

LE ISOMETRIE: OSSERVA, COSTRUISCI E SCOPRI

Biennio scuola secondaria di 2° grado

Paola Nanetti
Maria Cristina Silla

Indice

- 1. Note sul percorso:** presentazione, bibliografia
- 2. Introduzione a Cabri Géomètre:** scheda di manualità: parte I e parte II
- 2. Le trasformazioni geometriche:** premessa
trasformazioni geometriche
- 3. Le isomerie**
- La simmetria assiale:** *parte prima:* definizione
elementi fissi
scheda di manualità
parte seconda: elementi uniti; invarianti, identità
riassumendo
esercizi di consolidamento / recupero
per saperne di più
scheda di approfondimento
- La traslazione**
- parte prima:* i vettori - definizione
i vettori e Cabri II
somma di vettori
parte seconda: la traslazione - definizione
invarianti, elementi fissi e uniti
riassumendo
parte terza: costruzione di una macro
esercizi di consolidamento / recupero
per saperne di più
- La rotazione:** *parte prima:* definizione
invarianti, elementi fissi e uniti
riassumendo
esercizi di consolidamento / recupero
per saperne di più
- La simmetria centrale:** *parte prima:* definizione
invarianti, elementi fissi e uniti
riassumendo
parte seconda: costruzione di una macro
esercizi di consolidamento / recupero
- 4. Uno sguardo su...** curiosità, natura, arte

NOTE SUL PERCORSO

La costruzione di questa U.D. nasce da più esigenze didattiche:

- dare continuità allo studio della geometria nel passaggio medie-biennio
- recuperare lo studio della geometria negli I.T.C.
- introdurre e utilizzare uno strumento informatico come Cabri, per l'apprendimento della geometria.

Prerequisiti:

- elementi di base della geometria euclidea; relazioni , corrispondenze, corrispondenze biunivoche

Obiettivi formativi:

- favorire l'autonomia nel lavoro; stimolare la creatività; promuovere la capacità di interagire fra studenti
- far emergere le abilità di ciascun alunno; indurre al metodo euristico

Obiettivi disciplinari:

- far creare e manipolare oggetti; far scoprire e verificare proprietà

La metodologia usata consiste in:

- lavoro di gruppo col coordinamento del docente; discussione collettiva sui risultati ottenuti; sintesi e sistematizzazione finale.

Bibliografia:

W. Maraschini - M. Palma *Matematica di Base* Paravia

E. Gallo *La matematica* SEI

Ferrari Bazzini Pesci Reggiani *Isomerie piane* Q. n.3 CNR 1988

B. Munari *La scoperta del quadrato* Zanichelli 1978

B. Munari *La scoperta del pentagono* Zanichelli 1981

M. Gilardi *Ritmi e simmetrie* Zanichelli 1986

J. Bourgoïn *Arabic Allower Patterns* Idea Books 1976

Il mondo di Escher Garzanti

M. Gardner *Enigmi e giochi matematici* Sansoni 1990

M. Emmer *Simmetrie* Video DSE

N. Falletta *Il libro dei paradossi* Longanesi 1983

SCHEDA DI MANUALITA'

Premessa

Ciascuna delle esercitazioni proposte, deve essere salvata su dischetto di lavoro con il nome sottolineato, come indicato di volta in volta, e deve essere corredata da un testo esplicativo che è possibile ottenere utilizzando il comando Testo che permettere di aprire una finestra in cui scrivere.

Nozioni fondamentali della geometria euclidea

parte prima

- Crea una retta r ed una sua perpendicolare h (per creare la perpendicolare h è necessario, data r , definire). Trova il punto di intersezione di h ed r e chiamalo H (ricordati che il punto di intersezione di due rette non si determina automaticamente, ma va costruito; analogamente, tutte le volte che avrai bisogno del, o dei punti di intersezione di due figure geometriche qualsiasi li dovrai costruire con l'apposito comando, altrimenti per Cabri non esisteranno). Quali comandi usi per tale costruzione?.....

Crea una retta r ed un punto P esterno ad r ; costruisci e misura la distanza del punto P da r . Quali comandi usi per tale costruzione?.....

Crea una retta r ed una sua parallela t (per creare la parallela t è necessario, data r , definire). Costruisci e misura la distanza tra tali due rette parallele. Quali comandi usi per tale costruzione?.....

- Crea un segmento, chiama A e B gli estremi del segmento; costruisci il punto medio e chiamalo M . Quali comandi usi?.....Misura i segmenti AB , AM , MB . Quali comandi usi?

Fornisci una definizione di punto medio.

Crea un segmento, chiama A e B gli estremi del segmento; costruisci il punto medio e chiamalo M .

Costruisci l'asse del segmento che è la condotta per.....

Cabri II ha già il comando che disegna l'asse di un segmento; cerca tale comando, applicalo al segmento AB , verifica che le due costruzioni coincidono.

- Crea una retta r passante per due punti A e B ed una retta s incidente con la precedente passante per due punti C e D ; costruisci il punto di intersezione e chiamalo O . Segna l'angolo AOC e misuralo. Quali comandi usi?.....

Muovendo A fai variare la misura di tale angolo fino a farlo diventare acuto, retto, ottuso. Fornisci una definizione di angolo acuto, retto, ottuso. Sempre muovendo A fai diventare l'angolo nullo e poi piatto e fornisci una definizione di angolo nullo e angolo piatto. Traccia ora la bisettrice dell'angolo AOC . Cabri II ha il comando per disegnare la bisettrice cercalo e applicalo. Quali comandi usi?

- Consideriamo nel piano l'insieme dei poligoni cioè.....

Cabri II è in grado di disegnare qualsiasi poligono; seleziona tale comando e disegna dei poligoni qualsiasi. Consideriamo ora il sottoinsieme dei poligoni delimitati da una poligonale composta da tre lati cioè iCabri II è in grado di

disegnare dei triangoli; seleziona tale comando e disegna un triangolo qualsiasi di vertici A, B, C. Segna gli angoli ABC, BCA, CAB e misurali.

Muovendo il vertice A fai successivamente diventare questo triangolo ottusangolo, acutangolo, rettangolo. Misura i lati AB, BC, CA. Si definisce triangolo scaleno, equilatero, isoscele il triangolo che ha i lati di misura.....

- Crea un triangolo con vertici A, B, C. Costruisci i lati AB, BC, CA e costruisci i loro punti medi M, N, Q. Per mediana s'intende.....

Costruisci le mediane; passano tutte e tre per lo stesso punto? Cabri II ti aiuta a rispondere a questa domanda perché ti dà la possibilità di verificare delle proprietà; devi però porgli il quesito giusto. Come si chiama il punto d'incontro delle tre mediane?..... Modifica il triangolo muovendo i vertici; che cosa noti?

- Crea un triangolo con vertici A, B, C. Costruisci i lati AB, BC, CA. Per altezza s'intende.....

Traccia le altezze relative ai tre lati. Aiutandoti come prima rispondi: passano tutte e tre per lo stesso punto? Come si chiama il punto d'incontro delle tre altezze?..... Se modifichi il triangolo, facendolo diventare successivamente ottusangolo, rettangolo, acutangolo, che differenze noti?.....

- Procedi analogamente per le bisettrici.

- Consideriamo ora il sottoinsieme dei poligoni delimitati da una poligonale composta da quattro lati cioè i

- In esso consideriamo il sottoinsieme formato dai parallelogrammi, cioè i quadrilateri con i lati opposti..... Per costruire un parallelogramma è sufficiente tracciare n.....rette aparallele e quindi ti debbono bastare tre punti non allineati tra loro. Costruisci i tre punti A, B, C non allineati. Costruisci i lati AB, AC.

Manda da B la retta r parallela al lato.....Manda da C la retta s parallela al lato.....Costruisci il punto D intersezione delle rette.....Costruisci i segmenti.....

Per visualizzare solo il parallelogramma ABCD debbo cancellare dalla figura gli oggetti che non mi servono più e precisamente le rette s ed r; ciò in Cabri è possibile selezionando i comandi; quando questi oggetti sono stati cancellati basta selezionaree appare la figura voluta. Misura i lati del parallelogramma ABCD. Cosa noti?

Segna gli angoli del parallelogramma ABCD e misurali. Cosa noti?.....

Costruisci le due diagonali e misurale; chiama O il loro punto di intersezione.

