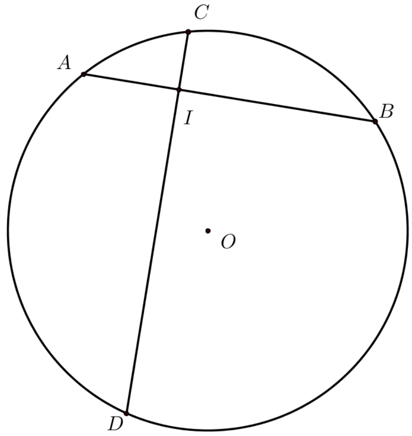
FLAT*landia*

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo" *(Edwin A. Abbott)*

Flatlandia 9 - 23 Marzo 2015 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema
È data una circonferenza di centro O. Siano AB e CD due corde perpendicolari di tale circonferenza che si intersecano nel punto I (vedi figura).



a) Che cosa si può dire degli angoli $\angle ACD$ e $\angle CAB$? E degli angoli $\angle AOD$ e $\angle COB$?

b) Dedurre come conseguenza che la somma delle lunghezze dei due archi minori $\overset{\frown}{AD}$ e $\overset{\frown}{CB}$ è uguale alla metà della lunghezza della circonferenza.
Giustificare tutte le risposte.

Commento
Abbiamo ricevuto sedici risposte così suddivise: 13 risposte da classi seconde di Licei Scientifici, di cui 9 provenienti da una stessa classe, una da una classe imprecisata di Liceo Scientifico, una da una classe seconda e una da una classe terza di Scuola Secondaria di I grado, entrambe facenti parte dello stesso Istituto Comprensivo.
Il problema, partendo da una circonferenza di dato centro contenente due corde tra loro perpendicolari e intersecantesi in un punto interno alla circonferenza stessa, chiedeva di individuare una relazione tra due angoli alla circonferenza determinati dagli estremi di tali corde. Chiedeva poi di individuare una seconda relazione tra i corrispondenti angoli al centro e, come conseguenza, di dimostrare che la somma delle lunghezze dei due archi minori individuati dai due angoli al centro era pari alla metà della lunghezza della circonferenza.
In quasi tutte le risposte pervenute il problema viene risolto in ogni sua parte in modo sufficientemente corretto (salvo alcune imprecisioni nelle diverse dimostrazioni), ma, come sempre succede, vogliamo ribadire la necessità di distinguere tra un ente geometrico e la sua misura (in particolare tra un angolo e la misura della sua ampiezza e tra un arco di circonferenza e la sua lunghezza). Inoltre è opportuno evitare nella risoluzione di un problema l'uso di due diverse unità di misura per una stessa grandezza (ad esempio i gradi e i radianti per l'ampiezza dell'angolo).

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
LS Statale "C. Cafiero", Barletta (BT)
LS "B. Russell", Roma
LS "P. Paleocapa", Rovigo

LS “Aristosseno”, Taranto
LS “Badoni”, Lecco
LS “U. Dini”, Pisa
Ist. Comp. “G. Deledda – S.G.Bosco”, Ginosa (TA)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

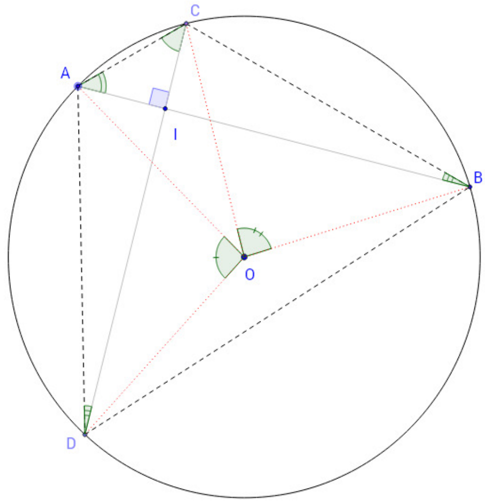
Soluzioni

Chiara Alvisi, Classe 2D
Liceo Scientifico Statale “C. Cafiero”, Barletta (BT)

a)
Considerando gli angoli alla circonferenza ACD e CAB essi risultano essere complementari. Tale tesi è giustificata dalla proprietà dei triangoli secondo la quale la somma [delle ampiezze] degli angoli interni ad un triangolo risulta essere pari a centottanta gradi. Dunque considerando il triangolo AIC, rettangolo per ipotesi, la somma delle ampiezze degli angoli ACD e CAB risulterà essere pari a novanta gradi e dunque i due angoli ACD e CAB risultano essere complementari
ACD + CAB [intesa come somma delle ampiezze] = (180° − 90°) = 90°.
Dalla complementarietà degli angoli ACD e CAB deriva la proprietà degli angoli AOD e COB di essere supplementari. Tali angoli risultano infatti essere i corrispondenti angoli al centro degli angoli alla circonferenza ACD e CAB. Dunque, poiché l'ampiezza di ogni angolo al centro risulta essere il doppio [dell’ampiezza] del corrispondente angolo alla circonferenza, la somma delle ampiezze degli angoli al centro AOD e COB risulterà essere il doppio della somma delle ampiezze di ACD e CAB, e dunque pari a 180°.
Pertanto gli angoli AOD e COB sono angoli supplementari.
AOD + COB = 2ACD + 2CAB = 2(ACD + CAB) = 2·90° = 180°.

