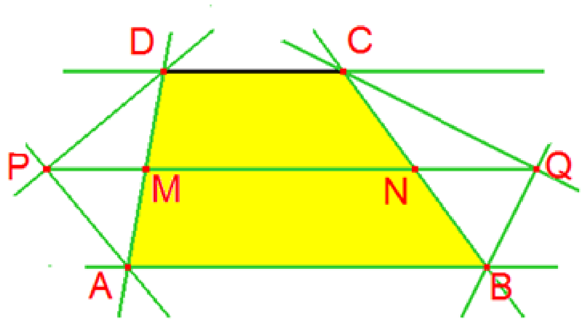
FLAT*landia*

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" *(Edwin A. Abbott)*

Flatlandia 12 - 26 ottobre 2016 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema

Sia ABCD un trapezio di basi AB e CD.
Le bisettrici degli angoli esterni in D ed A si incontrano in P e le bisettrici degli angoli esterni in B e C si incontrano in Q.
a) Dimostrare che PQ è parallelo alle basi del trapezio e che interseca i lati AD e BC nei loro punti medi M ed N.
b) Provare che PQ è uguale al semiperimetro del trapezio.
Giustificare tutte le risposte.



Commento
Sono giunte sette risposte, da classi II e III di quattro Licei Scientifici.

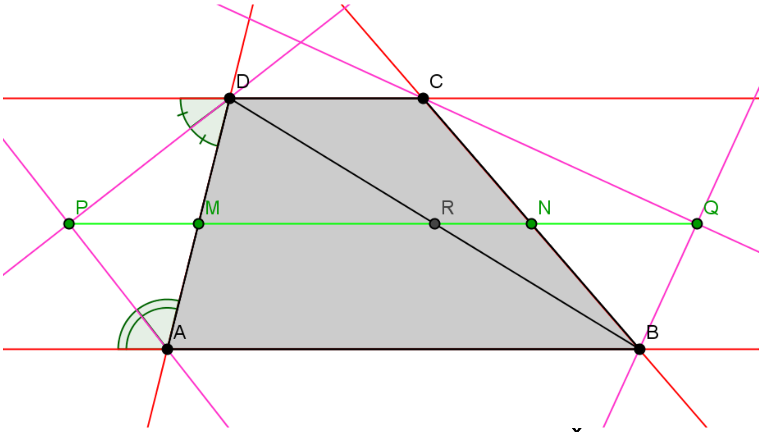
Il problema poneva due quesiti relativi a un trapezio.
Nel primo quesito si chiedeva di dimostrare che il segmento che unisce i punti di intersezione delle bisettrici degli angoli esterni alle due basi del trapezio è parallelo alle basi stesse e interseca i lati obliqui nei loro punti medi.
Nel secondo quesito si chiedeva di dimostrare che tale segmento ha lunghezza pari al semiperimetro del trapezio.
È giunta un'unica risposta soddisfacente.
Per le altre l'errore più comune è stato di considerare a priori i punti M e N come punti medi dei lati obliqui, cosa che nel testo non è detta. Inoltre alcune "manipolazioni" con gli angoli hanno portato anche all'individuazione nella figura di angoli di 45°. Per ultimo alcune risposte sono giunte senza figura di accompagnamento rendendo impossibile la loro comprensione, nell'impossibilita' di capire dove fossero localizzati certi punti.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
- LS "C. Cafiero", Barletta (BT)
- LS "B. Russell", Cles (TN)
- LS Scienze Applicate "Gandhi", Merano (BZ)
- LS "A. Volta", Colle Val d'Elsa (SI)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Soluzioni

1) ***Claudia Diblasio, 2^ superiore, liceo scientifico Carlo Cafiero, Barletta***



IPOTESI: ABCD trapezio, PD bisettrice Ď, PA bisettrice Ă, CQ bisettrice di Č, BQ bisettrice di Bˇ

TESI: a) PQ//AB ∧ PQ//BC, AM≅ DM ∧ CN ≅ BN

b) PQ ≅ ½ P(ABCD)

DIMOSTRAZIONE: DC//AB per definizione di trapezio =>(per condizioni di parallellismo) Â+Dˆ= 180˚ perché coniugati tra parallele => Â/ 2+Dˆ/ 2= 90˚=> DPA angolo retto

Considero PDA triangolo rettangolo:

[[PM mediana=> PM ≅1/2 DM per proprietà dei tr. Rett.