Facendo riferimento alla costruzione precedente costruisci un rettangolo, dopo averne dato la definizione. Costruisci e misura i lati, gli angoli e le diagonali di tale rettangolo. Chiamava O il punto di intersezione delle diagonali; segna e misura l'angolo AOC.

Muovendo uno dei vertici, per esempio C, fai diventare tale rettangolo un quadrato, dopo averne dato la definizione. Che cosa noti?.....

Muovendo uno dei vertici, per esempio C, trasforma tale quadrato in un rombo, dopo averne dato la definizione. Che cosa noti?

- Disegna un triangolo qualsiasi di vertici A, B, C. Segna gli angoli ABC, BCA, CAB e misurali. Calcola la somma degli angoli interni del triangolo ABC. Per compiere questa operazione puoi utilizzare la calcolatrice che Cabri II ti mette a disposizione; cercala nel menù e richiamala; per attivare la somma basta cliccare sulle misure da sommare e sul +.

Quanto vale tale somma?..... Tale valore rimane costante, al variare del triangolo dato?..... Posso quindi concludere che la somma degli angoli interni di un triangolo qualsiasi

- Disegna un triangolo qualsiasi di vertici A, B, C. Segna gli angoli ABC, BCA, CAB e misurali.

Costruisci ora i due angoli esterni relativi al lato AB, tracciando la retta r per i due punti A e B; chiama tali angoli esterni CAM, e CBN, dove M e N sono due punti opportuni della retta r. Per costruire i punti M e N devi usare il comando Punto su un oggetto. Segna tali angoli esterni e misurali.

Quale relazione intercorre tra ogni angolo esterno e gli angoli interni del triangolo? (utilizza sempre la calcolatrice).

Posso quindi concludere che: ogni angolo esterno è uguale.....

- Costruisci una circonferenza selezionando il comando circonferenza (è sufficiente cliccare nel punto dove si vuole il centro e trascinare il mouse per tracciare il raggio e ricliccare).

Costruisci un diametro e una corda; costruisci la distanza tra il centro O e la corda; verifica che tale distanza è l'asse della corda.

- Disegna una circonferenza e su di essa considera tre punti A, B, C, costruisci e misura l'angolo ABC, tale angolo prende il nome di angolo

Costruisci e misura l'angolo AOC; tale angolo prende il nome di

.....relativo all'angolo ABC.

Facendo variare la figura ricava e verifica la relazione che intercorre tra un angolo alla circonferenza e relativo angolo al centro.

LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE

Premessa

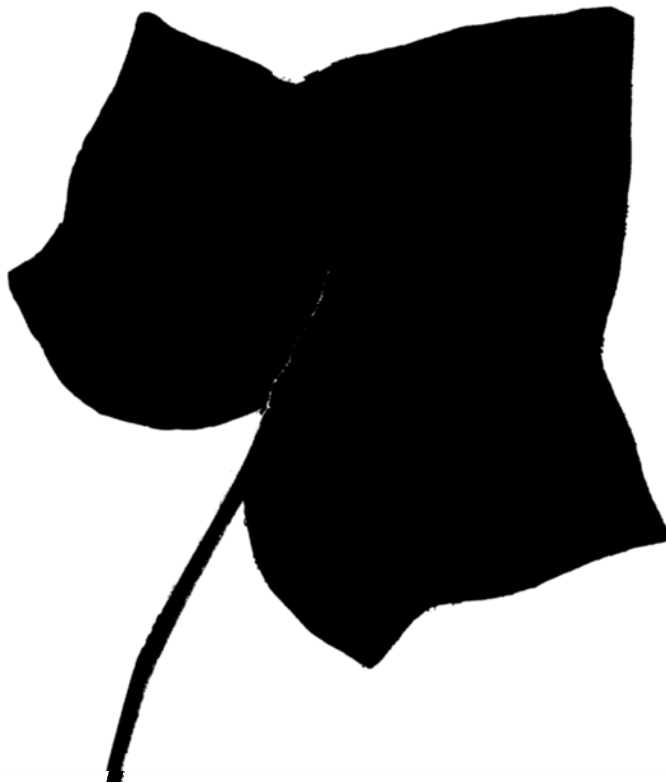
*Se tu mi guardi, ti guardo. Perché tu mi miri con gli occhi ed io non posso?.
Gli occhi non li ho. Se tu lo vuoi, senza voce io ti parlo: la voce ce l'hai tu:
si schiudono invano le mie labbra.*

In questa attività si propongono agli studenti immagini di fiori, foglie, pavimentazioni, rosoni di chiese, edifici, e così via, per stimolare una discussione sul rapporto fra armonia e regolarità.

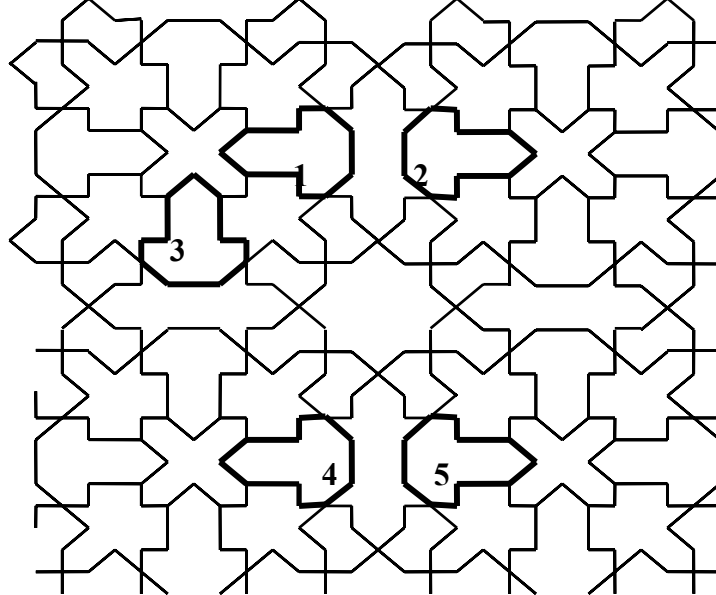
Le riflessioni speculari costituiscono un aspetto talmente consueto della vita quotidiana, che ci sono divenute familiari anche se a volte sono fonte di perplessità. Esaminando l'immagine speculare della nostra mano destra scopriamo che per quanto possiamo esaminare l'una, non riusciremmo a scoprire una proprietà non posseduta dall'altra; tuttavia le due sono del tutto distinte. Nelle varie espressioni artistiche si è utilizzato frequentemente la riflessione speculare per creare delle costruzioni che risultano gradevoli in virtù della loro "regolarità". Anche la natura sembra aver privilegiato per lo sviluppo delle sue forme una via analoga. Vogliamo ora *osservare* le opere dell'uomo e la natura per *scoprire* le caratteristiche che le rendono così armoniche da produrre all'osservazione, un effetto piacevole.



Clematis v. "Nellie Moser"



TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE



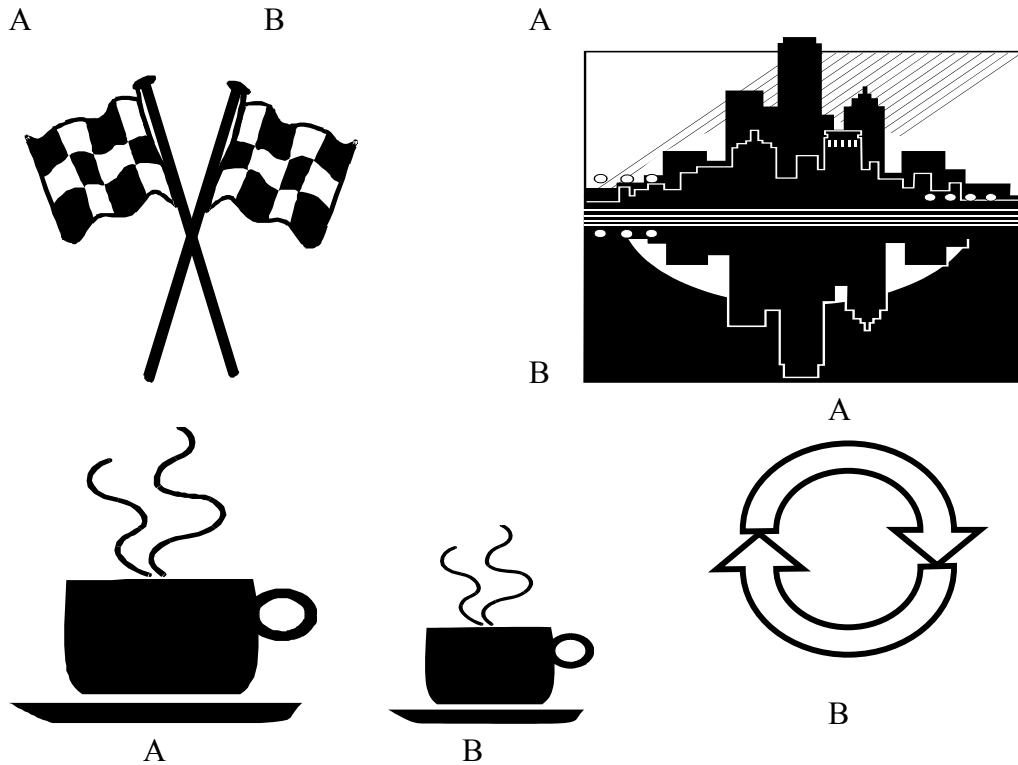
Colora il modulo 1 e poi ricalcane il contorno sul pezzetto di lucido allegato. Prova a “spostarti “ col tuo modellino su lucido per sovrapporlo ai moduli dello stesso tipo seguendo la numerazione indicata. Descrivi i movimenti che hai dovuto fare: da 1 a 2, da 1 a 3, da 1 a 4, da 1 a 5.

