FLAT*landia*

"Abbi pazienza, ché il mondo è vasto e largo"* *(Edwin A. Abbott)

Flatlandia 8-22 Ottobre 2012 - Commento alle soluzioni ricevute

Il testo del problema:
Sia dato un quadrato *ABCD* e si costruiscano sui quattro lati del quadrato quattro triangoli rettangoli congruenti aventi i lati del quadrato come ipotenusa, come indicato in Figura 1.

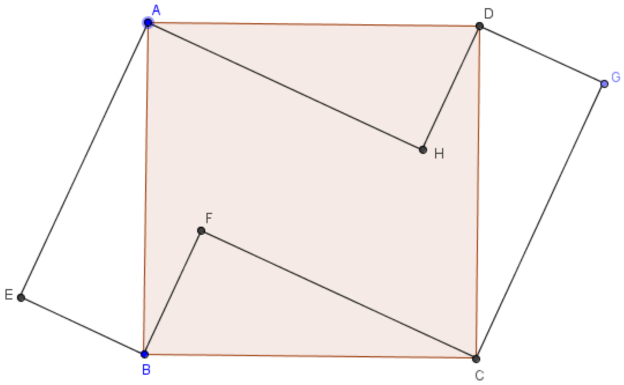


Figura 1

a) Dimostrare che i vertici *E*, *F*, *H*, *G* sono allineati.
Sia dato nuovamente il quadrato *ABCD* e si costruiscano sui suoi lati quattro triangoli rettangoli congruenti aventi i lati del quadrato come ipotenusa, come indicato in figura 2.

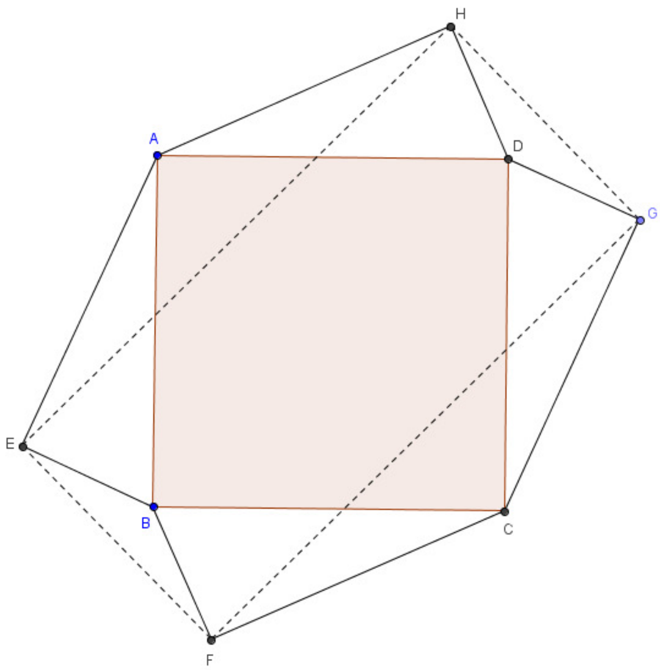


Figura 2

b) Che particolarità ha il quadrilatero di vertici *E*, *F*, *G*, *H*?
Giustificare tutte le risposte.

Commento

Sono giunte diciassette risposte (anche questo inizio di anno scolastico sembra caratterizzato da una buona partecipazione!), tutte da classi seconde di diversi Licei Scientifici.
Il problema poneva due quesiti relativi a due figure diverse, anche se costruttivamente analoghe, in quanto in entrambi i casi la figura era costituita da un quadrato sui cui lati erano costruiti quattro triangoli rettangoli congruenti: nel primo quesito si chiedeva di dimostrare l'allineamento dei vertici corrispondenti agli angoli retti dei quattro triangoli, nel secondo di individuare le caratteristiche del quadrilatero avente come vertici sempre i quattro vertici corrispondenti agli angoli retti dei quattro triangoli.
Una caratteristica comune a coloro che non rispondono correttamente al primo quesito è quella di considerare (senza accorgersene) tacitamente scontato l'allineamento dei punti, che è invece quanto dovrebbe essere dimostrato. Probabilmente questo misconcetto è dovuto anche all'uso di un software di Geometria Dinamica: trattandosi di una proprietà generale il software può solo confermare tale allineamento (che, se la figura è costruita correttamente, resiste anche al "test del trascinamento"), ma questo non può sostituire la dimostrazione geometrica. Per motivi analoghi, alcuni di coloro che tentano di rispondere al secondo quesito danno per scontata la congruenza di certi angoli, che andrebbe invece dimostrata.
Ancora una volta dobbiamo rilevare la presenza in molte soluzioni di un errore più volte evidenziato nei precedenti anni scolastici, cioè confondere un angolo con la sua ampiezza.
Infine alcune raccomandazioni per il futuro: 1) quando si usa Word come elaboratore testi salvare il file con estensione .doc (modalità di compatibilità); 2) se si utilizza l'elaboratore testi di Open Office salvare il file in formato Word. Tutto questo ha lo scopo di rendere più agevole la correzione delle soluzioni inviate da parte dei componenti di Flatlandia. Inoltre, per alcuni, sarebbe auspicabile una rilettura del testo prima dell'invio del file.

Sono pervenute risposte dalle seguenti scuole:
LS Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)
LS "XXV Aprile", Portogruaro (VE)
LS "C. Cafiero", Barletta (BA)
LS Linguistico "G. Ferraris", Taranto (TA)
LS "Aristosseno", Taranto (TA)
LS "Pitagora", Rende (CS)

NOTA. Nelle soluzioni riportate, le correzioni, le aggiunte o i commenti sono scritti fra parentesi quadre. Con doppia parentesi quadra vengono indicate le parti omesse.

Il gruppo di lavoro che gestisce FLAT*landia* è composto da:
- Ercole CASTAGNOLA - NRD Università di Napoli "Federico II"
- Giuliano MAZZANTI - Docente di Geometria, Università di Ferrara
- Valter ROSELLI - Ricercatore, Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara
- Luigi TOMASI - Insegnante di Matematica, Liceo di Adria (RO).

