq \angle BAC$.

L’angolo $\angle IBA > \angle IAB = \angle ACB \Rightarrow \angle IBA \neq \angle ACB$, per esclusione ∠IBA=∠BAC, per la proprietà transitiva ∠IBA=2∠IAB.

Per esclusione ∠AIB=∠ABC, sempre per la proprietà transitiva, ∠AIB=2∠IBA, e in conclusione ∠AIB=2*2∠IAB=4∠IAB.

Essendo che la somma degli angoli interni di un triangolo è π otteniamo che $\angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = \pi \Rightarrow 4\angle IAB + \angle IAB + 2\angle IAB = \pi \Rightarrow 7\angle IAB = \pi \Rightarrow \angle IAB = \pi/7$, e perciò $\angle IBA=2\pi/7$ e $\angle IBA=4\pi/7$, notiamo che gli angoli [le misure degli angoli] sono in progressione geometrica di ragione 2.