b)
Poiché al passo precedente si è dimostrato che la somma delle ampiezze degli angoli AOD e COB è pari a 180°, si può affermare che la somma delle lunghezze degli archi di circonferenza minori AD e CB equivalga alla semicirconferenza. Quest'ultima infatti corrisponde all'arco sul quale insistono gli angoli al centro piatti. Poiché sugli archi minori AD e CB insistono gli angoli supplementari AOD e COB, la somma delle lunghezze degli archi AD e CB risulta essere uguale alla metà della circonferenza (arco su cui insiste l'angolo giro di 360°).

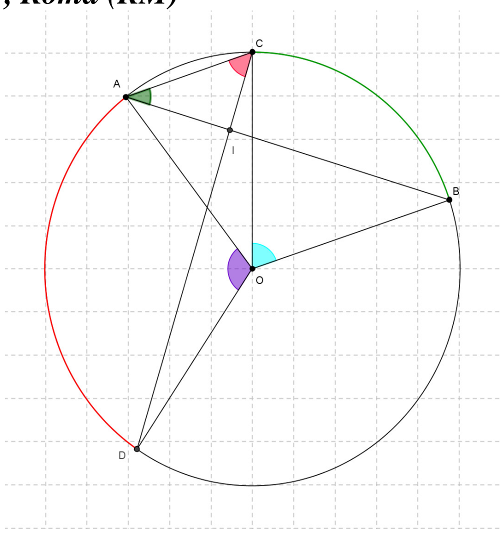
Federico Muraro, Classe 2B
Liceo Scientifico "P. Paleocapa", Rovigo (RO)



a)
Considero il triangolo *AIC*: è rettangolo perché l'angolo [di vertice] *I* è retto per ipotesi (la corda AB è perpendicolare alla corda CD). Gli angoli *ACD* e *CAB* sono complementari perché il triangolo *AIC* è retto in *I.* Essendo *ACD* e *CAB* angoli alla circonferenza, i loro corrispettivi angoli al centro che insistono sugli stessi archi *AD* e *BC* sono $AOD = 2ACD$ e $COB = 2BAC$ [intese come relazioni tra le ampiezze] (perché ogni angolo alla circonferenza è la metà del corrispondente angolo al centro); di conseguenza se $ACD + CAB = 90°$ cioè $2ACD + 2CAB = 180°$ allora per transitività della relazione di uguaglianza [[della congruenza]] $AOD + COB = 180°$: gli angoli *AOD* e *COB* sono supplementari.

b)
Dato che questi ultimi due angoli sono supplementari (*AOD* e *COB)* allora la somma delle lunghezze degli archi minori *AD* e *BC* su cui insistono gli angoli stessi è pari [[congruente]] alla lunghezza della semicirconferenza.

L. Federici, G. Petruzzella, A. Rusu, C. Sacchi, C. Scoccia, Classe 2H
Liceo Scientifico "B. Russell", Roma (RM)

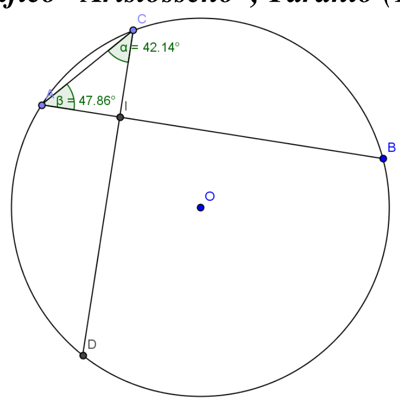


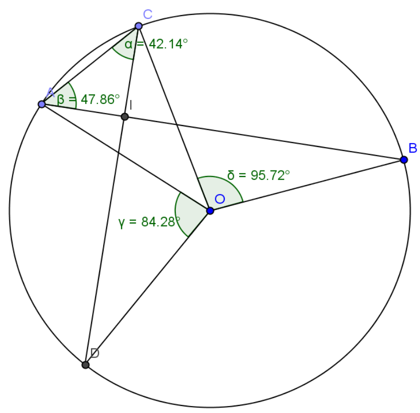
a)
$\angle AOD \cong 2\angle ACD$ perché angolo al centro e corrispondente angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco AD.

$\angle COB \cong 2\angle CAB$ perché angolo al centro e corrispondente angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco CB.
CONSIDERIAMO IL TRIANGOLO *CIA*: ampiezza(CIA) = 90° per ipotesi, posto $\angle IAC = \alpha$ [come ampiezza], si ha $\angle ICA = 90° - \alpha$, perché complementari.
Si ha dunque $\angle AOD + \angle COB = 2\cdot(\angle ACD + \angle COB) = 2\cdot(90° - \alpha + \alpha) = 180°$, quindi $\angle AOD$ e $\angle COB$ sono supplementari.

b)
Gli angoli al centro $\angle AOD$ e $\angle COB$ sono supplementari , cioè la loro somma è $\frac{360°}{2}$, quindi, dalla relazione che lega gli angoli al centro ai corrispondenti archi (su cui questi insistono), si ha che la somma degli archi AD e CB, su cui insistono i due angoli al centro $\angle AOD$ e $\angle COB$, è congruente alla metà della lunghezza della circonferenza.