Come avrai intuito ci occuperemo di movimenti o meglio di movimenti rigidi, infatti il tuo modellino si sposta ma non si deforma nel movimento (un pallone che viene schiacciato o che si sgonfia si deforma). Il movimento è avvenuto sul foglio che possiamo identificare con l'ente geometrico definito come **piano**.

A noi però non interessa l'azione, ma il risultato! Non ci interessa il movimento in quanto tale (quello lo studieremo in fisica) ma la posizione iniziale e quella finale dei punti che costituiscono la figura. In questo modo *associamo* a ciascun punto P del piano un altro ben individuato punto del piano P' ad esso *corrispondente*. Andiamo quindi a stabilire una corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei punti del piano e, di nuovo, l'insieme dei punti del piano. Attraverso questa corrispondenza biunivoca, di fatto è avvenuto uno spostamento della figura 1, che definiremo:

Trasformazione geometrica del piano: è una corrispondenza biunivoca tra punti del piano; chiameremo P' il trasformato di P rispetto alla trasformazione considerata.

Osserva ora le seguenti figure:



Cosa cambia passando dalla figura **A** alla sua trasformata **B**?
 Quali caratteristiche si mantengono? Per riassumerle completa la seguente tabella segnando *varia* o *rimane invariata* passando dalla figura **A** alla figura **B**:

	Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4
lunghezza segmenti				
ampiezza angoli				
orientamento vertici				
area				

Quando disegniamo un oggetto, l'immagine che viene tracciata è passata dal tri-dimensionale a due dimensioni, l'oggetto ha subito una trasformazione, ma attraverso qualche caratteristica che è rimasta invariata, siamo in grado di riconoscerlo. In una fotografia molti elementi cambiano, le lunghezze, le aree, ma ponendo l'attenzione su ciò che è rimasto invariato, possiamo ricostruire l'immagine qual è nella realtà. Nella fig. 4 non si mantengono le lunghezze dei segmenti, nella fig. 5 invece si mantengono; in entrambe però si mantengono il parallelismo e la perpendicolarità.

Invarianti - caratteristiche di una figura che non mutano in una trasformazione

LE ISOMETRIE

Le trasformazioni che conservano la distanza (è un invariante) fra punti si chiamano **isometrie** dal greco ISO “uguale” e METRON “misura”.

Quali trasformazioni della precedente tabella sono isometrie?.....

Le isometrie che mantengono inalterato l'orientamento dei vertici (che è quindi un invariante) si dicono **dirette**, altrimenti si dicono **inverse**.

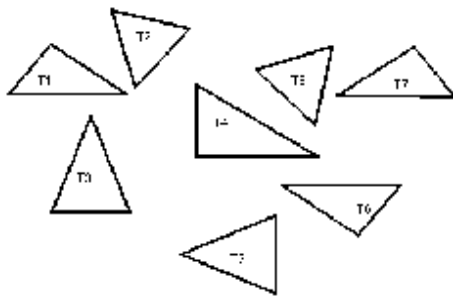
Quali delle precedenti sono dirette?.....

Quali delle precedenti sono inverse?.....

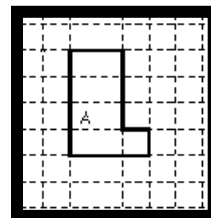
Il punto d'incontro delle bandierine si dice **FISSO** perché la sua immagine dopo la trasformazione è ancora nella stessa posizione. La linea che separa, nella figura 3, la città dalla sua immagine nell'acqua è formata da punti fissi e quindi è una **retta fissa**.

🔦🔦 RISPONDI 🔦

A) Riconosci tra le seguenti, le figure che si corrispondono in una isometria



B) Costruisci figure isometriche alla data



SIMMETRIA ASSIALE

PARTE PRIMA

Obiettivi: definire la simmetria assiale; individuare punti e rette fisse
costruire la figura simmetrica di figure date

Strumenti: laboratorio informatico

La simmetria assiale: definizione

- Crea una retta per due punti e chiamala s ; tale retta divide il piano in due semipiani α_1 e α_2
- Crea un punto $P \in \alpha_1$ esterno a s
- Costruisci la retta perpendicolare alla retta s passante per P e chiamala h
- Costruisci il punto H intersezione di s e h
- Crea il segmento PH e misuralo
- Sulla stessa perpendicolare h ma in α_2 vogliamo riportare un segmento HP' congruente ad PH

Per fare ciò su Cabri II devi procedere come segue:

- Selezionare punto su un oggetto per disegnare un punto qualsiasi su h in α_2
- Creare la semiretta con origine in H passante per il punto precedentemente creato
- Nascondere la retta h e tale punto
- Selezionare trasporto di misura, cliccare sulla misura di PH e selezionare la semiretta; comparirà un punto che chiameremo P'
- Costruire il segmento HP' , misurarlo e nascondere la semiretta
-

I punti P e P' tali che PP' perpendicolare ad s e tale che $PH = P'H$ si dicono simmetrici rispetto alla retta s cioè P' è il simmetrico di P rispetto alla retta s ; la relazione tra i punti del piano che al punto P fa corrispondere P' ottenuto come prima descritto è una trasformazione geometrica chiamata SIMMETRIA ASSIALE di asse s .

Cabri II è in grado di trovare il simmetrico di un punto rispetto ad una retta; cerca tale istruzione e indicala.

Applica tale definizione a più figure da te scelte, determina i punti corrispondenti e attribuisce a ciascuno un nome.

La simmetria assiale: elementi fissi.

- Crea una retta per due punti chiamata s
- Crea un segmento AB esterno alla retta
- Trova il suo simmetrico $A'B'$ rispetto ad s e illustra i passaggi che sarebbe necessario eseguire se il programma non fosse in grado di determinare direttamente il simmetrico di un segmento. Riporta di seguito tali passaggi e verifica che originano la figura corretta.

Per eseguire tale verifica poi aiutarti con i colori; disegnato il segmento AB lo colori, compresi gli estremi, di un colore diverso da quello che ti ha dato il computer, tracci i simmetrici A' , B' dei due estremi e disegni il segmento, che ritorna del colore originario; esegui poi il comando simmetrico di un segmento applicato ad AB e il segmento simmetrico cambia colore.

- Misura i due segmenti; cosa concludi?

Quando A coincide con A' ?

Quando AB coincide con $A'B'$?

- Crea una retta per due punti e chiamala s;

- Crea un triangolo ABC esterno alla retta

- Trova il suo simmetrico $A'B'C'$ rispetto ad s e illustra i passaggi che sarebbe necessario eseguire se il programma non fosse in grado di determinare direttamente il simmetrico di un triangolo. Riporta di seguito tali passaggi e verifica che originano la figura corretta.

Quando C coincide con C' ?

Quando il lato AB coincide con il suo simmetrico $A'B'$?

Concludendo ci sono punti fissi nella simmetria assiale?

