FLAT*landia*

Rubrica mensile di problemi di geometria per studentesse e studenti della Scuola secondaria

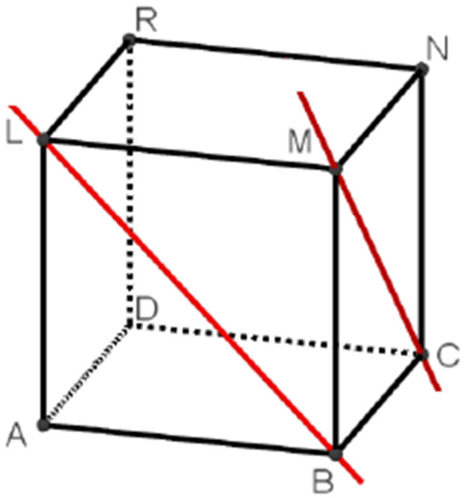
Flatlandia – Problema di marzo 2026 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Problema (inviare le soluzioni dal 7 al 28 aprile)

a) Nello spazio si può sempre definire l'angolo formato tra due rette, anche quando non sono complanari. In che modo?

b) Dato un cubo, costruire due qualsiasi diagonali sulla stessa faccia oppure su due facce diverse (come, per esempio, in figura). Determinare quali angoli queste due diagonali possono formare tra di esse.



Commento

Il problema di aprile partiva da un cubo e occorreva individuare gli angoli possibili formati da due diagonali disegnate su una stessa faccia o su due facce diverse del cubo.

L'unica risposta ricevuta da questa scuola:

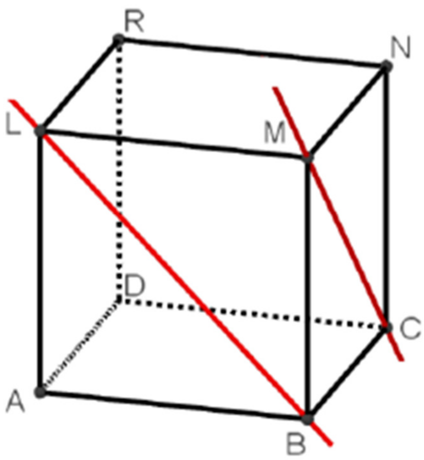
- I.I.S. Liceo Scientifico "G. Bruno-R. Franchetti", Mestre Venezia (VE)

Nota. *Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse. Per rispetto della privacy mettiamo solo l'iniziale del cognome delle studentesse e degli studenti che hanno inviato le soluzioni.*

Soluzione arrivata

1)Soluzione inviata da: Gianmaria O. - LS Classe 4E, I.I.S. "G. Bruno e R. Franchetti" Mestre - VE

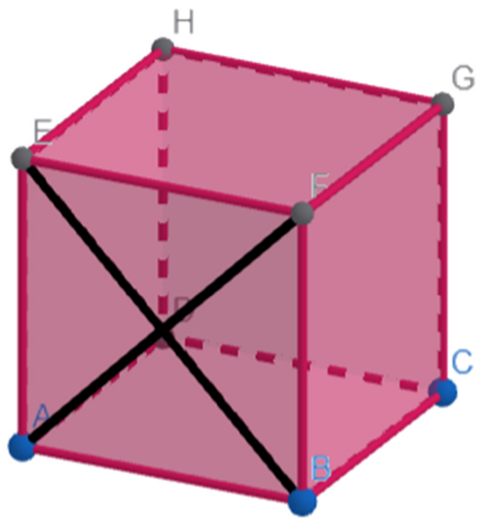
[Commento: ottima risoluzione!]



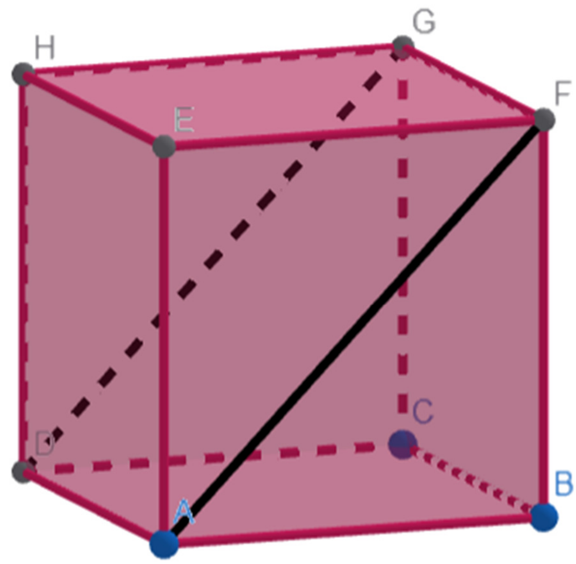
a)
Consideriamo due rette sghembe r e s nello spazio e [un qualunque] punto P appartenente alla retta r. Tracciamo la retta s' passante per P tale che s' sia parallela a s, le rette r e s' sono complanari dato che passano entrambe per P, quindi formano un angolo α (e il suo supplementare π-α).
Le rette s e s' sono parallele dunque formano lo stesso angolo con r, ovvero α.
[A rigore, si doveva dimostrare che la definizione non dipende dalla scelta del punto P su r].

