# **FLAT***landia*

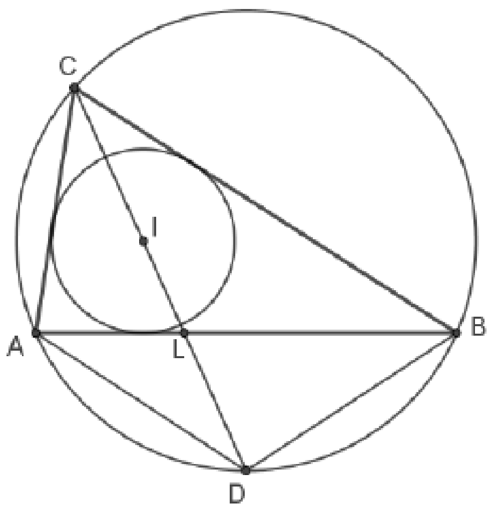
Rubrica mensile di problemi di geometria per studenti della Scuola secondaria

## Flatlandia – Problema di febbraio 2023 - Commento alle soluzioni ricevute

**Il testo del problema**

### Flatlandia - Problema 4 - 25 febbraio 2023

Dato il triangolo $ABC$, costruire la circonferenza circoscritta, l'incentro $I$ e la circonferenza inscritta. La bisettrice dell'angolo in $C$ interseca in $L$ il lato $AB$ e ulteriormente in $D$ la circonferenza circoscritta al triangolo (vedi figura). Sapendo che $BD$ misura 5 e che $DL$ misura 3, determinare la misura di $CI$. Motivare la risposta.




**Commento**

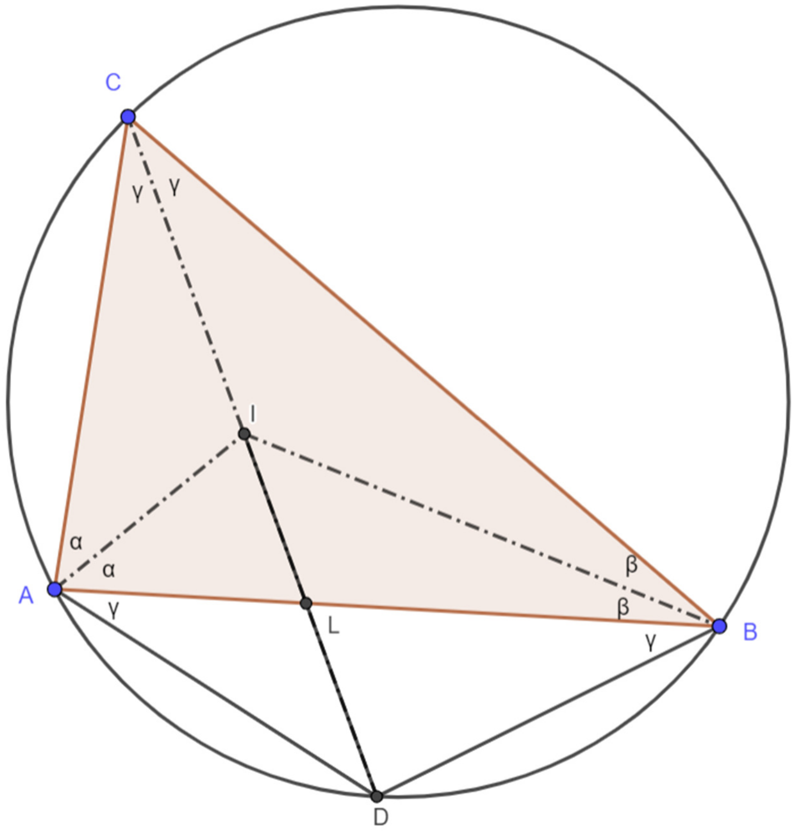
Il problema poneva un quesito riguardante le circonferenze inscritta e circoscritta a un triangolo e una sua bisettrice. Era richiesto di trovare la misura della distanza tra l'incentro del triangolo e il vertice del triangolo relativo alla bisettrice.
È arrivata un'unica risposta (corretta) che, nella soluzione, fa uso del teorema di Tolomeo. Come è noto, si tratta di un teorema che non sempre è presente nei libri di geometria per la scuola secondaria e che di rado viene svolto nella scuola sec. di II grado.
Ci è parso strano, dato il contesto del problema, che nessuno abbia pensato di utilizzare il teorema della bisettrice.

L'unica soluzione è arrivata dalla classe 3^ACM dell'ITST "Marconi" di Campobasso.

**Nota**. *Nella soluzione riportata, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.*

## Soluzione arrivata

## Soluzione inviata dalla classe 3ABA-ITST Marconi, Campobasso




**Dimostrazione**

Si considerino i triangoli DBL e ALC, si ha:

$D\hat{L}B = A\hat{L}C$ perché angoli opposti al vertice,

$D\hat{B}A = A\hat{C}D$ in quanto angoli alla circonferenza che insistono sulla stessa corda AD (si osservi che le corde AD e DB sono congruenti perché corrispondenti ad angoli alla circonferenza congruenti essendo CD bisettrice dell'angolo $A\hat{C}B$ quindi AD=DB=5).

Si ha quindi AC:AL=5:3 da cui AC=5AL/3

Analogamente, nei triangoli CBL e ADL si ha:

$C\hat{L}B = A\hat{L}D$ perché angoli opposti al vertice,

$B\hat{C}D = B\hat{A}D$ in quanto angoli alla circonferenza che insistono sulla stessa corda BD

Si ha quindi BC:BL=5:3 da cui BC=5BL/3

Per il teorema di Tolomeo [applicato al] [[nel]] quadrilatero ADBC inscritto in una circonferenza si ha:

AB*CD=AC*DB+AD*BC

AB*(CL+3)=5*AC+5*BC

(AL+LB)(CL+3)=5(AC+BC)

(AL+LB)(CL+3)=5*5/3(AL+BL) e risolvendo rispetto a CL dopo aver semplificato il fattore comune AL+BL si ha CL=25/3-3=16/3.

Con riferimento alla figura nel triangolo AID si ha:

$D\hat{A}I = \alpha + \gamma$

e

$A\hat{D}C = A\hat{B}C = 2\beta$

Pertanto $A\hat{I}D = 180° - (\alpha + \gamma + 2\beta) = 180° - (90° - \beta + 2\beta) = 90° - \beta = \alpha + \gamma$,

ovvero, essendo il triangolo AID isoscele sulla base AI, risulta AD=DI=5 e

IL=ID-DL=5-3=2

da cui, infine si ricava

CI=CL-LI=16/3-2=10/3.

La figura relativa al problema si trova a questo link:

https://www.geogebra.org/classic/cvarbee7