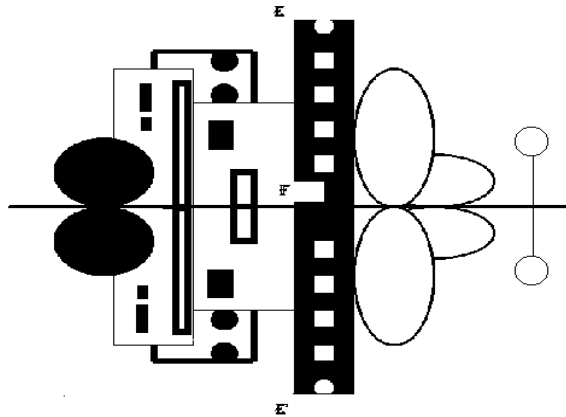
Nella simmetria assiale ci sono rette fisse?

Se sì quali?

SIMMETRIA ASSIALE

SCHEDA DI MANUALITA'

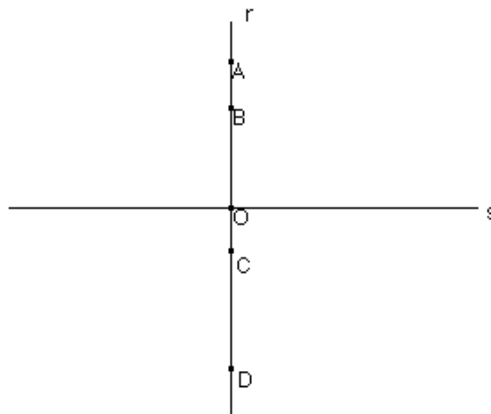
Obiettivi: definire punti e rette unite in una simmetria assiale
distinguere rette unite e rette fisse



Nel disegno sopra è rappresentata la città Futura che si rispecchia nel lago Passato.

Puoi affermare che in questa immagine è rappresentata una simmetria assiale? Qual è l'asse di simmetria? Da che cosa sono rappresentati i punti fissi? E le rette fisse? Osserva la parete sinistra del palazzo più alto e osserva il punto E estremo di tale parete. L'estremo si rispecchia in se stesso? Questo avviene per tutti gli altri punti della parete? Anche per F? (che sta sulla strada)? Perché? Si può dire che E, F ed E' appartengono alla stessa retta? Com'è questa retta rispetto alla strada?

Data la seguente figura, disegna il simmetrico rispetto alla setta s di ogni punto assegnato:



Quindi tutti i punti appartenenti ad r hanno come loro simmetrico un punto che si trova ancora, ma.....

In questa simmetria alla retta r corrisponde.....

Concludendo: in una simmetria assiale ogni retta perpendicolare all'asse di simmetria si trasforma in se stessa, ma cambia il suo ordinamento, perché ogni punto si trasforma in un punto simmetrico appartenente alla semiretta opposta. Tali rette si dicono **UNITE**. Qual è il corrispondente del punto O ?

Riassumendo:

In una simmetria assiale sono punti fissi.....

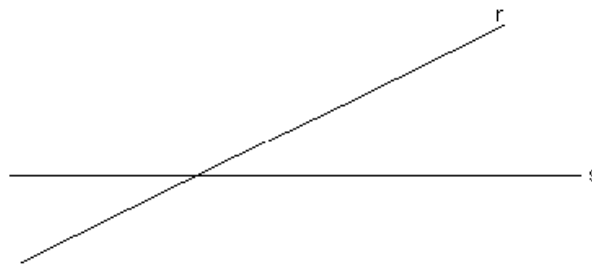
In una simmetria assiale sono rette fisse.....

In una simmetria assiale sono rette unite.....

In una simmetria assiale qual è la differenza fra rette unite e rette fisse?

Esercizio

Per disegnare la retta simmetrica di r rispetto ad s come puoi procedere?



SIMMETRIA ASSIALE

PARTE SECONDA

Obiettivi: individuare gli invarianti e gli elementi uniti

Strumenti: strumento informatico

La simmetria assiale: elementi uniti

Proviamo ora a risolvere il problema della scheda precedente ricorrendo a Cabri.

- Crea una retta per due punti e chiamala s ; crea un'altra retta r incidente ad s
- Costruisci il punto O intersezione di r e s
- Segna l'angolo di vertice O e lati r e s e misuralo
- Trova r' simmetrica di r rispetto ad s .

Illustra i passaggi che sarebbe necessario eseguire se il programma non fosse in grado di determinare direttamente il simmetrico di una retta. Riporta di seguito tali passaggi e verifica che originano la figura corretta. Cosa noti ?.....

In quali casi r coincide con r' ?.....

In ciascuno di tali casi puoi affermare che ogni punto di r ha come simmetrico se stesso?.....

Quali punti hanno se stessi come corrispondenti in ogni caso?.....

Ci sono rette unite in una simmetria assiale?

Se sì quali sono ?.....

L'asse di simmetria chi ha come corrispondente in una simmetria assiale rispetto a se stessa?.....

Che differenza rilevi tra l'asse di simmetria e le rette unite ?.....

La simmetria assiale: invarianti

- Crea una retta s per due punti
- Crea un parallelogramma $ABCD$
- Costruisci il parallelogramma $A'B'C'D'$ simmetrico di $ABCD$ rispetto ad s
- Verifica se si conserva la misura degli angoli e dei lati
- Verifica che se si conserva il perimetro e l'area della figura data

Si conserva l'orientamento dei vertici?.....

- Crea una retta s per due punti; crea una retta r per due punti

Quando la simmetrica di r rispetto ad s è parallela ad r ?.....

Se creo una ulteriore retta t parallela ad r le loro simmetriche rispetto ad s sono ancora parallele?

La simmetria assiale: l'identità

Se eseguo due volte di seguito la simmetria di una figura rispetto allo stesso asse che cosa ottengo? Applicando due volte la simmetria rispetto allo stesso asse non cambia niente: ogni figura ritorna alla posizione iniziale. La trasformazione che lascia tutto fermo si chiama **identità**; anch'essa infatti è una corrispondenza biunivoca del piano con se stesso perché ad ogni punto viene associato se stesso.

La simmetria assiale: riassumendo

In una simmetria assiale gli invarianti sono:

lunghezza lati	V	F
ampiezza angoli	V	F
orientamento vertici	V	F

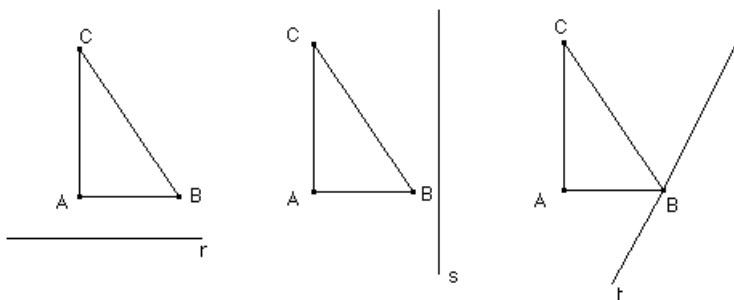
perimetri	V	F
parallelismo	V	F
aree	V	F

- Quali sono i punti fissi di una simmetria assiale?.....
Quali sono le rette fisse di una simmetria assiale?.....
Quali sono le rette unite di una simmetria assiale?.....
E' una isometria? Se sì diretta o inversa?.....
Perché?.....

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO/ RECUPERO

☛ Rispondi alle seguenti domande:

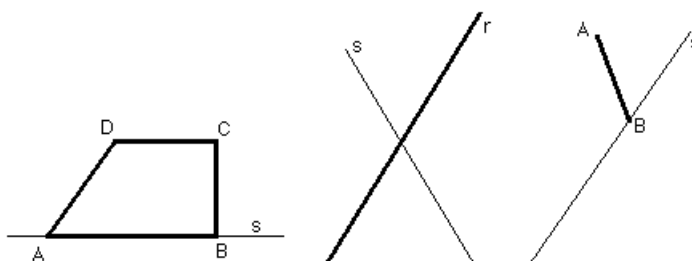
1. Se 2 rette a e b sono tra di loro parallele le loro simmetriche rispetto ad una retta s sono ancora parallele?
2. Come si trasforma una retta parallela all'asse di simmetria?
3. La simmetrica di una retta a, rispetto ad un certo asse, è parallela ad a? In quali casi?
4. Che figura ottengo se eseguo due volte di seguito la simmetria di una figura rispetto ad uno stesso asse?
5. Disegna un parallelogramma. Traccia i punti medi dei lati del parallelogramma. Considera il quadrilatero che si ottiene congiungendo tali punti medi. Il quadrilatero ottenuto ha assi di simmetria? E' ancora un parallelogramma?
6. Riporta sul quaderno i seguenti triangoli e per ciascuno di essi costruisci il simmetrico rispetto alla relativa retta r.