Classe 2B
Liceo Scientifico "Aristosseno", Taranto (TA)

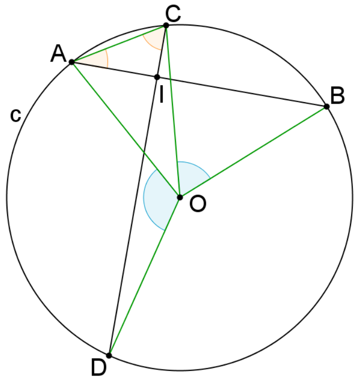




a)
Gli angoli $A\hat{C}D$ e $C\hat{A}B$ sono complementari perché , essendo le due corde AB e CD perpendicolari fra loro [e intersecandosi] nel punto I, il triangolo AIC è rettangolo e in un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari. Gli angoli $A\hat{O}D$ e $C\hat{O}B$ sono supplementari perché, in ogni circonferenza, gli angoli al centro sono il doppio degli angoli alla circonferenza che insistono sullo stesso arco : $A\hat{O}D = 2A\hat{C}D$ ($A\hat{C}D$ insiste sull'arco AD) e $C\hat{O}B = 2C\hat{A}B$ ($C\hat{A}B$ insiste sulla corda [sull'arco] CB) e siccome $A\hat{C}D + C\hat{A}B = 90°$ [come somma di ampiezze] si ha: $A\hat{O}D + C\hat{O}B = 2A\hat{C}D + 2C\hat{A}B = 2 \cdot 90° = 180°$ [sempre come somma di ampiezze].

b)
Le due classi di grandezze costituite dagli archi di una circonferenza e dai corrispondenti angoli al centro sono direttamente proporzionali, per cui alla somma dei due angoli al centro $A\hat{O}D$ e $C\hat{O}B$ corrisponde l'arco somma degli archi corrispondenti. Essendo però $A\hat{O}D + C\hat{O}B = 180°$ e avendo l'arco corrispondente ad un angolo piatto una lunghezza pari alla metà di quella della circonferenza, anche la somma delle lunghezze dei due archi minori AD e CB sarà pari alla metà della lunghezza della circonferenza.

Andrea Olivadese, Anna Margherita Pontiggia, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS “A. Badoni”, Lecco (LC)



a)

Considero il triangolo ACI. Conoscendo che [[$\frac{C\hat{I}A \square \pi}{2}$]] [∠CIA è un angolo retto] (per ipotesi $AB \square CD$) e sapendo che la somma [delle ampiezze] degli angoli interni di un triangolo è sempre 180°, si può dire che [[$C\hat{I}A + A\hat{C}D + B\hat{A}C \square \pi \square$]] [∠CIA + ∠ACD + ∠BAC = 180° (come somma di ampiezze)] ⇒ [90° + ∠ACD + ∠BAC = 180° ⇒ ∠ACD + ∠BAC = 90° (sempre come somma di ampiezze)] [[$\frac{\square \frac{\pi}{2} + A\hat{C}D + B\hat{A}C \square \pi \square A\hat{C}D + B\hat{A}C \square \pi}{2}$.]] Si può dire quindi che gli angoli $A\hat{C}D$ e $B\hat{A}C$ sono fra loro complementari. [NB. Usare una sola unità di misura per l’angolo]

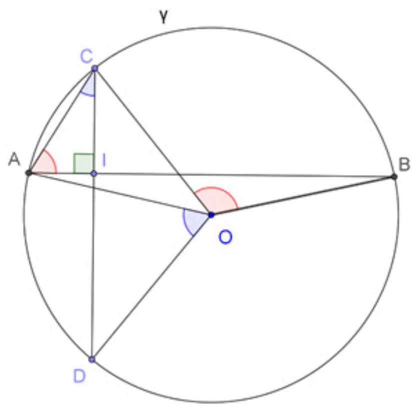
Considero gli angoli $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ che sono i rispettivi angoli al centro degli angoli alla circonferenza $A\hat{C}D$ e $B\hat{A}C$. Poiché [[$\frac{\frac{A\hat{C}D + B\hat{A}C \square \pi}{2} \Rightarrow 2(A\hat{C}D + B\hat{A}C) \square 2 \times \pi}{2} \square \pi \square A\hat{O}D + B\hat{O}C \square \pi$.]] [∠ACD + ∠BAC = 90° ⇒ 2(∠ACD + ∠BAC) = 180° ⇒ ∠AOD + ∠BOC = 180°] Si può dire quindi che gli angoli $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ sono fra loro supplementari.

b)

Dalla formula inversa della proporzione $l_{circonferenza} : l_{arco} = 360° : \alpha°$ si ha che:

{█(〖"AD"〗↓"arco" " = " ("2πr x 2A" "C" ^"D")/"360°" @ 〖"BC"〗↓"arco" " = " ("2πr x 2B" "A" ^"C")/"360°")