Soluzioni

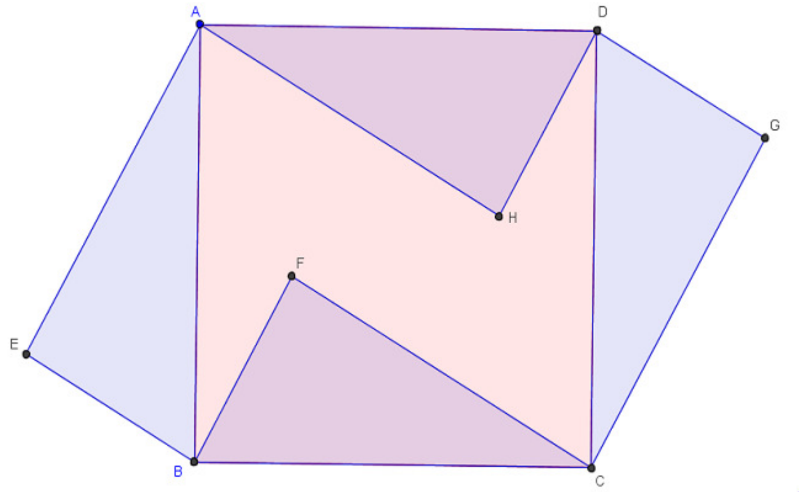
Nicole Bergamo, Martina Cavosi, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Anita Flaim, Classe 2B

Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)



<u>Ipotesi</u>: ABCD è un quadrato
i triangoli EBA, AHD, DGC, BFC sono triangoli rettangoli e congruenti.
<u>Tesi:</u> i punti E, F, H e G sono allineati
<u>Dimostrazione:</u>
Il triangolo EBF è iscoscele [isoscele] perché ha [[i]] due lati [[obliqui]] congruenti (EB e BF) in quanto elementi corrispondenti in triangoli congruenti per ipotesi (EBA e BFC). Allora l'angolo FEB è congruente all'angolo EFB.
Il triangolo EAH è isoscele perché ha [[i]] due lati [[obliqui]] congruenti (AE e AH) in quanto elementi corrispondenti di triangoli congruenti (EBA e AHD)
Visto che i due triangoli AHD e BFC sono stati ruotati di 180° rispetto ad un punto (al punto di intersezione delle due diagonali del quadrato) i segmenti [lati corrispondenti] dei triangoli mantengono le direzioni.
Significa che AH è parallelo a FC.
Considero i segmenti paralleli AH e FC e la trasversale FH
Gli angoli AHF e HFC sono congruenti perché sono angoli alterni interni.
Visto che AEH e FCG sono isosceli (perché dimostrato sopra) gli angoli AHF, AEH, HDC e HGC [occorre prima dimostrare che il punto F appartiene alla retta EH] sono tutti congruenti.
Per ipotesi l'angolo [l'ampiezza dell'angolo] DGC è 90°, di conseguenza la somma [delle ampiezze] di DGH e HGC = [è uguale] a 90°

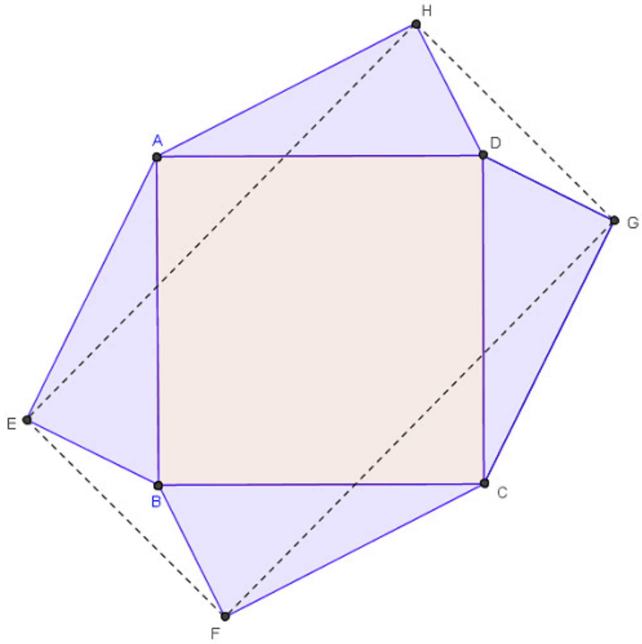
⇒ la somma [delle ampiezze] degli angoli AHF, AHD e DHG è 180° (significa che il segmento HG

è adiaciente [adiacente] a HF)

⇒ la somma [delle ampiezze] di HFC, BFC e EFB è 180° (significa che HF è adiaciente [adiacente]

a EF)
Allora i punti E, F, H e G stanno sulla stessa retta perché [i segmenti] HG, HF, EF sono adiacienti [adiacenti].

b)
Ipotesi: ABCD è un quadrato
AHD, DGC, CFB, BEA sono triangoli rettangoli congruenti
Tesi: EFGH è rettangolo
Dimostrazione:



Considero i triangoli EAH e FCG, essi hanno:
- i lati EA e FC sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (per ipotesi)
- i lati AH e CG sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (per ipotesi)

Consideriamo gli angoli EAH e GCF:
Gli angoli EAB, DAH e FCB, DCG sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (per ipotesi)
Gli angoli BAD e BCD sono congruenti perché angoli di un quadrato.
- Gli angoli FCG e EAH sono congruenti per somma di angoli congruenti.

Di conseguenza i triangoli EAH e FCG sono congruenti per il primo criterio di congruenza, infatti hanno due lati (EA e FC; AH e CG) e l'angolo compreso (FCG e EAH) congruenti. Inoltre sono isosceli perché hanno due lati congruenti (i lati EA e AH e i lati GC e CF sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti). In particolare si può concludere che i lati EH e FG sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

Considero i triangoli EBF e HDG, essi hanno:
- i lati EB e HD sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
- i lati DG e BF sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.

Considero gli angoli EBF e HDG
Gli angoli HDA e ABE e gli angoli GDC e CBF sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
Gli angoli ABC e ADC sono congruenti perché angoli di un quadrato.
360° – (ADH + GDC + ADC) [la somma intesa come somma di ampiezze] congruente [uguale] a 360° – (EBA + ABC + ABC) [la somma intesa come somma di ampiezze]
Allora gli angoli EBF e HDG sono congruenti [perché la loro ampiezza si ottiene] per differenza [di ampiezze] di angoli congruenti.
Di conseguenza i triangoli EFB e HDG sono congruenti per il primo criterio di congruenza.
Inoltre sono isosceli perché hanno i due lati obliqui congruenti (EB congruente a BF, HD congruente DG) perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
In particolare posso concludere che i lati EF e HG sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
Considero il quadrilateo [quadrilatero] EFHG: è un parallelogramma perché ha i lati opposti congruenti.