7. Completa:

Figura	Asse di simmetria	Quante	Quali
Triangolo scaleno			
Triangolo isoscele			
Triangolo rettangolo			
Parallelogramma			
Trapezio			

8. Traccia rispetto alla retta s le figure simmetriche delle figure date.



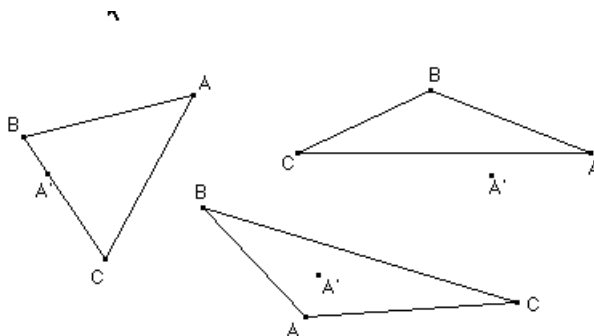
SIMMETRIA ASSIALE

📖 PER SAPERNE DI PIÙ...

Obiettivi: stimolare la curiosità e la creatività

Strumenti: laboratorio informatico

1. Date le rette r ed s incidenti, trasforma un triangolo T prima nella simmetria assiale di asse r e successivamente nella simmetria di asse s ; si ottiene lo stesso risultato invertendo l'ordine delle trasformazioni?.....
Cioè sim_r o sim_s sim_r o sim_s
Quindi si può concludere che l'ordine in cui le simmetrie vengono applicate successivamente è importante, dunque l'operazione di composizione di due simmetrie assiali
Cercando particolari posizioni reciproche delle rette r ed s , puoi trovare casi in cui la composizione delle due simmetrie assiali è commutativa? ...
2. Nell'isometria ottenuta dalla composizione di due simmetrie assiali con assi perpendicolari il punto A e il suo trasformato A'' sono caratterizzati dalle seguenti proprietà:
3. Disegna punti equidistanti da un punto C dato. Quanti sono?
Formano una figura geometrica nota?.....
4. Disegna punti equidistanti da due punti A e B dati. Quanti sono?
Formano una figura geometrica nota?.....
5. Dati tre punti non allineati A, B, C disegna gli assi di due segmenti consecutivi AB e BC : che cosa puoi dedurre?.....
E se i punti A, B, C sono allineati cosa succede?
6. Completa l'immagine della figura data in una simmetria assiale, sapendo che il punto A ha per simmetrico il punto A' .



Determina gli eventuali assi di simmetria delle figure:



SIMMETRIA ASSIALE SCHEDE DI APPROFONDIMENTO

Obiettivi: individuare gli assi di simmetria di figure date

Strumenti: laboratorio informatico

Premessa

Si dice che una figura geometrica ammette un asse di simmetria quando esiste una retta tale che eseguendo la simmetria assiale della figura data rispetto a tale retta la figura si trasforma in se stessa. Esistono figure che non ammettono assi di simmetria, figure con un solo asse di simmetria, figure con più assi di simmetria.

I triangoli

- Costruisci un triangolo equilatero qualsiasi, ma tale che al variare dei punti di base rimanga equilatero. Per eseguire tale costruzione con Cabri II selezionare Poligono regolare. Il triangolo equilatero ammette assi di simmetria? Se sì quali e quanti? Conferma con Cabri II i tuoi risultati. Se ne deduce che tali assi sono.....

- Costruisci un qualsiasi triangolo isoscele con solo due lati uguali, ma tale che al variare dei punti di base rimanga isoscele.

Per eseguire tale costruzione con Cabri II:

- Costruire un segmento AB

- Tracciare la circonferenza di centro A e raggio $r < \dots\dots\dots$, ma $r > \dots\dots\dots$ e misurare tale raggio

- Trasportare tale misura sulla semiretta BA e tracciare la circonferenza di centro..... e raggio.....

- Segnare i punti di di tali circonferenze.

- Costruire i segmenti

- Misurare i lati e gli angoli per verificare che si tratta di un triangolo isoscele come richiesto. Il triangolo isoscele ammette assi di simmetria? Se sì quali e quanti? Conferma con Cabri II i tuoi risultati. Se ne deduce che tale asse è

- Costruire, in analogia alle costruzioni precedenti, un triangolo scaleno con i tre lati di misura diversa. Il triangolo scaleno richiesto ammette assi di simmetria?

I PARALLELOGRAMMI

- Costruisci un qualsiasi quadrato, ma tale che al variare dei punti di base rimanga quadrato. Per eseguire tale costruzione con Cabri II selezionare Poligoni regolari.

Il quadrato ammette assi di simmetria? Se sì quanti e quali?

Se ne deduce che: le diagonali sono....., si.....scambievolmente ..

e sono ledegli angoli

- Costruisci un qualsiasi rettangolo, ma tale che al variare dei punti di base rimanga un rettangolo. Per eseguire tale costruzione con Cabri II: costruire un segmento AB; tracciare per ele due.....ad AB. Tracciare la circonferenza di centro A e raggio re misurare tale raggio Trasportare la misurasulla semiretta....Costruire i punti di tra.....e..... Costruire i quattro Nascondere..... Misurare lati e angoli e verificare che si tratta di un rettangolo. Il rettangolo ammette assi di simmetria? Se sì quanti e quali?

Se ne deduce che: le diagonali sono..... , si.....scambievolmente.

- Costruisci un qualsiasi rombo, ma tale che al variare dei punti di base rimanga un rombo.

I TRAPEZI

- Costruisci un qualsiasi trapezio, ma tale che al variare dei punti di base rimanga un trapezio isoscele.

Per eseguire tale costruzione con Cabri II:

- Costruire una circonferenza di centro e raggio a piacere AB
- Prendere un punto P sullaper P
- Tracciare laad AB.
- Costruire i punti di tra
- Costruire i quattro
- Nascondere.....

Misurare lati e angoli e verificare che si tratta di un trapezio isoscele.

Il trapezio isoscele ammette assi di simmetria? Se sì quanti e quali?

Se ne deduce che: le diagonali sono..... , si.....

Il trapezio scaleno ammette assi di simmetria? Se sì quanti e quali?

Il trapezio rettangolo ammette assi di simmetria? Se sì quanti e quali?.....

LA TRASLAZIONE

PARTE PRIMA

I Vettori

Obiettivi: definire un vettore; individuare direzione, verso e modulo
individuare il risultante di due vettori

Strumenti: strumento informatico

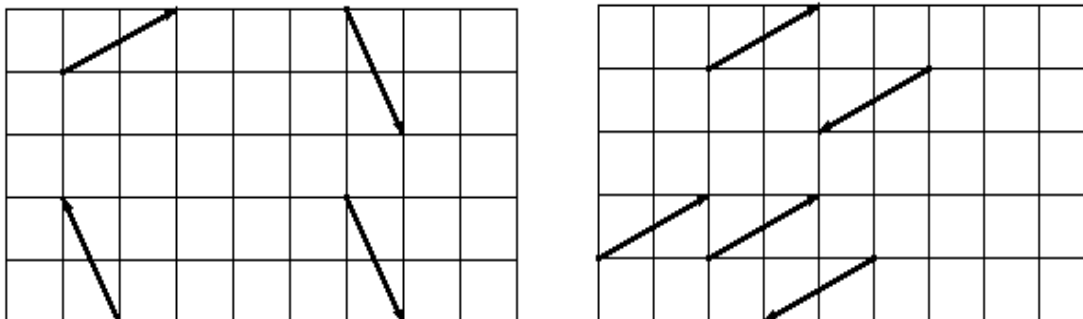
I Vettori: definizione

Nella seguente figura il punto passa dalla posizione A alla posizione A' con il percorso più corto possibile. Come puoi indicare tale spostamento in modo chiaro ed inequivocabile?