b) In un cubo si possono tracciare complessivamente dodici diagonali, due per ognuna delle sei facce, in particolare consideriamo il cubo ABCDEFGH e la sua diagonale AF.
Le altre 11 diagonali posso [possono] essere:
• la diagonale della stessa faccia (una sola);
• le diagonali della faccia opposta (due);
• le diagonali che hanno un vertice in comune con AF (quattro);
• le diagonali delle facce adiacenti che però non hanno un vertice in comune con AF (quattro).

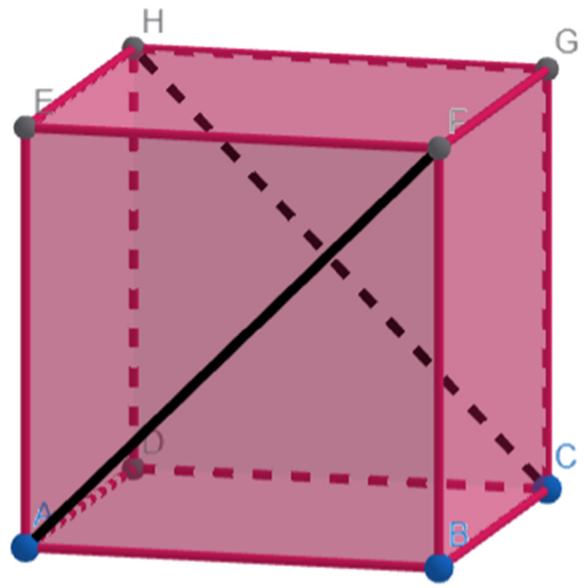
Nel primo caso le due diagonali sono perpendicolari poiché diagonali di un quadrato, quindi formano un angolo tra di loro che è uguale a π/2.



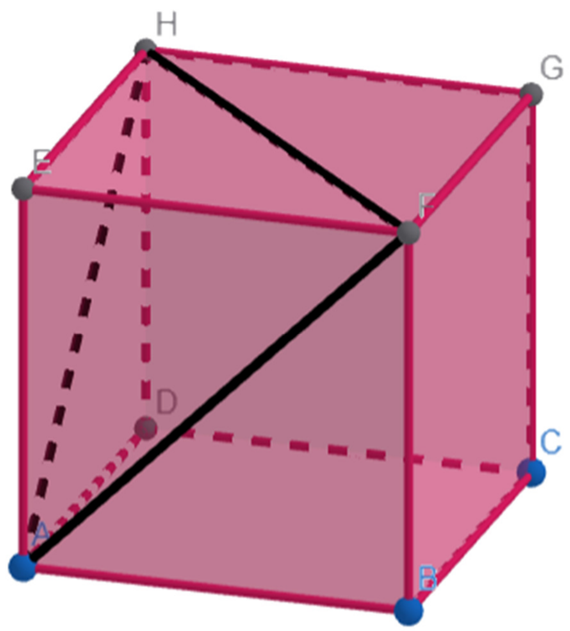
Nel secondo caso notiamo che la diagonale DG è parallela a AF, infatti la diagonale AF può essere traslata in DG tramite un vettore $\vec{v}$ perpendicolare al piano che contiene i punti A, B, C [F, E] e D e di lunghezza pari al lato del cubo, perciò non formano alcun angolo.



Analogamente CH è parallela a BE dunque, grazie al lemma [alla definizione] che abbiamo dimostrato [data] nel punto a), l'angolo che si forma tra CH e AF è uguale a quello che si forma tra AF e BE, ovvero $\pi/2$.



Nel terzo caso consideriamo le rette FH e HA, esse insieme ad AF formano il triangolo AFH, essendo tutti e tre i lati diagonali di quadrati congruenti, la loro lunghezza è sempre pari a $\sqrt{2}*l$, dove l è il lato del cubo, dunque AFH è equilatero, perciò gli angoli che AF forma con FH e HA sono uguali a $\pi/3$. Analogamente ciò vale anche per FC e AC.



Nel quarto caso notiamo che BD, BG, EG e ED sono rispettivamente le traslazioni di HF, HA, AC e FC, dunque sono rispettivamente parallele, grazie al lemma dimostrato nel punto a possiamo dunque affermare che l'angolo che formano con AF è uguale a $\pi/3$.