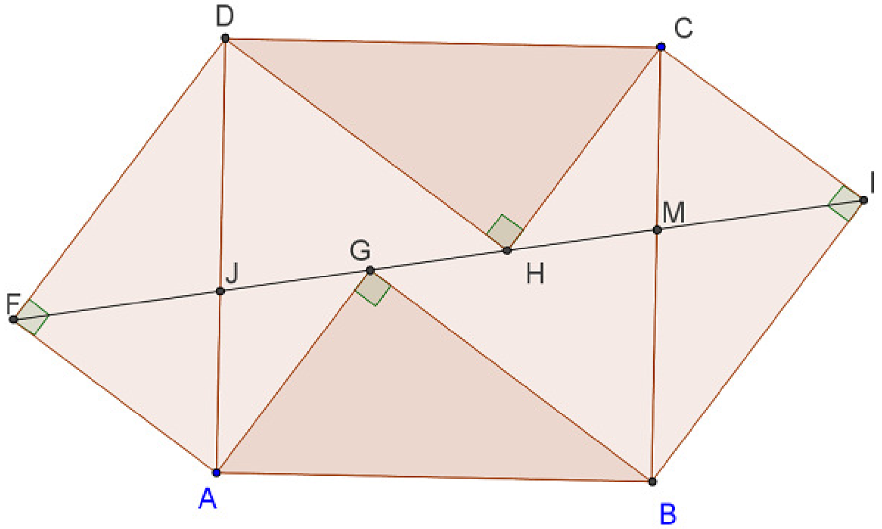
Considero [i triangoli] EFG e HGF, essi hanno:
- i lati EF e HG sono congruent [congruenti] perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (triangoli EFB e HDG)
- il lato FG è in comune
Considero gli angoli EFG e HGF:
Gli angoli EBF [EFB] e HGD sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (EFB e HDG)
Gli angoli CFG e FGC sono congruenti perché FCG è un triangolo isoscele
Gli angoli BFC e DGC sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti (triangoli BFC e CGD)
EFB + BFC – CFG = HGD + DGC – FGC [intesa come somma/differenza di ampiezze]
Allora gli angoli EFG e HGF sono congruenti [perché la loro ampiezza si ottiene] per somma/differenza [di ampiezze] di angoli congruenti.
Di conseguenza i triangoli EFG e HGF sono congruenti perché hanno 2 lati (EF e HG; FG) e l'angolo compreso (EFG e HGF) congruenti.
In particolare i lati EG e HF sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
Visto che EG e HF sono le diagonali del parallelogramma EFGH e siccome sono congruenti posso concludere che EFGH è un rettangolo per la proprietà dei rettangoli [quale?].

Damiano Giuliani, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Paolo Iori, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)



a)
TESI:
F, J, G e M [F, G, H, I] sono allineati

[[IPOTESI:]]
Considero i triangoli rettangoli AFD, AGB, CIB, CHD:

- I segmenti FA, AG, CI e CH sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
- I segmenti FD, GB, IB e HD sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
- I segmenti AB, BC, CD e DA sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti e perché sono i lati di un quadrato.
- Gli angoli DAF, BAG, BCI e DCH sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli congruenti.
- Gli angoli FDA, GBA, IBC e HDC sono congruenti perché elementi corrispondenti in triangoli rettangoli congruenti.

DIMOSTRAZIONE:
> Considero il triangolo FAG, è isoscele perché:

- I segmenti FA e AG sono congruenti per ipotesi.
- L'angolo FAG è retto (90°), perché: - l'angolo BAJ è retto perché angolo di un quadrato.

- l'angolo BAG è congruente a DAF per ipotesi.

=> se l'angolo [l'ampiezza dell'angolo] BAG sommato all'angolo [all'ampiezza dell'angolo] GAJ risulta [pari a] 90°

allora anche [l'ampiezza dell'angolo] DAF sommato a [all'ampiezza dell'angolo] GAJ risulta [pari a] 90°.

=> Il triangolo FAG è isoscele per il primo criterio di congruenza [perché ha due lati, AF e AG, congruenti]. => AFG è congruente a AGF perché angoli [alla base] di [un] triangolo isoscele, e sono di [ampiezza pari a] 45° per somma [di ampiezze] di angoli interni in un triangolo.
> Considero il triangolo IBG; [esso] è isoscele perché:

- I segmenti IB e BG sono congruenti per ipotesi.
- L'angolo IBG è retto (90°), perché: - l'angolo ABC è retto perché angolo di un quadrato.

- l'angolo ABG è congruente a IBC per ipotesi.

=> se l'angolo [l'ampiezza dell'angolo] ABG sommato all'angolo [all'ampiezza dell'angolo] GBC risulta [pari a] 90°

allora anche [l'ampiezza dell'angolo] IBC sommato a GBC risulta 90°.

=> Il triangolo IBG è isoscele per il primo criterio di congruenza [perché ha due lati, IB e BG, congruenti]. => BGM è congruente a BIM perché angoli [alla base] di [un] triangolo isoscele, e sono di [ampiezza pari a] 45° per somma [di ampiezze] di angoli interni in un triangolo.
> Considero i segmenti FG e GH [i punti F, G, H]; [essi] sono allineati perché:
(per essere allineati l'angolo FGH deve essere piatto, cioè [di ampiezza pari a] 180°)

- Se sommo gli [le ampiezze degli] angoli AGB, FGA e IGB il risultato è 180° (=> 90°+45°+45°=180°)

=> FG e GH [I punti F, G, H] sono allineati perché l'angolo FGH è piatto.
(Con lo stesso procedimento trovo che il segmento HI è allineato con il segmento FH [i punti G, H, I sono allineati])
=> quindi i punti FGHI [F, G, H, I] sono allineati, c.v.d.

b)
[[…]]

Gianluca Recla, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Barbara Corazza, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Valentina Poli, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Aurela Pjeci, Classe 2B
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

Piermarco Franch, Classe 2C
Liceo Scientifico Scienze Applicate "B. Russell", Cles (TN)

a)
[[…]]

b)
[[…]]

__Michele Damato, Michele Montatore, Classe 2C__
__Liceo Scientifico "C.Cafiero", Barletta (BA)__

a)
[[…]]

b)
[[…]]

__Marzia Filanino, Classe 2C__
__Liceo Scientifico "C.Cafiero", Barletta (BA)__

a)
[[…]]

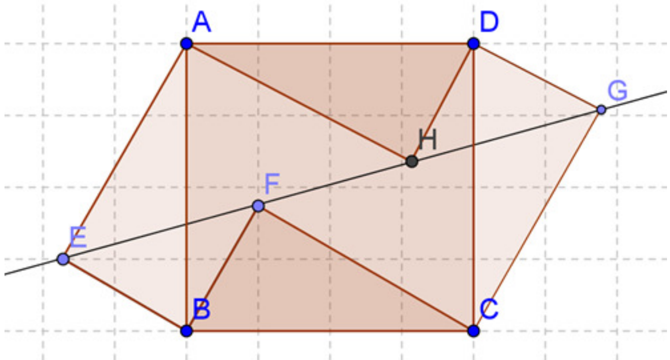
b)
[[…]]