A A'

Per descrivere correttamente lo spostamento da A ad A' nel piano è necessario indicare:

la retta lungo la quale avviene lo spostamento e precisamente la retta AA' (direzione), ma questo non basta, è necessario dire se si va da A ad a' o viceversa e quindi specificare il verso di percorrenza, e infine dobbiamo specificare la misura dello spostamento (o modulo).



1. Che cosa hanno in comune questi spostamenti nei due esempi dati?

Gli spostamenti dati hanno la stessa direzione? Gli spostamenti dati hanno lo stesso verso? Gli spostamenti dati hanno la stessa misura? Spostamenti che avvengono lungo rette parallele hanno la stessa.....

Una grandezza individuata da una direzione, da un verso e da un modulo (lunghezza dello spostamento) si definisce VETTORE e viene indicato con una freccia.

I Vettori e Cabri II

- Per disegnare un vettore seleziona Vettore, clicca una volta per determinare il punto iniziale, trascina il mouse per determinare direzione, verso e modulo, riclicca per determinare il punto finale. Disegna alcuni vettori a piacere.

Considera un vettore in particolare e chiamalo v ; se vuoi spostarlo parallelamente a se stesso devi scegliere l'opzione puntatore, quindi con il pugno che trascina posizionati in un punto interno al vettore, e trascinare il mouse; se vuoi invece modificare il modulo, cambiare il verso e la direzione ci si deve posizionare con il pugno nel punto iniziale o finale.

- Vogliamo ora costruire un vettore parallelo ad una retta data. Costruisci la retta r e un punto P esterno ad r . Costruisci la retta per P parallela ad r e chiamala s .

Con Punto su un oggetto costruisci un altro punto Q appartenente ad s . Costruisci il vettore che abbia gli estremi in questi due punti. Nascondi la retta s con il comando Nascondi, retta, puntatore.

- Vogliamo ora costruire due vettori fra loro paralleli, indipendentemente da verso e modulo.

La costruzione è analoga alla precedente. Esegui tale costruzione

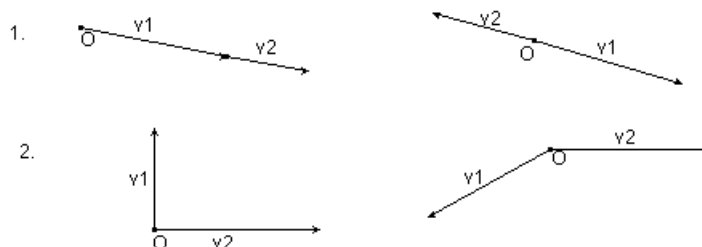
- Vogliamo ora costruire un vettore perpendicolare ad una retta data, indipendentemente da verso e modulo.

La costruzione è analoga alla precedente.

- Possono due vettori avere stessa direzione e modulo, ma verso opposto? Se si disegnalili.

I Vettori: somma di vettori

- Considera ora di avere nel piano un punto A a cui viene applicato lo spostamento individuato dal vettore v_1 e successivamente dal vettore v_2 come da figure date. Determina in ciascun caso la posizione finale A' di A e individua quale spostamento complessivo è stato applicato ad A , indicandone direzione, verso, modulo, punto iniziale. Conferma i risultati ottenuti su Cabri II utilizzando le opzioni vettore e somma di vettori (per eseguire la somma il programma ha bisogno del punto iniziale anche per il calcolo del vettore somma; selezionare quindi O).



Disegna due vettori v_1 e v_2 qualsiasi per modulo, direzione e verso; costruisci il vettore somma con punto iniziale un punto qualsiasi A . Si sposti v_1 e v_2 parallelamente a se stessi, senza modificare modulo e verso. Il vettore somma cambia? Che cosa puoi concludere?

- Le due figure date rappresentano la stessa situazione?

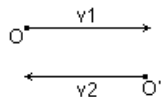


Fig. A

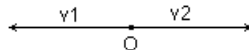


Fig. B

Vettori di questo tipo con stesso..... e stessa, ma
 si dicono opposti.

Qual è il loro vettore somma? Misuralo.

- Vogliamo costruire con Cabri II due vettori opposti come in figura precedente. Costruire un qualsiasi vettore v_1 con punto iniziale in O e misurarlo. Costruire la retta r passante per i due estremi del vettore. Con il comando Punto su un oggetto, prendere un punto C appartenente ad r dalla parte opposta del vettore disegnato. Costruire la semiretta OC . Nascondere la retta r e il punto C . Selezionare trasporto di misura, ed evidenziare la misura del vettore v_1 trasportandolo sulla semiretta OC ; si crea così un punto B' sulla semiretta. Nascondere la semiretta. Costruire il vettore OB' e misurarlo. E' possibile costruire due vettori opposti utilizzando una circonferenza, un diametro e.....

Esegui tale costruzione. Disegna e misura il vettore somma. Generalizza i risultati che hai ottenuto, specificando i diversi casi.

LA TRASLAZIONE

PARTE SECONDA

Obiettivi: definire una traslazione ;costruire la trasformata di una figura
individuare gli invarianti e determinare gli elementi uniti e fissi
Strumenti: strumento informatico

La traslazione: definizione

- Crea una retta per due punti e chiamala s
- Crea una retta r parallela alla precedente; costruisci e misura la distanza che esiste tra s e r
- Costruisci un triangolo ABC esterno sia ad s che ad r dalla parte di s
- Costruisci il triangolo A'B'C' simmetrico di ABC rispetto ad s
- Costruisci il triangolo A''B''C'' simmetrico di A'B'C' rispetto ad r
- Nascondi A'B'C'

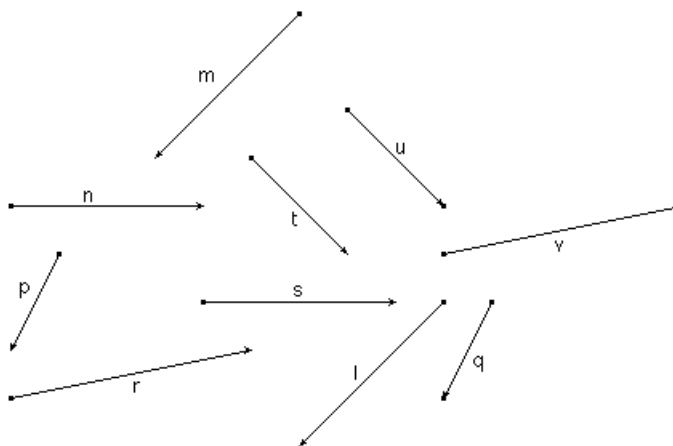
Considera la trasformazione che ad ABC fa corrispondere A''B''C''. E' una isometria ? E' una simmetria assiale? Costruisci i vettori AA'', BB'', CC''. Come risultano tra loro?..... Misurali; cosa noti? Che relazione intercorre tra la distanza fra s e r e la misura dei vettori?

La trasformazione che fa corrispondere al triangolo ABC il triangolo A''B''C'' è immaginabile come uno spostamento rettilineo di ogni punto; tale spostamento avviene lungo rette tra loro parallele (le rette a cui appartengono AA'', BB'', CC'' sono parallele), e quindi hanno la stessa direzione, lo stesso verso e le distanze tra ogni punto e il suo corrispondente sono uguali (AA''= BB''= CC'').

Tale trasformazione è quindi individuata da un **vettore**.

La trasformazione individuata da un vettore prende il nome di **traslazione**.

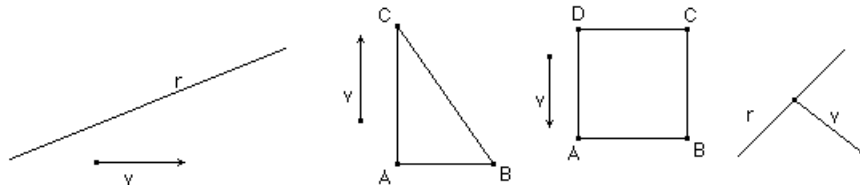
Esercizio: Di tutte queste frecce, quali rappresentano la stessa traslazione?



La traslazione: invarianti

Cabri II è in grado di eseguire la traslazione:

- Applica il comando Traslazione per traslare figure simili alle date secondo vettori che riproducano quelli in figura.



- Facendo riferimento alle figure precedentemente traslate determina se la traslazione conserva le lunghezze, le aree, i perimetri.