- ⇨ PM ≅AM ∧ PM ≅DM]] [il testo dice che M e N sono le intersezioni di PQ con i lati obliqui del trapezio e non che sono i punti medi dei lati obliqui]

[[…]]

2) *Mattia Corrà, 2D, scuola superiore, liceo Bertrand Russell, Cles*

a) IP: ABCD trapezio e le semirette CQ, BQ, AP, DP sono rispettivamente le bisettrici degli angoli esterni in C, B, A e in D.

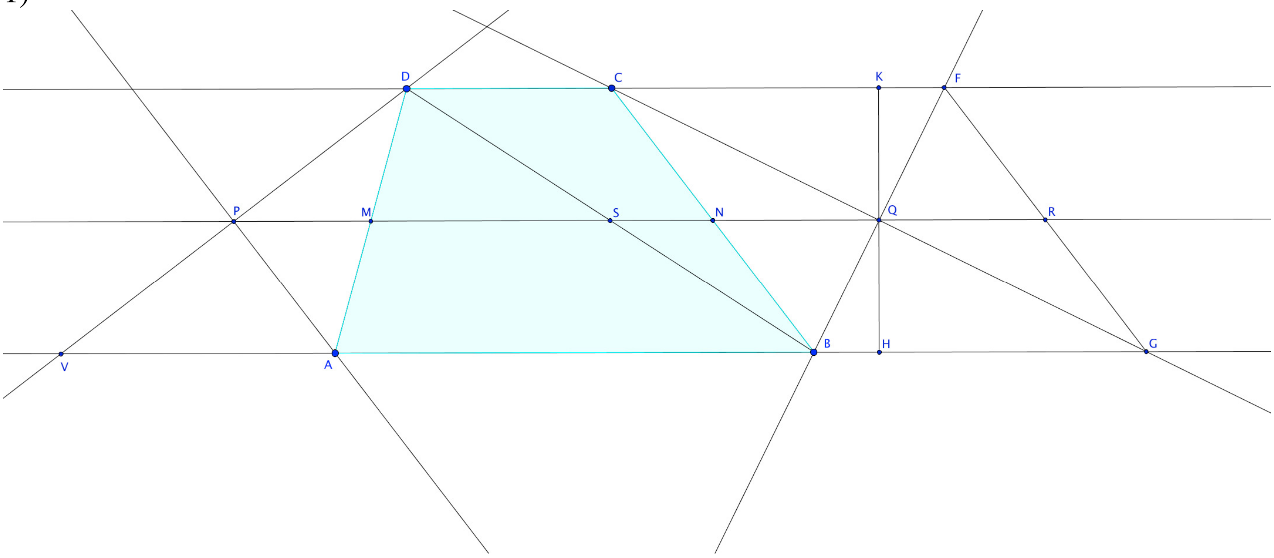
TS: PQ parallelo ad AB e a BC, la retta passante per PQ interseca i lati AD e BC nei loro punti medi M e N.