__Angelo Dimalta, Classe 2C__
__Liceo Scientifico "C.Cafiero", Barletta (BA)__

a)
[[…]]

b)
[[…]]

__Vincenza Rizzi, Classe 2C__
__Liceo Scientifico "C.Cafiero", Barletta (BA)__

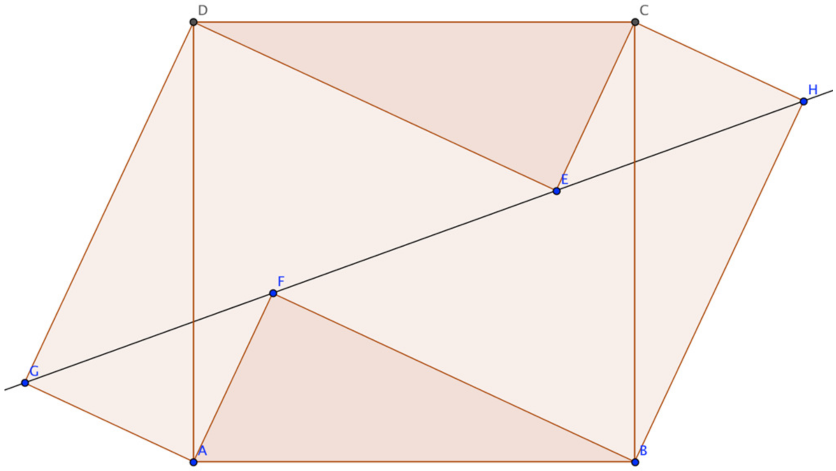


a)
Ip.[Ipotesi]:
ABCD (quadrato)
AHD(tr.rettangolo) = AEB(tr.rettangolo) = BFC(tr.rett.) = CDG(tr.rett.) [uguaglianza nel senso di congruenza, come altre successive]
Ts.[Tesi]:
E, F, H, G allineati
Dim.:Considero BFE(triangolo) Λ [∧ (e)] DHG(triangolo)
EB = BF per ipotesi

DG = DH per ipotesi
Quindi per definizione:
BFE(triangolo) Λ [∧ (e)] DHG(triangolo) sono isosceli =>
BÊF = BFE [$B\hat{F}E$](angolo convesso) e complementari [Per teorema diretto di triangolo isoscele (che vuol dire?)]
DHG(convesso) = DGH(convesso) e Complementari
Analogamente per AEH(triangolo) Λ [∧ (e)] CGF(triangolo)
Considero E, F, G, H
EFB(convesso) + BFC(retto-convesso) + CFG(convesso) [somma di ampiezze] = 180°
DHG(convesso) + DHA(retto-convesso) + AHE(convesso) [somma di ampiezze] = 180°
Quindi [per definizione]:
E, F, G, H allineati c.v.d.

b)
[[…]]

Giuseppe Giannini, Tommaso Monopoli, Marcello Santoro
Classe 2C, Liceo Scientifico "C.Cafiero", Barletta (BA)



a)

Ipotesi: ABCD quadrato, triangolo EDC ≅ triangolo HBC ≅ triangolo FBA ≅ triangolo GDA

Tesi: i punti G, F, E, H sono allineati
Considero il triangolo GDE:

GD ≅ DE (per ipotesi) ⇒ GDE triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele) ciò implica che angolo DEG ≅ angolo DGE (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

Considero il triangolo ECH

EC ≅ CH (per ipotesi) ⇒ ECH triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele)

ciò implica che angolo CEH ≅ angolo CHE (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

ampiezza angolo CDE + ampiezza angolo ADE = 90° (per definizione di quadrato) e angolo GDA ≅ angolo EDC (per ipotesi)

ciò implica che ampiezza angolo GDA + ampiezza angolo ADE = 90° ⇒ GDE triangolo rettangolo (per definizione di triangolo rett.)

ampiezza angolo ECB + ampiezza angolo DCE = 90° (per definizione di quadrato) e angolo ECD ≅ angolo BCH (per ipotesi)

ciò implica che ampiezza angolo ECB + ampiezza angolo BCH = 90° ⇒ ECH triangolo rettangolo (per definizione di triangolo rett.)

GDE triangolo isoscele e rettangolo (per dimostrazione) ⇒ ampiezza angolo DGE ≅ [=] ampiezza angolo DEG = 45°

ECH triangolo isoscele e rettangolo (per dimostrazione) ⇒ ampiezza angolo CEH ≅ [=] ampiezza angolo CHE = 45°

ampiezza angolo DEG + ampiezza angolo CEH + ampiezza angolo DEC = 180°

Analogamente:

Considero il triangolo FBH

FB ≅ BH (per ipotesi) ⇒ FBH triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele)

ciò implica che angolo FHB ≅ angolo BFH (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

Considero il triangolo FAG

FA≅AG (per ipotesi) ⇒ FAG triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele)

ciò implica che angolo GFA ≅ angolo AGF (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

ampiezza angolo FBA + ampiezza angolo CBF = 90° (per definizione di quadrato) e angolo FBA ≅ angolo CBH (per ipotesi)

ciò implica che ampiezza angolo FBC + ampiezza angolo CBH = 90° ⇒ FBH triangolo rettangolo (per definizione di triangolo rett.)

ampiezza angolo FAB + ampiezza angolo DAF = 90° (per definizione di quadrato) e angolo DAG ≅ angolo FAB (per ipotesi) ciò implica che ampiezza angolo DAG + ampiezza angolo FAD = 90° ⇒ GAF triangolo rettangolo

(per definizione di triangolo rett.)

FBH triangolo isoscele e rettangolo (per dimostrazione) ⇒ ampiezza angolo HFB ≅ ampiezza

angolo BHF = 45°

FAG triangolo isoscele e rettangolo (per dimostrazione) ⇒ ampiezza angolo GFA ≅ ampiezza

angolo AGF = 45°
ampiezza angolo GFA + ampiezza angolo HFB + ampiezza angolo BFA = 180°
{ ampiezza angolo GFA + ampiezza angolo HFB + ampiezza angolo BFA = 180° (per dimostrazione)
ampiezza angolo DEG + ampiezza angolo CEH + ampiezza angolo DEC = 180° (per

dimostrazione) }⇒ **G, F, E, H allineati**

c.v.d.

b)

Ipotesi: ABCD quadrato, triangolo DFC ≅ triangolo CEB ≅ triangolo BHA ≅ triangolo AGD

Quesito: che particolarità ha il quadrilatero di vertici E, F, G, H?