Luca Pennati, Matteo Poletti, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS “A. Badoni”, Lecco (LC)



a)

[[$A\hat{C}D + C\hat{A}B + C\hat{I}A \cong \pi$]] [$A\hat{C}D + C\hat{A}B + C\hat{I}A = 180°$](come somma di ampiezze) Perché somma di angoli interni di un triangolo [[$\Rightarrow A\hat{C}D + C\hat{A}B + \frac{\pi}{2} \cong \pi \Rightarrow A\hat{C}D + C\hat{A}B \cong \frac{\pi}{2}$]]

$\Rightarrow A\hat{C}D + C\hat{A}B + 90° = 180° \Rightarrow A\hat{C}D + C\hat{A}B = 90°$

[[$C\hat{O}B \cong 2C\hat{A}B; A\hat{O}D \cong 2A\hat{C}D$]][$C\hat{O}B = 2C\hat{A}B; A\hat{O}D = 2A\hat{C}D$ (intese come ampiezze) Perché angoli al centro che insistono sugli stessi archi degli angoli alla circonferenza

[[$\Rightarrow C\hat{O}B + A\hat{O}D \cong 2A\hat{C}D + 2C\hat{A}B \cong 2\left(A\hat{C}D + C\hat{A}B\right) \cong 2\frac{\pi}{2} \cong \pi$]][NB. Usare una sola unità di misura per l'angolo]

[$\Rightarrow C\hat{O}B + A\hat{O}D = 2A\hat{C}D + 2C\hat{A}B = 2\left(A\hat{C}D + C\hat{A}B\right) = 2 \cdot 90° = 180°$]

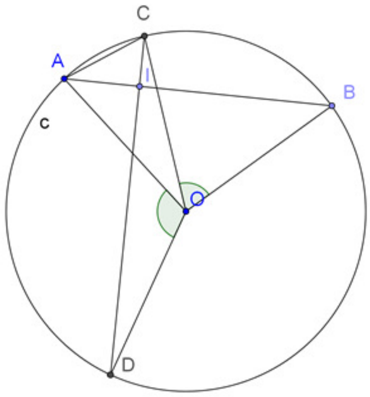
b)

$$l : 2\pi r = x° : 360° \Rightarrow CB : 2\pi r = C\hat{O}B : 360° \Rightarrow CB = \frac{2\pi r * C\hat{O}B}{360°}$$

$$l : 2\pi r = x° : 360° \Rightarrow AD : 2\pi r = A\hat{O}D : 360° \Rightarrow AD = \frac{2\pi r * A\hat{O}D}{360°}$$

$$AD + CB = \frac{2\pi r * A\hat{O}D}{360°} + \frac{2\pi r * C\hat{O}B}{360°} = \frac{2\pi r\left(A\hat{O}D + C\hat{O}B\right)}{360°} = \frac{2\pi r * 180°}{360°} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

Pietro Milani, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS "A. Badoni", Lecco (LC)



a)

Consideriamo il triangolo ACI ; l'angolo $C\hat{I}A$ è retto per ipotesi, $\Rightarrow$ la somma [delle ampiezze] degli altri 2 angoli è 90° poiché la somma [delle ampiezze] degli angoli interni di un triangolo è sempre 180° $\Rightarrow$ $B\hat{A}C$ e $A\hat{C}D$ sono complementari tra di loro.

Gli angoli al centro $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ insistono rispettivamente sugli stessi archi degli angoli alla circonferenza $A\hat{C}D$ e $B\hat{A}C$; $\Rightarrow$ gli angoli $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ sono il doppio degli angoli $A\hat{C}D$ e $B\hat{A}C$ per il teorema dell'angolo al centro $\Rightarrow$ gli angoli $A\hat{O}D$ e $B\hat{O}C$ sono supplementari tra di loro.

$A\hat{C}D + B\hat{A}C = 90°$ [intesa come somma di ampiezze]

$A\hat{O}D + B\hat{O}C = 2(A\hat{C}D + B\hat{A}C)$

$A\hat{O}D + B\hat{O}C = 180°$

b)

In una qualsiasi circonferenza è valida la seguente relazione: $l[\text{arco}] : 2\pi r = \alpha° : 360°$ (che è la formula per trovare [[i]] [la misura in] radianti [[corrispondenti a]] [di] un qualsiasi angolo al centro); considerando l (ovvero la lunghezza dell'arco) la [lunghezza] di AD_{arco} e BC_{arco}, e come

$\alpha°$ e β gli angoli insistenti sui 2 archi che sono supplementari per la precedente dimostrazione, si ottiene:

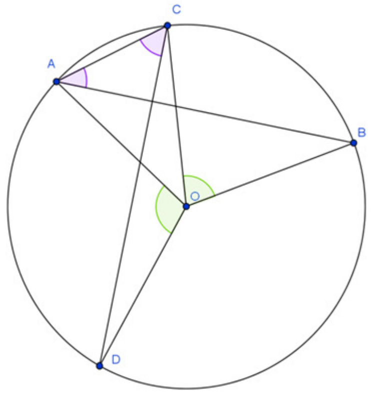
$$AD_{arco}:2\pi r = \alpha°:360°$$
$$BC_{arco}:2\pi r = \beta°:360°$$
$$\Downarrow$$
$$AD_{arco} = \frac{\pi r * \alpha°}{180°} \quad \text{e} \quad BC_{arco} = \frac{\pi r * \beta°}{180°}$$
$$\Rightarrow AD_{arco} + BC_{arco} = \frac{2\pi r * 180°}{360°}$$

che semplificando porta a:

$$AD_{arco} + BC_{arco} = \pi r$$

Macrina Milani, Classe 2A

Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS “A. Badoni”, Lecco (LC)



a)

[[CÂB+AĈD+CÎA≅π]] [CÂB + AĈD + CÎA = 180° (come somma di ampiezze)] poiché è la somma [delle ampiezze] degli angoli interni di un triangolo

⟹ [[CÂB+AĈD+$\frac{\pi}{2}$ ≅π]] [CÂB + AĈD + 90° = 180° (CÎA angolo retto)] ⟹ [[CÂB+AĈD≅$\frac{\pi}{2}$]] [CÂB + AĈD = 90°] [NB. Usare una sola unità di misura per l’angolo]

2CÂB≅CÔB poiché angoli al centro e angoli alla circonferenza [che] insistono sull’arco CB

2AĈD≅AÔD poiché angoli al centro e angoli alla circonferenza [che] insistono sull’arco AD

⟹ [[CÔB+AÔD≅2(AĈD+CÂB)≅$2\frac{\pi}{2}$≅π]] [CÔB + AÔD = 2(AĈD + CÂB) = 2·90° = 180°]

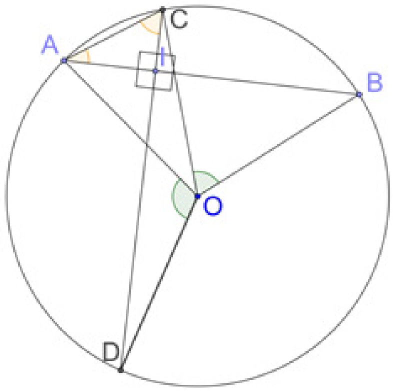
b)

l:2πr=α°:360°⟹ CB:2πr=CÔB:360° ⟹ CB=$\frac{2\pi r * C\hat{O}B}{360°}$

L:2πr=β°:360°⟹AD:2πr=AÔD:360°⟹AD=$\frac{2\pi r * A\hat{O}D}{360°}$

AD+CB=$\frac{2\pi r * A\hat{O}D}{360°}$ + $\frac{2\pi r * C\hat{O}B}{360°}$ = $\frac{2\pi r * (C\hat{O}B + A\hat{O}D)}{360°}$ =$\frac{2\pi r * 180°}{360°}$ =πr

Riccardo Mattavelli, Lorenzo Mellera, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS "A. Badoni", Lecco (LC)



a)

$A\hat{O}D \cong 2D\hat{C}A$ PERCHE' [sono angoli al centro e angoli alla circonferenza che] INSISTONO SULLO STESSO ARCO AD.

$C\hat{O}B \cong 2C\hat{A}B$ PERCHE' [sono angoli al centro e angoli alla circonferenza che] INSISTONO SULLO STESSO ARCO CB

CONSIDERANDO [il triangolo] $A\hat{I}C$

$\left[\left[A\hat{C}D + C\hat{A}B + C\hat{I}A \cong \frac{\pi}{2}\right]\right]$ [$A\hat{C}D + C\hat{A}B + C\hat{I}A = 180°$ ($come\ somma\ di\ ampiezze$)]

[NB. Usare una sola unità di misura per l'angolo]

SOSTITUENDO A [[$C\hat{I}A = \frac{\pi}{2}$]] [$CI\hat{}A\ 90°$] [che è un angolo retto] PER IPOTESI SI HA CHE

[[$CA\hat{}B + DC\hat{}A \cong \pi \mathrm{I} \pi/2 \Rightarrow A\hat{}C + IC\hat{}A \cong \pi/2$]] [$CA\hat{}B + DC\hat{}A = 180° - 90° = 90°$]

CAB, DCA SONO COMPLEMENTARI PER DEFINIZIONE DI ANGOLI COMPLEMENTARI

$CO\hat{}B \cong 2CA\hat{}B, AO\hat{}D \cong 2DC\hat{}A\ PER$ **[quanto visto sopra[** $\Rightarrow$ [[$CO\hat{}B + AO\hat{}D \cong 2AC\hat{}D + 2CA\hat{}B$ □($\Rightarrow$)]]
$\Rightarrow C\hat{O}B + A\hat{O}D = 2(A\hat{C}D + C\hat{A}B)$

SOSTITUISCO AD $A\hat{C}D + C\hat{A}B$ IL VALORE TROVATO OVVERO [[$\frac{\pi}{2}$]] 90°
L'[[EQUAZIONE]] [UGUAGLIANZA] DIVENTA

