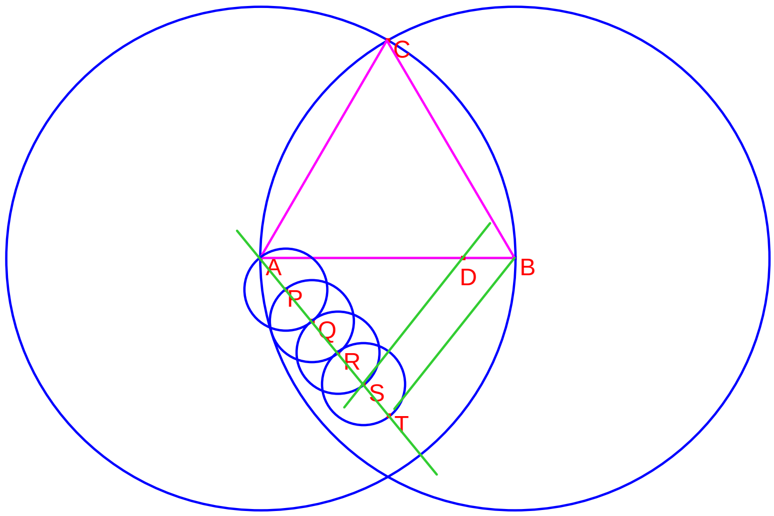
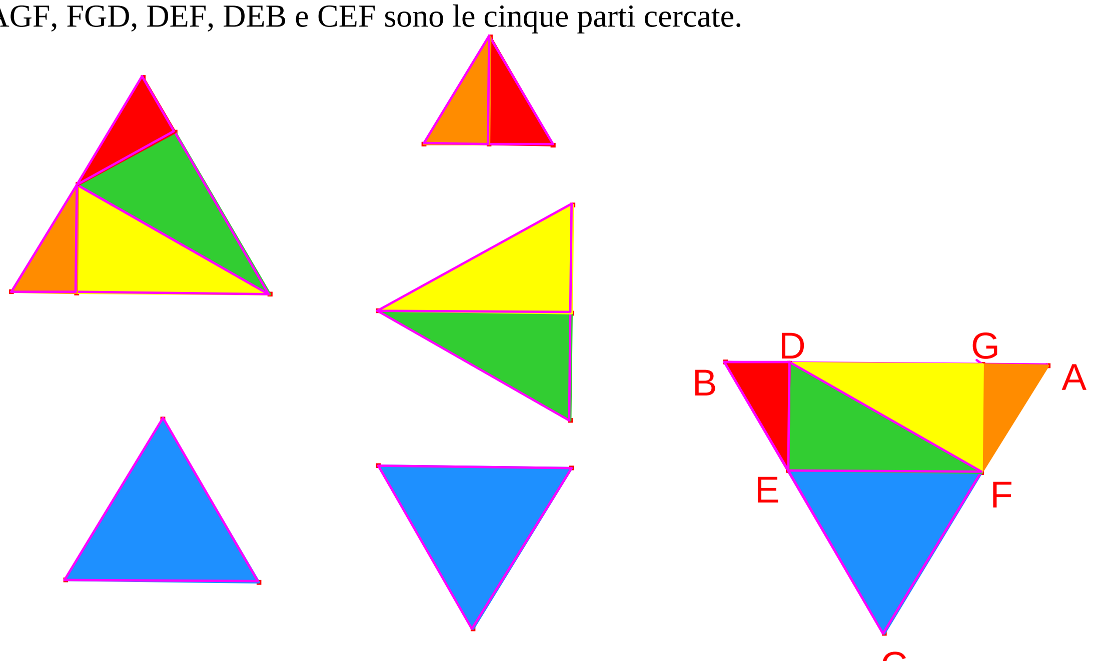
***Soluzione proposta da*:**
Giacomo Canevari
Classe 2C, Liceo scientifico "G. Aselli" Cremona (CR)



1.