angolo FDC ≅ angolo GDA ≅ angolo EBC ≅ angolo ABH (per ipotesi) e angolo ADC ≅ angolo

CBA (perché retti) ⇒ angolo GDF≅ angolo EBH (per somma di angoli congruenti)

angolo GDF ≅ angolo EBH (per dimostrazione)

DF ≅ BH ≅ DG ≅ EB (per ipotesi)

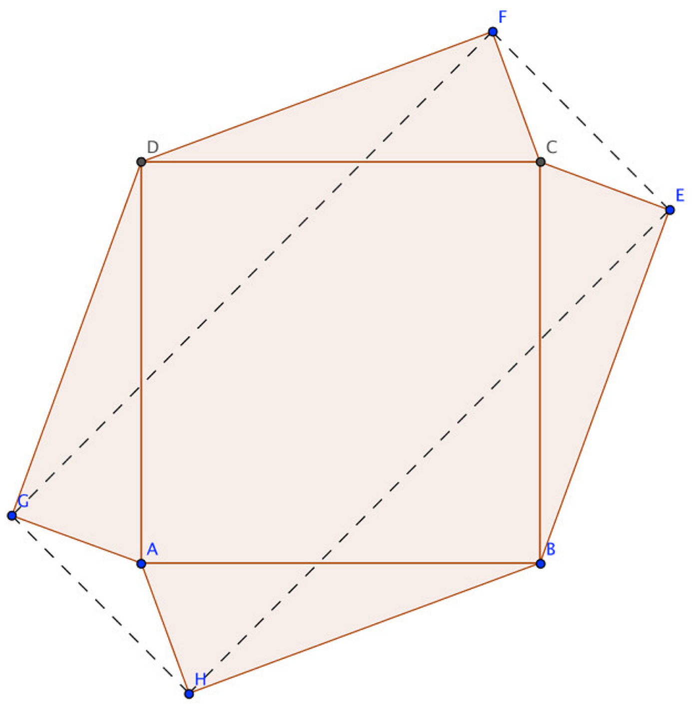
⇒ triangolo GDF ≅ triangolo EBH (per primo criterio di congruenza) ⇒ GF≅EH

DF≅DG (per ipotesi) ⇒ GDF triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele) ⇒ angolo

DFG ≅ angolo DGF (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

EB ≅ BH (per ipotesi) ⇒ EBH triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele) ⇒ angolo

BEH ≅ angolo BHE (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)



angolo DAG ≅ angolo BAH ≅ angolo ECB ≅ angolo FCD (per ipotesi) e angolo DCB ≅ angolo DAB (perché retti) ⇒ angolo DAG + angolo BAH + angolo DAB ≅ angolo FCD + angolo BCE + angolo DCB ⇒ angolo FCE ≅ angolo GAH (per differenza di angoli congruenti)

angolo FCE ≅ angolo GAH (per dimostrazione) e GA ≅ AH ≅ FC ≅ CE (per ipotesi) ⇒ triangolo GAH ≅ triangolo FCE (per primo criterio di congruenza) ⇒ FE ≅ GH

GA ≅ AH (per ipotesi) ⇒ GAH triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele) ⇒ angolo AGH ≅ angolo AHG (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

FC ≅ CE (per ipotesi) ⇒ FCE triangolo isoscele (per definizione di triangolo isoscele) ⇒ angolo CFE ≅ angolo CEF (per teorema degli angoli alla base di un triangolo isoscele)

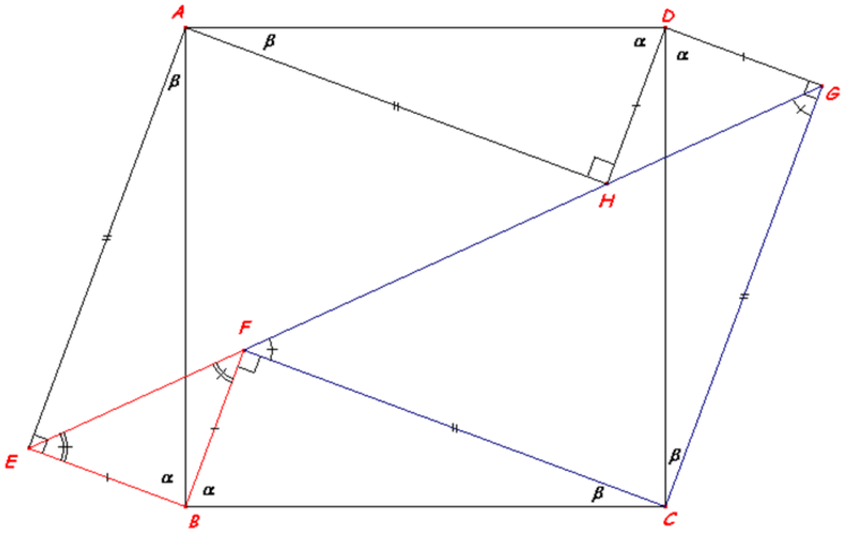
Triangolo isoscele FCE ≅ triangolo isoscele GAH (per dimostrazione) ⇒ angolo CEF ≅ angolo CFE ≅ angolo AGH ≅ angolo AHG (per elementi corrispondenti in triangoli congruenti)

GH ≅ FE (per dimostrazione) e GF ≅ HE (per dimostrazione) ⇒ EFGH parallelogramma (per proprietà del parallelogramma)

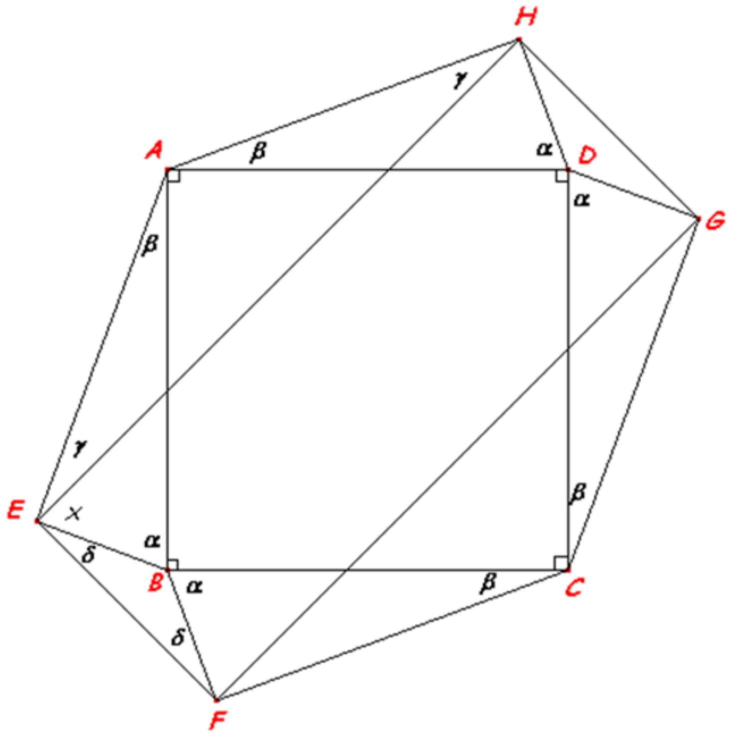
angolo DFC ≅ angolo CEB ≅ angolo BHA ≅ angolo AGD (per ipotesi) e angolo DFG ≅ angolo DGF ≅ angolo BEH ≅ angolo BHE (per dimostrazione) ⇒ angolo GFC ≅ angolo CEH ≅ angolo EHA ≅ angolo AGF (per differenza di angolo congruenti)