[[$CO\hat{}B + AO\hat{}D \cong 2 * \pi/2$ □($\Rightarrow$) $CO\hat{}B + AO\hat{}D \cong \pi$]]

[$CO\hat{}B + AO\hat{}D = 2(90°$□($\Rightarrow$) $CO\hat{}B + AO\hat{}D = 180°$]

$C\hat{O}B, A\hat{O}D$ SONO SUPPLEMENTARI

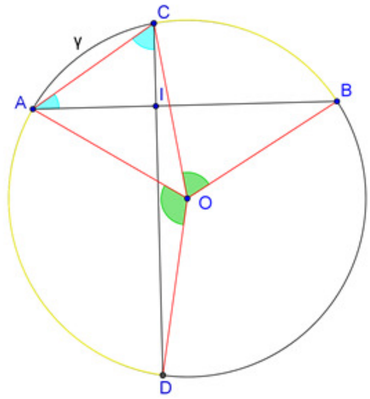
b)

Detta l la lunghezza di un arco di circonferenza si ha:

$l : 2\pi r = x° : 360° \Rightarrow l : 2\pi r = \pi : 360° \Rightarrow l : 2\pi r = 180° : 360° \Rightarrow l = \pi r = \frac{C}{2} \Rightarrow AD + BC \cong \frac{C}{2}$

[dove con $x°$ si indica l'ampiezza in gradi dell'angolo al centro]

Rachele Cerrato, Alice Virciglio, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS “A. Badoni”, Lecco (LC)



a)
IĈA + CÂI = [[½ π]] [90°] (come somma di ampiezze) poiché [CIA][CÎA = 90° per ipotesi e IĈA + CÂI + CÎA = [[π]] [180°] perché angoli di un triangolo (ICA: triangolo) [NB. Occorre scegliere una volta per tutte l’unità di misura dell’angolo]

⇒ IĈA + CÂI = 90° quindi [IĈA e CÂI] sono complementari

AÔD ≅ 2 AĈD poiché AÔD: angolo al centro e AĈD: angolo alla circonferenza, ed entrambi insistono sullo stesso arco (AD arco)

BÔC ≅ 2 BÂC poiché BÔC: angolo al centro e DÔC: angolo alla circonferenza, ed entrambi insistono sullo stesso arco (CB arco)
IĈA + CÂI = 90° perché complementari per quanto dimostrato [nel punto 1] [sopra]

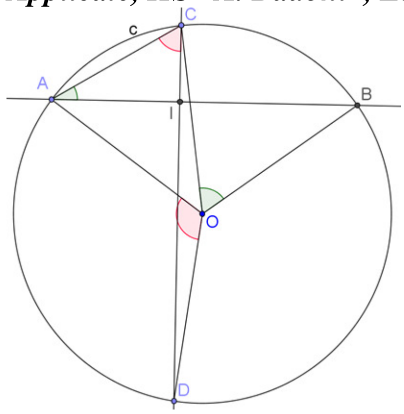
⇒ BÔC + AÔD = 2 × 90° = 180° quindi sono supplementari

b)
AD arco = [[π*AOD /180°]] [$\pi r\cdot$ AÔD/180°]
CB arco = [[π*COB /180°]] [$\pi r\cdot$ BÔC /180°]

⇒AD arco + CB arco = [[π*AOD /180° + π*COB /180°]] [$\pi r\cdot$ AÔD/180° + $\pi r\cdot$ BÔC /180°]

$\Rightarrow$ AD arco + CB arco = πr

Emanuele Bonfanti, Mahdi Khemiri, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS "A. Badoni", Lecco (LC)



a)

Considero il triangolo rettangolo ΔACI. Gli angoli $A\hat{C}D$ e $C\hat{A}B$ sono complementari $\Rightarrow \left[\left[\pi - C\hat{I}A \cong \pi - \frac{\pi}{2} \cong \frac{\pi}{2}\right]\right]$ [180° – $C\hat{I}A$ = 180° – 90° = 90°] [NB. Occorre scegliere una volta per tutte l'unità di misura dell'angolo]

Gli angoli [che sono angoli al centro di angoli alla circonferenza che insistono sugli stessi archi] $\begin{cases} A\hat{O}D \cong 2A\hat{C}D \\ B\hat{O}C \cong 2C\hat{A}B \end{cases} \Rightarrow \left[\left[A\hat{O}D + B\hat{O}C \cong \pi\right]\right]$ $[AO\hat{}D + BO\hat{}C = 180°]$ poiché doppi di angoli complementari

b)

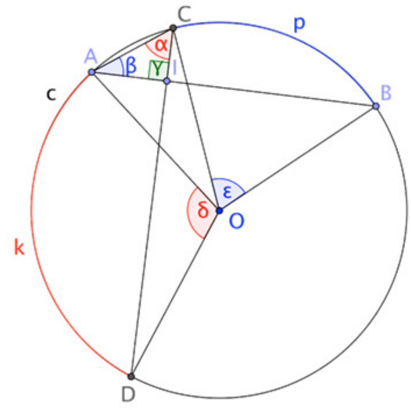
Dato che $[[A\hat{O}D + C\hat{O}B \cong \pi$]] $[A\hat{O}D + C\hat{O}B = 180°$ perché supplementari

Allora gli archi $\begin{cases} AD = \dfrac{\pi r A\hat{O}D}{180°} \\ CB = \dfrac{\pi r C\hat{O}B}{180°} \end{cases} \Rightarrow AD + CB = \dfrac{\pi r\left(C\hat{O}B + A\hat{O}D\right)}{180°} \Rightarrow AD + CB = \pi r$ [r aggiunto]

$\boxed{\text{semicirconferenza}}$

$[[AD + CB \cong \pi r]]$ $[AD + CB = \pi r$]

Matteo Bonacina, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS "A. Badoni", Lecco (LC)



a)

Congiungo A con C.