Disegniamo un triangolo equilatero ABC. Per fare ciò, dopo aver tracciato il lato AB, disegniamo le due circonferenze aventi per centri gli estremi del segmento e per raggio il lato stesso; chiamiamo C il punto di intersezione, cioè il terzo vertice del triangolo.
Ora dividiamo il lato AB in cinque parti congruenti: tracciamo una retta qualsiasi passante per A e prendiamo su di essa un punto P a piacere. Con il compasso, riportiamo la misura del segmento AP sulla retta per altre quattro volte, sempre nello stesso verso, trovando i punti Q, R, S, T. Congiungiamo T con B, poi tracciamo la parallela al segmento BT passante per S, che intersecherà il segmento AB nel punto D. Per il teorema di Talete, AB : BD = AT : ST = 5 ST : ST = 5.
Tracciamo la perpendicolare ad AB per D, trovando su BC il punto E, la parallela ad AB per E, trovando su AC il punto F, la perpendicolare ad EF per F, trovando su AB il punto G. I triangoli AGF, FGD, DEF, DEB e CEF sono le cinque parti cercate.



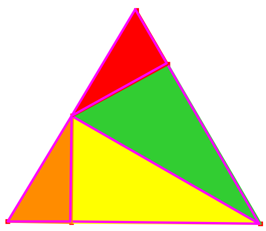
Sappiamo che ECF è un triangolo equilatero, perché l'angolo ACB è di 60°, così come CEF = CBA = 60° (perché questi due angoli sono corrispondenti). I triangoli AGF e BDE sono congruenti per il secondo criterio e corrispondono a due metà di un triangolo equilatero: infatti DE = FG (lati opposti di un rettangolo), gli angoli EBD = FAG = 60° e BDE = FGA = 90°.

Indicando AB con ℓ, abbiamo che BD = $\frac{l}{5}$, DE = $\frac{\sqrt{3}}{5}l$, EF = $\frac{3}{5}l$; perciò, applicando il teorema di Pitagora, si ricava $DF = \sqrt{EF^2 + DE^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}l\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{5}l\right)^2} = \sqrt{\frac{12}{25}l^2} = \frac{2}{5}\sqrt{3}\,l = 2\,ED$.

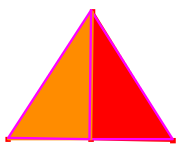
Perciò i due triangoli rettangoli DEF e FGD sono congruenti, perché creati dalla diagonale DF che taglia il rettangolo DEFG, e corrispondono a due metà di un triangolo equilatero, in quanto la loro ipotenusa è il doppio di uno dei loro cateti.
Infine, possiede questa proprietà anche il triangolo ADF, perché l'angolo FAD = 60° e quello DFA = DFG + GFA = 60° + 30° = 90°; inoltre, questo triangolo è scomponibile in altri due, e cioè in AGF = BDE e in FDG = DEF.
Dalla scomposizione e ricomposizione di questi triangoli nel modo indicato, dunque, si ottengono tutti triangoli equilateri.

2. Calcoliamo la misura dei lati dei vari triangoli ottenuti sfruttando le proprietà di questi particolari tipi di triangoli (quelli, cioè, con gli angoli di 30°, 60° e 90°):

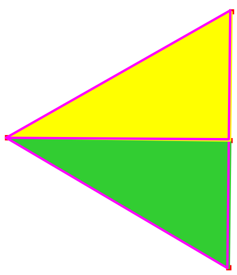
AD = AB – BD = $l - \frac{l}{5} = \frac{4}{5}l$



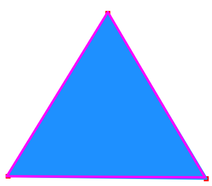
BE = BC – EC = $l - \frac{3}{5}l = \frac{2}{5}l$



DF = $\frac{2}{5}\sqrt{3}\,l$ vedi n°1



CE = AB – 2BD = $l - \frac{2}{5}l = \frac{3}{5}l$



Le figure dei quattro triangoli non sono in scala tra loro.