[non ci sono figure e non si capisce di conseguenza chi sia il punto I, che nella figura del testo non compare]

[[…]]

3) *Elisa Ianes, 2D, Liceo Bertrand Russell, 2S Cles.*

ELISA IANES LICEO B.RUSSELL 2D CLES FLATLANDIA OTTOBRE
1)



IPOTESI:
DP bisettrice dell'angolo D
PA bisettrice dell'angolo A
CQ bisettrice dell'angolo C
QB bisettrice dell'angolo B
TESI1:
PQ∥DC∥AB
M e N sono punti medi
DIMOSTRAZIONE:
considero le rette CF e BG e la trasversale CG

gli angoli FCG≅BCG≅[FGC ?]≅CGB per teorema rette parallele∥

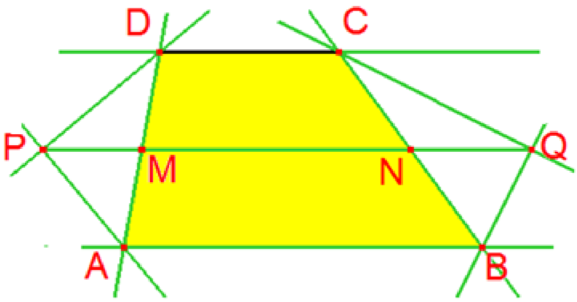
gli angoli FBC≅FBG≅CFB≅[BFG ?] per teorema rette parallele

[[…]]

4) ***Bertoncello Matteo, Busetti Luca, Lanthaler Barbara, classe 3A del liceo scientifico opzione scienze applicate Gandhi Merano (BZ).***

Flatlandia – Problema 12-26 ottobre 2016

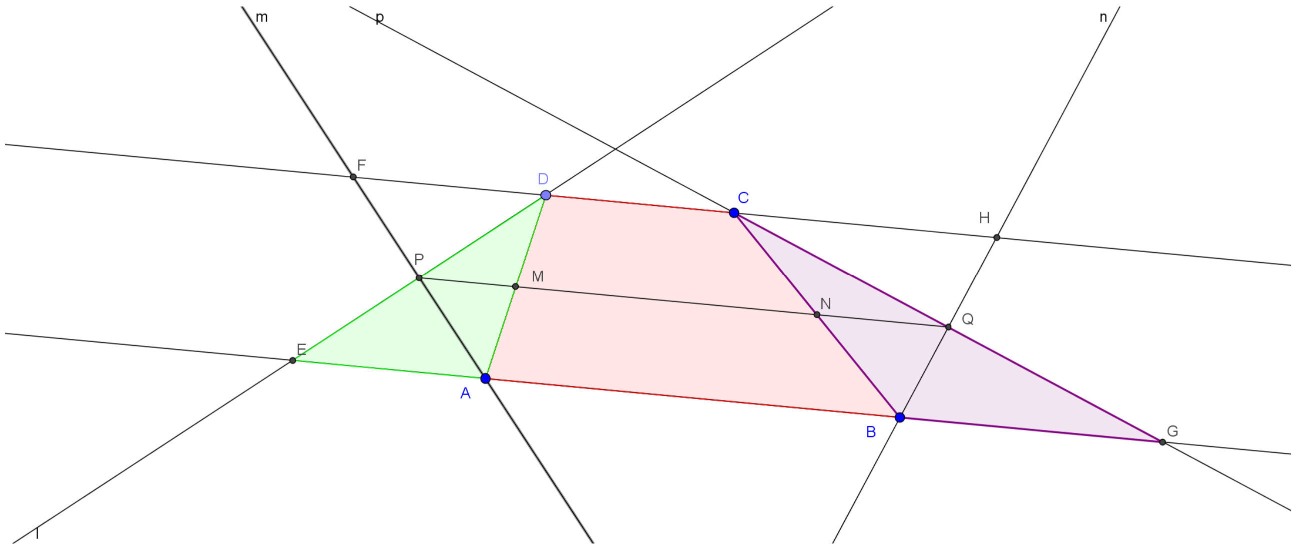
Sia ABCD un trapezio di basi AB e CD.
Le bisettrici degli angoli esterni in D ed A si incontrano in P e le bisettrici degli angoli esterni in B e C si incontrano in Q.
a) Dimostrare che PQ è parallelo alle basi del trapezio e che interseca i lati AD e BC nei loro punti medi M ed N.
b) Provare che PQ è uguale al semiperimetro del trapezio.
Giustificare tutte le risposte.



a)
Considerare gli angoli α e β (angoli esterni corrispettivamente in D e in A). La loro somme vale 180°, perché sono angoli coniugati interni di due rette parallele tagliate da una trasversale. Quindi α/2 + β/2=90° e perciò l'angolo DPA é retto, perché la somma degli angoli nel triangolo DPA deve dare 180°. Essendo un triangolo rettangolo, può essere inscritto in una circonferenza di diametro DA. Quindi DM e MA sono raggi della circonferenza e perciò sono equivalenti [perché M é punto medio di AD ?].