angolo GFC ≅ angolo CEH ≅ angolo EHA ≅ angolo AGF (per dimostrazione) e angolo CFE ≅ angolo CEF ≅ angolo AGH ≅ angolo AHG (per dimostrazione) ⇒ angolo FGH ≅ angolo GHE ≅ angolo HEF ≅ angolo EFG (per somma di angoli congruenti) angolo FGH ≅ angolo GHE ≅ angolo HEF ≅ angolo EFG (per dimostrazione) e EFGH parallelogramma ⇒ **EFGH rettangolo** (per definizione di rettangolo)

Giorgio Clementi, Alberto Peripolli, Anna Spagnolo, Fabio Zoccolan
Classe 2C, Liceo Scientifico "XXV Aprile", Portogruaro (VE)



a)
Indicati con α e β gli angoli acuti di ogni triangolo rettangolo come in figura, i triangoli *BEF*, *CFG*, *DGH* e *AEH* sono isosceli per costruzione (ciascuno ha una coppia di lati congruenti) e rettangoli. Infatti se, ad esempio, consideriamo l'angolo $A\widehat{B}F$, esso è il complementare dell'angolo $F\widehat{B}C = \alpha$ ed è quindi congruente a β. Il triangolo *EFB* è così [di conseguenza] rettangolo in *B*. Con considerazioni analoghe l'angolo $F\widehat{C}D$ è il complementare dell'angolo $B\widehat{C}F = \beta$ ed è quindi congruente ad α e il triangolo *FCG* è rettangolo in *C*. Se ora consideriamo gli angoli $E\widehat{F}B$, $B\widehat{F}C$ e $C\widehat{F}G$ e li sommiamo, otteniamo un angolo piatto e questo ci permette di affermare che i punti *E*, *F* e *G* sono allineati.
Allo stesso modo possiamo dimostrare che i punti *G*, *H* ed *E* sono allineati facendo riferimento agli angoli $G\widehat{H}D$, $D\widehat{H}A$ e $A\widehat{H}E$.
In definitiva, la retta individuata dai punti *E* e *G* contiene anche *F* e *H*, ovvero i punti *E*, *F*, *G* e *H* sono allineati.



b)
Il quadrilatero *EFGH* è un parallelogramma in quanto i lati opposti sono congruenti, essendo lati omologhi di triangoli isosceli congruenti a due a due per il primo criterio di congruenza.
Infatti, per i triangoli *AEH* e *CGF* si ha:

$AE \cong AH \cong CF \cong CG$ per ipotesi e $E\widehat{A}H \cong F\widehat{C}G$ perché somme di angoli congruenti, mentre per i triangoli *BEF* e *DGH* si ha:

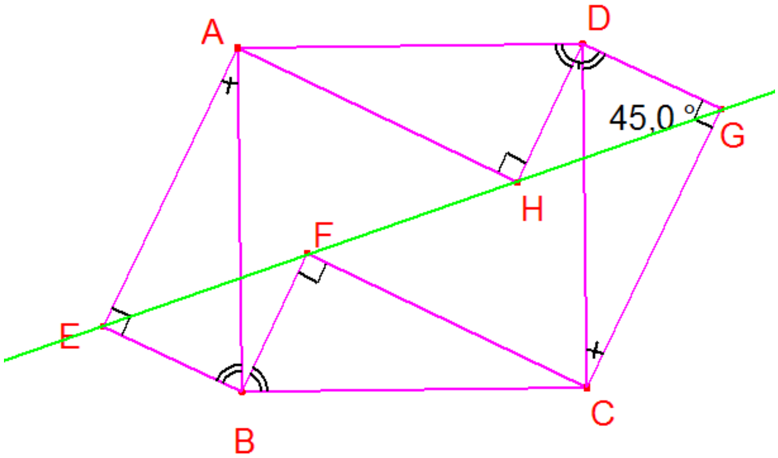
$BE \cong BF \cong DG \cong DH$ per ipotesi e $E\widehat{B}F \cong G\widehat{D}H$ perché esplementari di angoli congruenti [occorre spiegare meglio].

In particolare è un rettangolo, ma per dimostrare questo dobbiamo far vedere, ad esempio, che presenta un angolo retto.

Facendo riferimento alla figura in cui α e β sono gli angoli acuti e complementari in ciascun triangolo rettangolo esterno al quadrato *ABCD*, indichiamo con γ gli angoli alla base nel triangolo isoscele *EHA* e con δ gli angoli alla base nel triangolo isoscele *EFB*. Indichiamo quindi con *x* l'angolo $B\widehat{E}H$, complementare dell'angolo $A\widehat{E}H$, dimostriamo che γ e δ sono congruenti e che perciò l'angolo $F\widehat{E}H$ è retto, essendo somma di due angoli complementari $(x+\delta)$.