Considero il triangolo ACI. Esso è rettangolo poiché $C\hat{I}A = 90°$ (come ampiezza) per ipotesi $AB \perp CD$.

Sapendo che la somma delle ampiezze] degli angoli interni di un triangolo è 180° $\Rightarrow$ 180°– $C\hat{I}A = 90°$

$\Rightarrow A\hat{C}D + C\hat{A}B = 90°$ per differenza di angoli

Traccio i raggi AO, BO, CO, DO. Considero gli angoli al centro che si formano.

$A\hat{O}D = 2A\hat{C}D$ poiché [angoli al centro e alla circonferenza] che insistono sull'arco AD.

$C\hat{O}B = 2C\hat{A}B$ poiché [angoli al centro e alla circonferenza] che insistono sull'arco CB.

Poiché $A\hat{C}D + C\hat{A}B = 90° \Rightarrow 2A\hat{C}D + 2C\hat{A}B = 180° \Rightarrow A\hat{O}D + C\hat{O}B = 180°$.

b)

Considero gli archi AD e CB individuati dagli angoli [∠AOD] $C\hat{O}D, B\hat{O}C$.

Ricordando che $l : 2\pi r = \alpha° : 360°$ con l misura dell'arco

$AD = \dfrac{\pi r \cdot A\hat{O}D}{180°}$

$CB = \dfrac{\pi r \cdot C\hat{O}B}{180°}$

Sommando membro a membro le due equazioni [uguaglianze] si ottiene:

$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot A\hat{O}D}{180°} + \dfrac{\pi r \cdot C\hat{O}B}{180°}$

$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot A\hat{O}D + \pi r \cdot C\hat{O}B}{180°}$

$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot (A\hat{O}D + C\hat{O}B)}{180°}$

$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot (A\hat{O}D + C\hat{O}B)}{180°}$

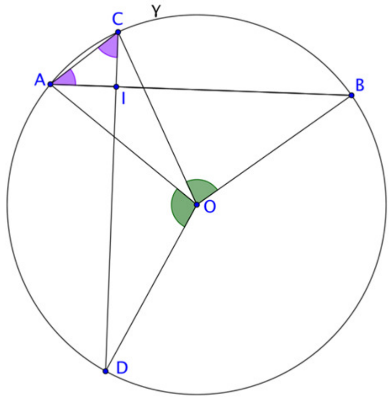
$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot (180°)}{180°}$

$AD + CB = \dfrac{\pi r \cdot (180°)}{180°}$

$\boldsymbol{AD + CB = \pi r}$

[ci sono due uguaglianze scritte due volte]

Anna Anghileri, Giulia Camilla Denti, Nicolò Manzoni, Classe 2A
Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate, IIS "A. Badoni", Lecco (LC)



a)

$\left[\left[C\hat{I}A \cong \frac{\pi}{2}\right]\right]$ $[C\hat{I}A = 180°]$ [come ampiezza] per ipotesi [NB. Occorre scegliere una volta per tutte l'unità di misura dell'angolo]

[[$B\hat{A}C + A\hat{C}D \cong \frac{\pi}{2}$]] $[B\hat{A}C + A\hat{C}D = 90°]$ per differenza di angoli $\left[\left[\left(\pi - \frac{\pi}{2} \cong \frac{\pi}{2}\right)\right]\right]$

$A\hat{C}D \cong \frac{1}{2} A\hat{O}D$ poiché angolo alla circonferenza corrispondente

$C\hat{A}B \cong \frac{1}{2} B\hat{O}C$ poiché angolo alla circonferenza corrispondente

[[$A\hat{C}D + B\hat{A}C \cong \frac{\pi}{2}$ per punto 1]] $[A\hat{C}D + B\hat{A}C = 90°]$

$[[\Rightarrow 2A\hat{C}D + 2B\hat{A}C \cong \pi \quad \Rightarrow C\hat{O}B + A\hat{O}D \cong \pi]]$ $[\Rightarrow 2A\hat{C}D + 2B\hat{A}C = 180° \Rightarrow C\hat{O}B + A\hat{O}D = 180°]$

b)