[[…]]

5) *Classe 2D del Liceo Scientifico Alessandro Volta (Colle Val d'Elsa)*



IPOTESI

$ABCD$ trapezio; Am bisettrice di $\widehat{A_e}$; Dl bisettrice di $\widehat{D_e}$; Bn bisettrice di $\widehat{B_e}$; Cp bisettrice di $\widehat{C_e}$; P il punto di intersezione fra la semiretta Am e la semiretta Dl , Q il punto di intersezione fra Bn e Cp ;
$M \square PQ \cap AD$; $N \square PQ \cap BC$.

TESI

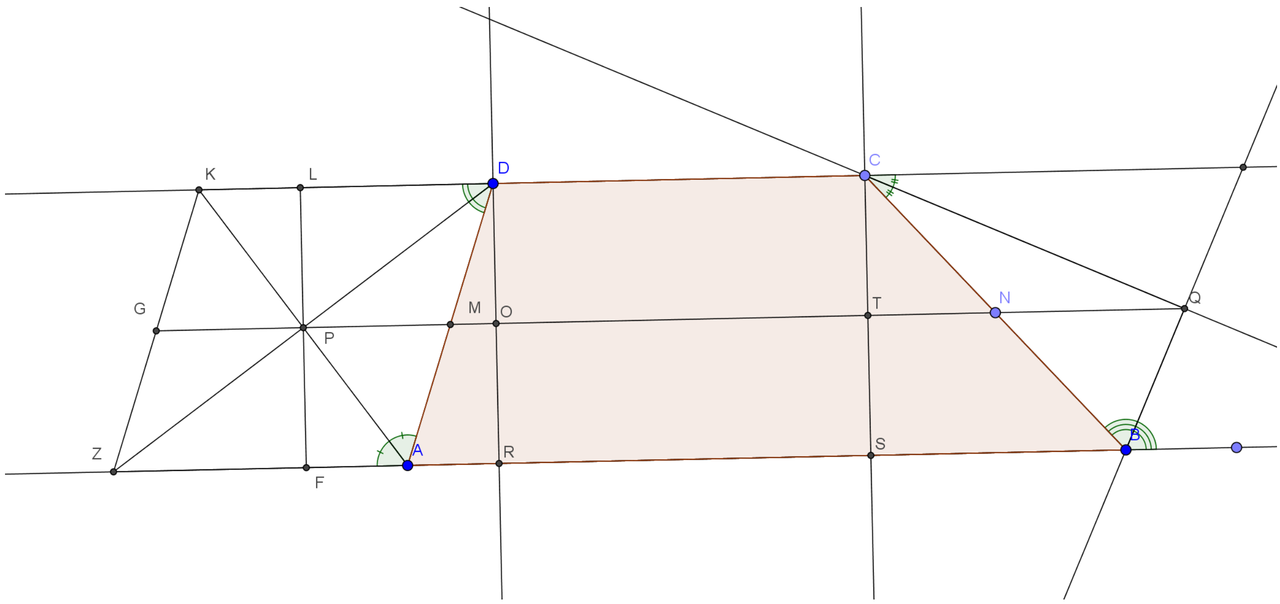
$PQ \parallel AB$; $AM \square MD$; $BN \square NC$; $PQ \square \frac{1}{2}(AB+BC+CD+AD)$.