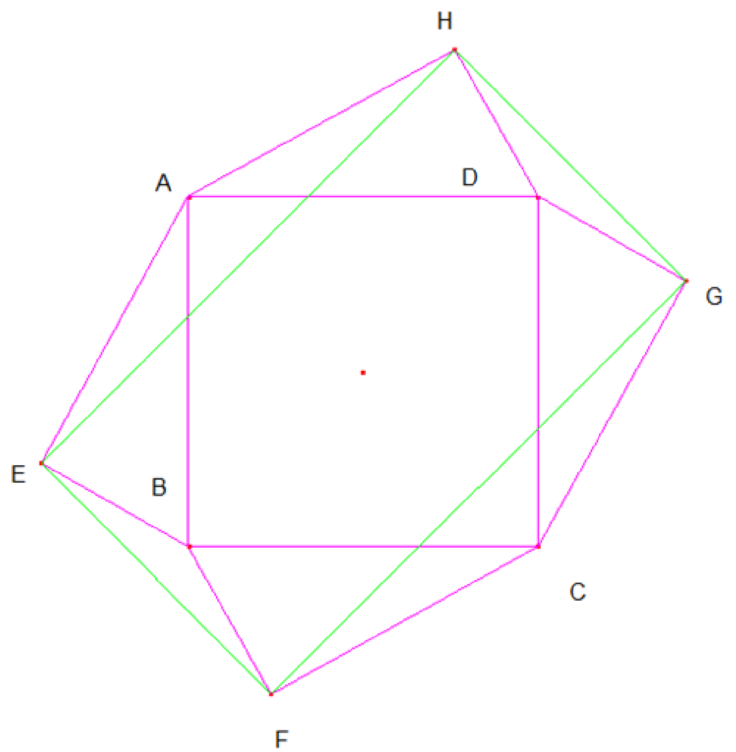
Uguagliando la somma degli angoli interni nei due triangoli isosceli *EHA* e *EFB*, si ha:
$2\beta+\widehat{R}+2\gamma \cong 3\widehat{R}-2\alpha+2\delta$, da cui $2\alpha+2\beta+\widehat{R}+2\gamma \cong 3\widehat{R}+2\delta$, ma $2\alpha+2\beta+\widehat{R} \cong 3\widehat{R}$ [è un modo improprio di indicare l'angolo retto] essendo α e β complementari, e quindi si ottiene $2\gamma \cong 2\delta$, ovvero $\gamma \cong \delta$. [Permane la confusione tra angolo e la sua ampiezza.]

Asia Cosentino, Debora Saullo, Classe 2B
Liceo Scientifico "Pitagora", Rende (CS)



a)
Il triangolo HDG è un triangolo rettangolo isoscele perché:
$HD \cong DG$ perché sono lati corrispondenti dei triangoli AHD e DCG congruenti per ipotesi;
$H\widehat{D}G$ è retto perché $C\widehat{D}G \cong A\widehat{D}H$ in quanto angoli corrispondenti dei triangoli AHD e DCG congruenti per ipotesi e $H\widehat{A}D \cong H\widehat{D}C$ perché complementari degli angoli congruenti $A\widehat{D}H$ e $G\widehat{D}C$
Di conseguenza:
$D\widehat{H}G$ e $H\widehat{G}D$ sono congruenti e complementari e misurano ognuno $45°$.
Il triangolo AEH è rettangolo isoscele perché:
$AE \cong AH$ perché sono lati corrispondenti dei triangoli AEB e AHD congruenti per ipotesi;
$E\widehat{A}H$ è retto perché $E\widehat{A}B \cong H\widehat{A}D$ in quanto angoli corrispondenti dei triangoli ADH e BEA congruenti per ipotesi e $B\widehat{A}H$ è complementare agli angoli congruenti sopra citati.

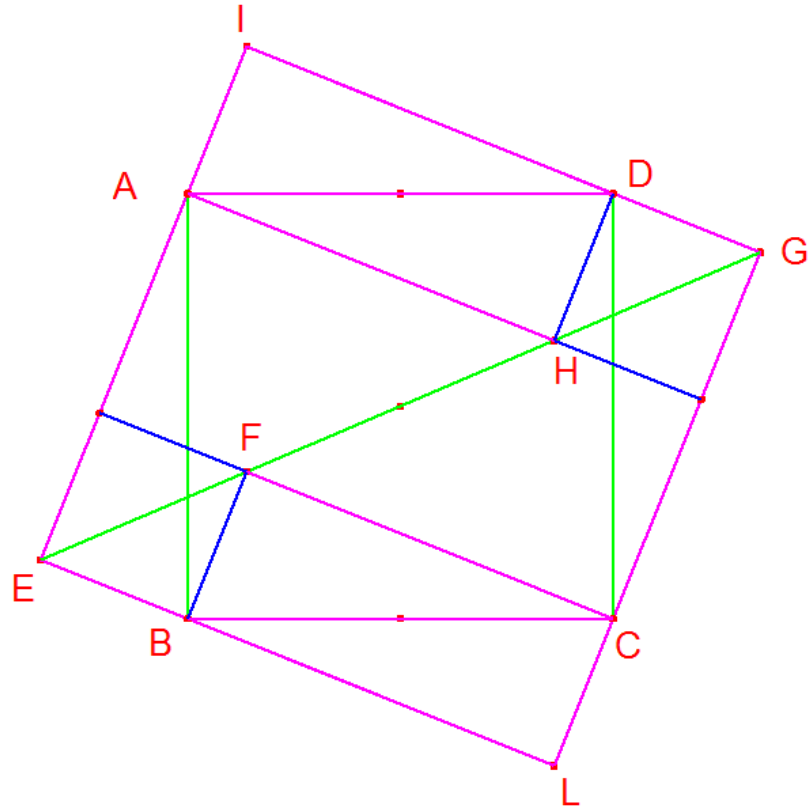
Di conseguenza:
$A\hat{E}H$ e $A\hat{H}E$ sono congruenti e complementari e misurano ognuno 45°.
Ciò implica che l'angolo $F\widehat{H}G$ [EHG] misura 180° dunque F, H [E, H] e G sono allineati.
Analogamente si dimostra che il triangolo EBF è rettangolo isoscele perché:
$EB \cong BF$ perché sono lati corrispondenti dei triangoli BEA e BFC congruenti per ipotesi;
$E\hat{B}F$ è retto perché $E\hat{B}A \cong F\hat{B}C$ in quanto angoli corrispondenti dei triangoli EAB e BFC congruenti per ipotesi e $A\hat{B}F \cong F\hat{C}B$ perché complementari degli angoli congruenti $C\hat{B}F$ e $A\hat{B}E$.
Di conseguenza:
$B\hat{E}F$ e $B\hat{F}E$ sono e complementari e misurano ognuno $45°$.
Il rettangolo [triangolo] FCG è rettangolo isoscele perché:
$CG \cong CF$ perché sono lati corrispondenti dei triangoli DGC e BFC congruenti per ipotesi;
$F\hat{C}G$ è retto perché $B\hat{C}F \cong D\hat{C}G$ in quanto angoli corrispondenti dei triangoli BFC e DCG congruenti per ipotesi e $F\hat{C}D$ è complementare agli angoli congruenti sopra citati.
Di conseguenza:
$C\hat{F}G$ e $C\hat{G}F$ sono congruenti e complementari e misurano ognuno 45°.
Ciò implica che l'angolo $E\hat{F}H$ [EFG] misura 180° dunque i punti EFH [E, F, G] sono allineati.
Per la proprietà transitiva E, F, G e H sono allineati.



b)
Il triangolo EHA è isoscele perché $\mathrm{EA} \cong \mathrm{AH}$ in quanto lati corrispondenti dei triangoli congruenti DEA [BEA] e AHD.
Il triangolo FCG è isoscele in perché $\mathrm{FC} \cong \mathrm{CG}$ in quanto lati corrispondenti dei triangoli congruenti DFC [BFC] e CGD.
Inoltre i due triangoli sono congruenti per il primo criterio di congruenza in quanto $\mathrm{E\hat{A}H} \cong \mathrm{F\hat{C}G}$ per differenza di angoli esplementari congruenti. [Occorre spiegare]
Il triangolo HDG è isoscele perché $\mathrm{HD} \cong \mathrm{DG}$ in quanto lati corrispondenti dei triangoli congruenti AHD e CDG.
Il triangolo EBF è isoscele perché $\mathrm{EB} \cong \mathrm{BF}$ in quanto lati corrispondenti dei triangoli congruenti AEB e BFC.