- Traccia due rette r, s parallele tra loro e trova le loro traslate secondo un qualsiasi vettore; si conserva il parallelismo? (ricorda che Cabri II risponde ad alcune domande). Prima di eseguire la traslazione distingui le rette iniziali con un nome o cambiando loro il colore.

La traslazione: elementi fissi e uniti

- Considera un triangolo ABC ; esegui di seguito la sua traslazione secondo un vettore v_1 e poi secondo un vettore v_2 con stesso modulo e direzione, ma verso opposto. Che cosa noti ? Qual è la somma dei due vettori dati? Perché?

Una traslazione può avere punti fissi e rette fisse? In quali casi? Con quale trasformazione coincide la traslazione in quel caso?

- Considera una retta r qualsiasi passante per due punti A, B, ed esegui una traslazione secondo un vettore con direzione parallela alla retta data, qualsiasi sia il suo modulo e il suo verso (per fare tale costruzione costruisci una retta r e una sua parallela per un punto, considera su tale parallela un secondo punto, traccia il vettore con estremi in quei due punti, nascondi la retta parallela). Che cosa noti? Cambia il modulo e il verso del vettore traslazione, ma non la direzione. Che cosa noti? Cambia la direzione del vettore traslazione. Che cosa noti?

La traslazione: riassumendo

In una traslazione gli invarianti sono:

lunghezza lati	V	F
ampiezza angoli	V	F
orientamento vertici	V	F
parallelismo	V	F
perimetri	V	F
aree	V	F

Quando ci sono punti fissi in una traslazione? Quando ci sono rette fisse in una traslazione? Quali sono le rette unite di una traslazione? E' una isometria? Se sì diretta o inversa? Perché?

LA TRASLAZIONE

PARTE TERZA

Obiettivi: costruire una macro

Strumenti: strumento informatico

La traslazione: costruzione di una Macro

Risolviamo ora un esercizio della scheda per casa utilizzando Cabri II, ma non utilizzando il comando vettore di Cabri II; vogliamo cioè cercare noi una strada per trovare il traslato di un punto secondo un certo vettore assegnato e vogliamo "insegnare" a Cabri a seguire la nostra strada. Vediamo come operare:

- Crea il punto A e il punto A' suo traslato secondo il vettore AA'; costruisci tale vettore e misuralo.

Se voglio applicare la stessa traslazione ad un punto C del piano dovrò individuare il procedimento per trovare il corrispondente di C che chiamerò C'. Posso procedere nel modo che segue:

- Costruisci il segmento.....

- Costruisci da A' la al segmento AC e chiamala r e costruisci da C la al vettore AA' e chiamala s

- Costruisci il punto C' intersezione delle rette Nascondi le rette e i segmenti..... Sapendo trovare il traslato di un punto è possibile trovare il traslato di qualsiasi figura perché basta traslare ogni vertice della poligonale. E' molto utile allora "insegnare" a Cabri a traslare un segmento secondo un certo vettore; questo è possibile facendo memorizzare a Cabri il procedimento appena eseguito cioè costruendo una MACRO.

Segui ora il procedimento che viene descritto:

- Selezionare Oggetti iniziali e indicare i punti A, A', C nell'ordine cliccando su di essi una volta sola

- Selezionare Oggetti finali e indicare il punto C' cliccando su di esso una volta sola

- Selezionare "Definizione di una macro"

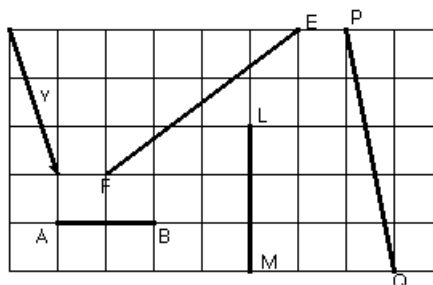
- Compare una mascherina in cui si chiede di descrivere la macro; cancellare Nuova costruzione e scrivere il nome prescelto, scegliere l'icona, introdurre il messaggio che si ritiene opportuno, salvare la macro e cliccare su OK. Compare un'altra mascherina: ripetere il nome con l'estensione mac e salvare.

Esegui allora questa esercitazione:

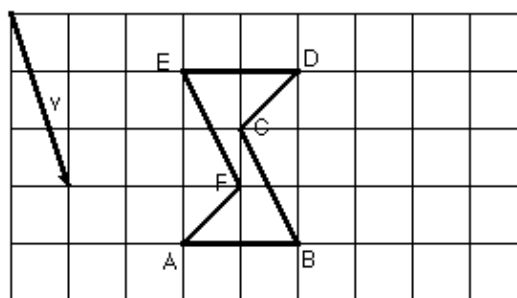
- Crea un triangolo ABC (attento all'ordine con cui hai disegnato il triangolo). Crea un punto A' traslato di A nella traslazione di vettore AA' e disegna il vettore e misuralo. Richiama la tua macro e fai traslare i vertici del triangolo indicando A, A', B, comparirà B', ripeti l'operazione per C. Verifica che effettivamente è stata eseguita la traslazione voluta.

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO/ RECUPERO

1. Trasforma i segmenti in figura con la traslazione di vettore v .

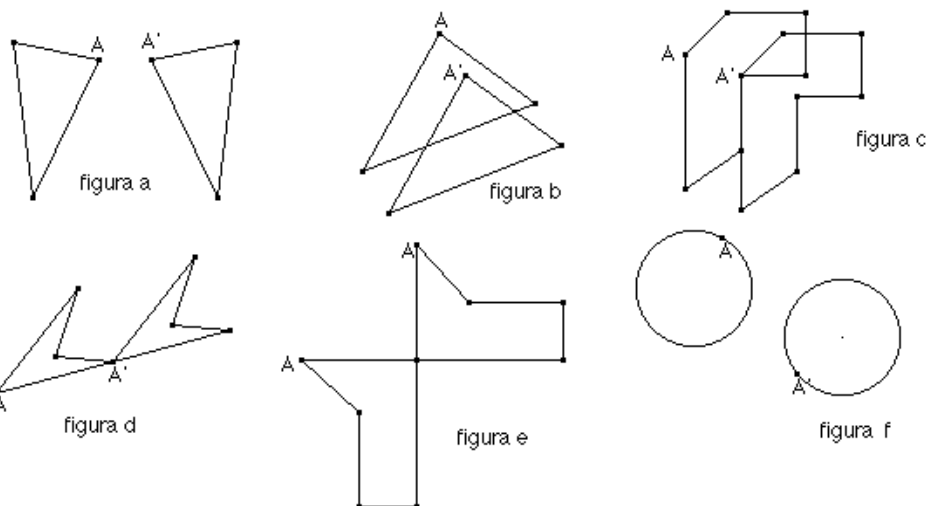


2. Crea un punto A e un punto A' . Sapendo che esiste una trasformazione geometrica che al punto A fa corrispondere A' (traslazione), come puoi trovare, nella stessa trasformazione, il corrispondente un altro punto qualsiasi B ? Elenca tutte le operazioni eseguite.



3. Data la una figura, costruisci la trasformata in una traslazione di vettore v assegnato.

4. Quali tra le seguenti figure si corrispondono in una traslazione? Sapendo che i punti con l'apice sono i punti trasformati, qual è il vettore traslazione?



TRASLAZIONI

PER SAPERNE DI PIÙ...

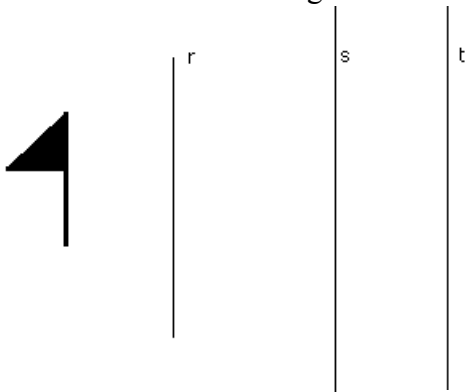
Obiettivi: stimolare la curiosità e la creatività

Strumenti: laboratorio informatico

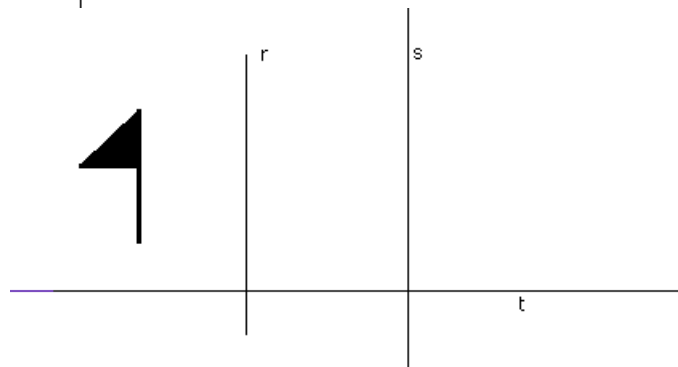
1. Abbiamo visto che trasformando una figura mediante due simmetrie assiali ad assi paralleli abbiamo ottenuto una traslazione di vettore.....