$[[\mathrm{l}: 2\pi r = 180°:360°]]$ $[\mathrm{l(arco)}: 2\pi r = x°:360°]$ [$x°$ ampiezza dell'angolo al centro corrispondente a l(arco)

$$AD_{arco} : 2\pi r = \alpha° : 360° \quad \Rightarrow AD_{arco} = \frac{2\pi r * \alpha°}{360°} = \frac{\pi r * \alpha°}{180°}$$

$$BC_{arco} : 2\pi r = \beta° : 360° \quad \Rightarrow BC_{arco} = \frac{2\pi r * \beta°}{360°} = \frac{\pi r * \beta°}{180°}$$

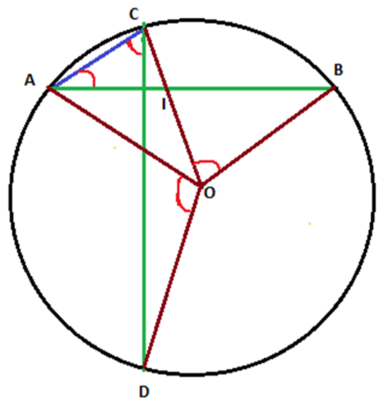
$$AD_{arco} + BC_{arco} = \frac{\pi r * \beta°}{180°} + \frac{\pi r * \alpha°}{180°} = \frac{\pi r * (\alpha° + \beta°)}{180°} = \frac{\pi r * 180°}{180°} = \pi r$$

Simmaco Di Lillo, Classe ?
Liceo Scientifico "U. Dini", Pisa (PI)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Alessio Pupino, Classe 2C
Istituto Comprensivo "G.Deledda-S.G.Bosco", Ginosa (TA)



a)
Per risolvere il problema proposto da Flatlandia sono state fatte le seguenti considerazioni:
1) Le due corde AB e CD, tra loro perpendicolari, individuano il triangolo rettangolo ACI.
2) Gli angoli <ACD E <CAB [∠ACD e ∠ACD CAB] sono tra loro complementari dal momento che sono i due angoli acuti del triangolo rettangolo ACI.
3) L'angolo <ACD [∠ACD] rappresenta l'angolo alla circonferenza che insiste sull'arco minore AD, mentre l'angolo <AOD [∠AOD] rappresenta l'angolo al centro che insiste sul medesimo arco. Poiché l'angolo al centro di un arco è sempre pari al doppio di qualsiasi angolo alla circonferenza che insiste sul medesimo arco, l'angolo <AOD [∠AOD] avrà ampiezza doppia dell'angolo <ACD [∠ACD].
4) Allo stesso modo l'angolo <CAB [∠CAB]rappresenta l'angolo alla circonferenza che insiste sull'arco minore $\overset{\frown}{CB}$ ed è congruente alla metà del corrispondente angolo al centro <COB [∠COB].
5) Dal momento che la somma [delle ampiezze] degli angoli <ACD [∠ACD] e <CAB [∠CAB] è di 90° la somma [delle ampiezze] dei lori doppi <AOD [∠AOD] e <COB [∠COB] deve essere di 180°. Infatti moltiplicando tutti i termini dell'equazione **a** per 2 (secondo principio di equivalenza delle equazioni), otterremo l'equazione **b** e, sostituendo con gli angoli al centro, l'equazione **c**.

a. **ACD + CAB = 90°** [come somma di ampiezze]

b. **2ACD + 2CAB = 2x90°**

c. **AOD + COB = 180°**

b)

In una circonferenza, la lunghezza di un arco è sempre direttamente proporzionale all'angolo al centro a cui sottende. Pertanto, un angolo al centro di 180°, anche ottenuto come somma di più angoli al centro, insiste necessariamente su una semicirconferenza. Di conseguenza la somma dei due archi AD e CB corrispondenti agli angoli <AOD [∠AOD] e <COB [∠COB] deve essere congruente alla metà della lunghezza della circonferenza.

M.R. Carcuro, N. Fanelli, A. Ferramosca, A. Gigante, A. Paradiso, D. Surdo, G. Venneri
Classe 3D, Istituto Comprensivo "G.Deledda-S.G.Bosco", Ginosa (TA)

a)
Si può notare che l'angolo ACD e l'angolo AOD sottendono lo stesso arco. Per tanto, l'angolo AOD è il doppio dell'angolo ACD essendo rispettivamente angolo al centro e angolo alla circonferenza per la stessa corda sottesa AD.
Analogamente, le relazioni valgono per gli angoli COB (angolo al centro) e CAB (angolo alla circonferenza).

b)
Inoltre, se si considera il triangolo rettangolo AIC (rettangolo in I), si osserva che i suoi angoli di base sono CAB e ACD. Dal momento che la somma degli angoli di un triangolo è sempre uguale a 180°, i due angoli suddetti sono complementari.
Di conseguenza:
ACD + CAB = 90° [come somma di ampiezze]
2ACD + 2CAB = 180°
=> AOD + COB = 180°
Questo dimostra che la somma degli archi AD e CB dà metà della circonferenza, in quanto l'arco è [[uguale]] [proporzionale] all'angolo al centro che lo sottende [per il raggio] [l'uguaglianza vale se l'angolo è misurato in radianti]. Essendo il raggio costante, è sufficiente affermare che la somma degli angoli sia uguale a metà dell'angolo giro per dimostrare che la somma degli archi sia uguale alla semicirconferenza.