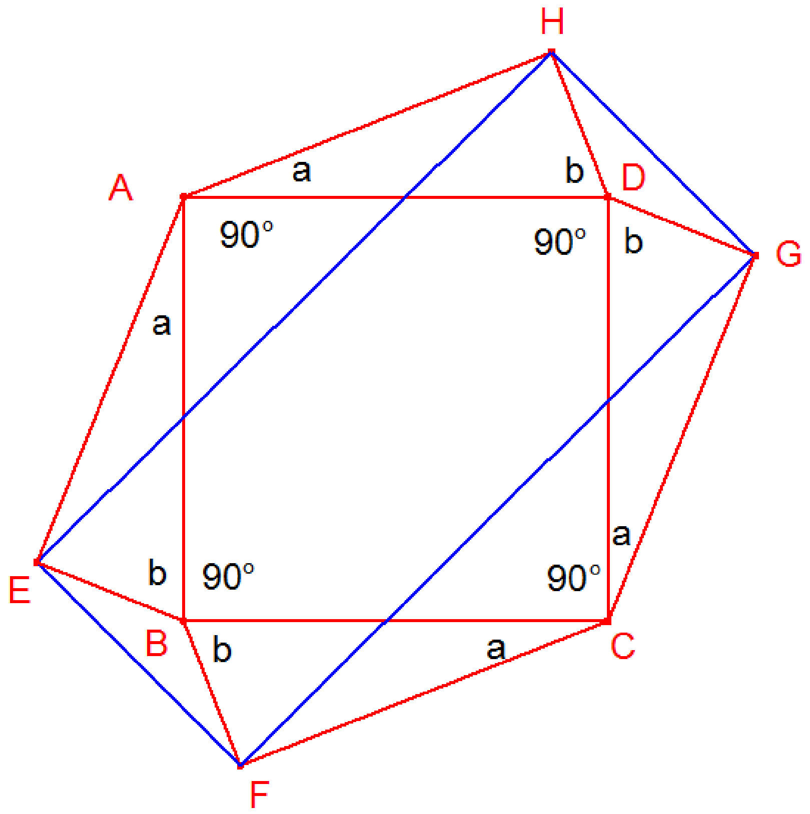
Inoltre i due triangoli sono congruenti perché $H\hat{D}G \cong E\hat{B}F$ in quanto esplementari della somma degli angoli $A\hat{D}C \cong A\hat{B}C$, $H\hat{D}A \cong A\hat{B}E$ e $G\hat{D}C \cong D\hat{B}F$ [$C\hat{B}F$].
Di conseguenza $HGEF$ è un parallelogramma perché ha i lati opposti congruenti.
In particolare i [il] quadrilatero sopra citato è un rettangolo in quanto i quattro angoli sono tali che $E\hat{H}G \cong H\hat{G}F \cong G\hat{F}E \cong F\hat{E}H$, quindi retti, per somma di angoli congruenti poiché: $E\hat{H}D \cong D\hat{G}F \cong G\hat{F}B \cong B\hat{E}H$ e $D\hat{H}G \cong H\hat{G}D \cong B\hat{F}E \cong F\hat{E}B$. [Occorre spiegare]

Classe 2H
Liceo Scientifico "Aristosseno", Taranto (TA)



a)
Costruiamo il triangolo ADI simmetrico del triangolo ADH rispetto al punto medio di AD ed il triangolo BCL simmetrico del triangolo BCF rispetto al punto medio di BC. Otteniamo in tal modo il quadrato ELGI i cui lati sono divisi in parti a due a due congruenti fra loro e congruenti ai cateti dei triangoli rettangoli (che ora sono sei). In questo quadrato il segmento EG è la diagonale ; essa è anche bisettrice degli angoli in E ed in G. I punti F ed H sono equidistanti dai lati del quadrato ELGI e perciò appartengono alla sua diagonale EG (la bisettrice è luogo geometrico di tutti e soli i punti equidistanti dai lati dell'angolo). Quindi i quattro punti E,F,H e G sono allineati. [molte affermazioni ma nessuna dimostrazione].

b)
Nella seconda costruzione il quadrilatero EFGH è un rettangolo.



Indichiamo anzitutto con a e b gli [le ampiezze degli] angoli acuti dei quattro triangoli rettangoli; sappiamo che essi sono a due a due complementari, ovvero che a + b = 90°.
Il quadrilatero EFGH è anzitutto un parallelogramma perché ha i lati opposti congruenti.
Infatti i triangoli EAH ed FCG sono congruenti per il primo criterio di congruenza del triangoli; essi sono isosceli e hanno gli angoli al vertice congruenti perché somme di angoli congruenti. La stessa cosa può dirsi per i triangoli EBF e GDH. Perciò si ha: EH = FG [$\overline{EH} = \overline{FG}$] ed EF = HG [$\overline{EF} = \overline{HG}$].
Osserviamo poi che i triangoli EAH ed FCG sono simili ai triangoli EBF e GDH in quanto [l'ampiezza di] l'angolo al vertice dei primi due triangoli è uguale a 90° + 2a e [l'ampiezza di] l'angolo al vertice dei secondi due triangoli è uguale a 360° − (90° + 2b) = 270° − 2b = 270° − 2(90° − a) = 90° + 2a. Avendo gli angoli al vertice congruenti i triangoli sono perciò simili.
Essendo simili, i quattro triangoli isosceli hanno anche gli angoli alla base congruenti .
In particolare, possiamo dire che l'angolo HGD è congruente all'angolo CGF.
Considerando uno dei quattro angoli del quadrilatero EFGH, ad esempio l'angolo HGF, osserviamo che: HGF = DGF + HGD = DGF + CGF = DGC = 90° [intesa come uguaglianza di ampiezze].
E questo è sufficiente per dire che EFGH è un rettangolo.