DIMOSTRAZIONE

Siano E il punto di intersezione fra Dl e la retta AB e G il punto di intersezione fra Cp e la retta AB .
Sia inoltre $F \square Am \cap CD$; osserviamo che $A\widehat{E}D \square E\widehat{D}F$ perché angoli alterni interni individuati dalle rette parallele AB e CD tagliate dalla trasversale DE , ma per ipotesi $E\widehat{D}F \square E\widehat{D}A$, quindi per la proprietà transitiva della congruenza si ha che $A\widehat{E}D \square E\widehat{D}A$.
Quindi il triangolo EAD è isoscele di base ED . Ma allora AP , che per ipotesi è bisettrice del triangolo, è anche altezza e mediana.
In modo analogo si dimostra che triangolo BGC è isoscele e che BQ è altezza e mediana del triangolo.
Consideriamo ora il trapezio $EGCD$. Per quanto prima dimostrato $EP \square PD$ e $GQ \square QC$.
Quindi il segmento PQ ha come estremi i punti medi dei lati obliqui del trapezio, quindi $PQ \parallel AB$ e
$PQ \square \frac{1}{2}(EG+CD)$, per il teorema che afferma che il segmento che ha per estremi [i punti medi dei] lati obliqui di un trapezio è parallelo alle basi e congruente alla loro semisomma.
Consideriamo poi il fascio di rette parallele alle rette AB , PQ e CD tagliato dalle due trasversali ED e AD . Per quanto prima dimostrato $EP \square PD$, quindi, per il piccolo teorema di Talete, anche $AM \square MD$.
Con lo stesso ragionamento, considerando le trasversali GC e BC si dimostra che $BN \square NC$.
Infine osserviamo che $EG \square AB+AE+BG$; ma, essendo $AE \square AD$ e $BG \square BC$ per quanto prima dimostrato, si ha che $EG \square AB+AD+BC$.

Si ha quindi che : $PQ \square \frac{1}{2}(EG+CD) \square \frac{1}{2}(AB+BC+CD+AD)$.

6) ***Mirco Zanotelli, 2D, Liceo Scientifico "B. Russell", Cles***



Sia ABCD un trapezio di basi AB e CD. Le bisettrici degli angoli esterni in A e D si incontrano in P, le bisettrici degli angoli esterni in B e C si incontrano in Q.

TESI:

- 1)PQ parallelo ad AB e DC - PQ interseca i punti medi M e N in ½ AD e ½ BC
- 2) PQ= semiperimetro del trapezio

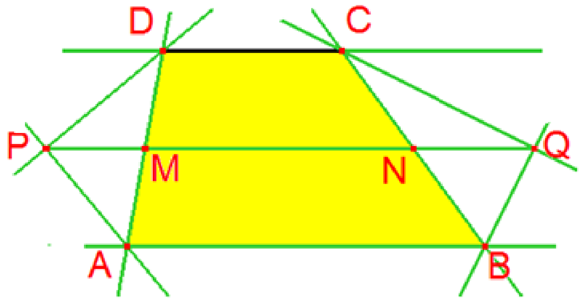
DIMOSTRAZIONE 1: Prolungo entrambe le basi AB e CD, che si intersecano nei prolungamenti delle bisettrici AP e DP nei punti K e Z. [[Unisco K e Z in modo che il segmento sia parallelo ad AD, per costruzione ???]].

[[…]]

7) ***Marco Defranceschi, classe III del liceo Scientifico opzione delle Scienze Applicate "Gandhi" di Merano (BZ)***

Flatlandia – Problema 12-26 ottobre 2016

Sia ABCD un trapezio di basi AB e CD.
Le bisettrici degli angoli esterni in D ed A si incontrano in P e le bisettrici degli angoli esterni in B e C si incontrano in Q.
a) Dimostrare che PQ è parallelo alle basi del trapezio e che interseca i lati AD e BC nei loro punti medi M ed N.
b) Provare che PQ è uguale al semiperimetro del trapezio.
Giustificare tutte le risposte.



Dimostrazione:

a) [Manca la figura e non si capisce come sono scelti E ed F]
[[…]]