Ora, se le simmetrie assiali ad assi paralleli diventano tre, che cosa ottieni?.....

Prova a costruire l'immagine della bandierina in tale trasformazione:

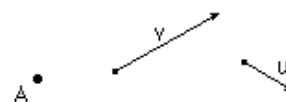


2. Considera la seguente figura:



- Costruisci la bandierina B' simmetrica di B rispetto alla retta r
- Costruisci la bandierina B'' simmetrica di B' rispetto alla retta s
- Costruisci la bandierina B''' simmetrica di B'' rispetto alla retta t
- Quale trasformazione hai ottenuto?.....E' una trasformazione che hai già incontrato?.....E' una isometria diretta o inversa?.....

3. La composizione di due traslazioni è ancora una traslazione? Per rispondere a questa domanda prova a traslare il punto A componendo le due traslazioni di vettori dati.



LE ROTAZIONI

PARTE PRIMA

Obiettivi: definire una rotazione e individuare gli invarianti

Strumenti: strumento informatico

La rotazione: definizione

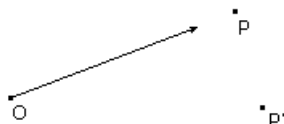
Eseguiamo la seguente esercitazione:

- Crea una retta per due punti e chiamala r
- Crea una retta per due punti incidente alla precedente e chiamala s
- Crea il punto di intersezione P
- Segna e misura l'angolo acuto formato dalle due rette r e s
- Crea il segmento AB esterno alle due rette dalla parte di r
- Costruisci il segmento $A'B'$ simmetrico di AB rispetto ad r
- Costruisci il segmento $A''B''$ simmetrico di $A'B'$ rispetto ad s . Nascondi $A'B'$
- Considera la trasformazione che al segmento AB fa corrispondere $A''B''$

E' un'isometria? E' ancora una simmetria assiale?

- Congiungi A con P e P con A'' e congiungi B con P e P con B'' . Segna l'angolo APA'' e misuralo. Segna l'angolo BPB'' e misuralo. Cosa noti? Crea i segmenti AP e $A''P$ e misurali. Crea i segmenti BP e $B''P$ e misurali. Cosa noti?.....

La trasformazione che ha portato il punto A nella posizione A'' è simile al movimento compiuto dalla lancetta delle ore di un orologio che fissata in O , al centro dell'orologio, si porta dal punto P al punto P' . Osserva la figura:



Come facciamo a portare la lancetta dal punto P al punto P' ? Di quale strumento ti puoi valere? Se la lancetta ore del tuo orologio, fissa in O al centro dell'orologio, segna prima le 3 e poi le 6 come si è mossa? Quanto misura l'angolo da lei descritto?

La trasformazione che porta A in A'' e B in B'' (o la lancetta da P in P') la si può pensare come eseguita da un compasso che, puntato in P , descrive un arco di ampiezza α di estremi A e A'' e raggio AP (oppure di estremi B e B'' e raggio BP) eseguita in senso orario (se si muove come la lancetta del tuo orologio) o antiorario (se si muove in senso contrario al tuo orologio).

Tale trasformazione si chiama ROTAZIONE ed è individuata da un punto P , detto centro, da un angolo α e da un verso di rotazione.

La rotazione: gli invarianti

• Cabri II è in grado di eseguire le rotazioni; è sufficiente selezionare le seguenti istruzioni:

- Disegnare la figura da ruotare.
- Disegnare il punto P centro della rotazione.

Si deve ora indicare l'angolo di rotazione e il verso di rotazione; per fare ciò si deve selezionare numeri, e posizionarsi con il mouse in un punto qualsiasi, cliccando una volta. Si aprirà una finestra dove si andrà a mettere l'angolo di rotazione preceduto dal segno + per una rotazione antioraria e - per una rotazione oraria. Selezionare Rotazione e indicare la figura da ruotare, il punto P e il numero scritto.

• Applica tali istruzioni per eseguire le seguenti rotazioni:

- Rotazione di un triangolo isoscele ABC di 90° (30°) in senso antiorario (e orario) rispetto ad un punto O qualsiasi.

Facendo riferimento alle figure precedentemente ruotate determina se la rotazione conserva le lunghezze, le aree, i perimetri.

- Traccia due rette r, s parallele tra loro e trova le loro ruotate secondo un qualsiasi rotazione; si conserva il parallelismo? (ricorda che Cabri II risponde ad alcune domande). Prima di eseguire la rotazione distingui le rette iniziali con un nome o cambiando loro il colore.

La rotazione: elementi fissi e uniti

• Considera un triangolo ABC; esegui la sua rotazione secondo il punto A di 60 gradi orari. Ci sono punti fissi in una rotazione?

• Considera un triangolo ABC; esegui di seguito la sua rotazione secondo un punto P qualsiasi di 60 gradi orari e poi di seguito secondo un angolo di 60 antiorari rispetto allo stesso punto P. Che cosa noti? (per aiutarti a rispondere cambia il colore del triangolo di partenza e). Qual è l'angolo complessivo di rotazione? Con quale trasformazione coincide la rotazione in quel caso?.....

In questo caso ci sono rette fisse?..... e rette unite?.....

La rotazione: riassumendo

In una rotazione con $\alpha \neq 0$ gli invarianti sono:

lunghezza lati	V	F
ampiezza angoli	V	F
orientamento vertici	V	F
parallelismo	V	F
perimetri	V	F
aree	V	F

Quali sono i punti fissi in una rotazione con $\alpha \neq 0$? Quali sono le rette fisse in una rotazione con $\alpha \neq 0$? Quali sono le rette unite di una rotazione con $\alpha \neq 0$?

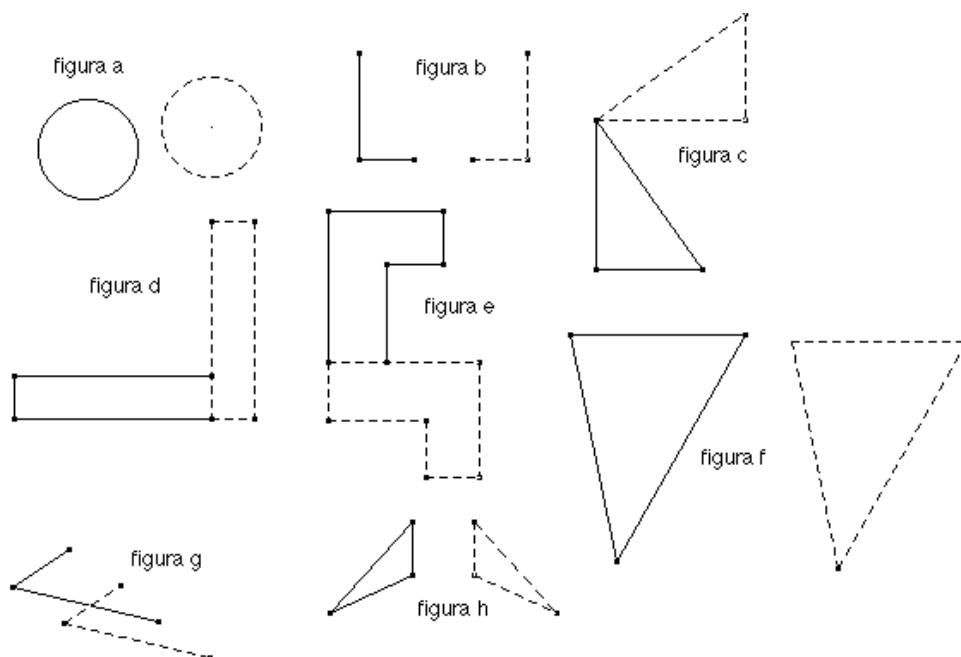
ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO/ RECUPERO

1. Completa le seguenti affermazioni:

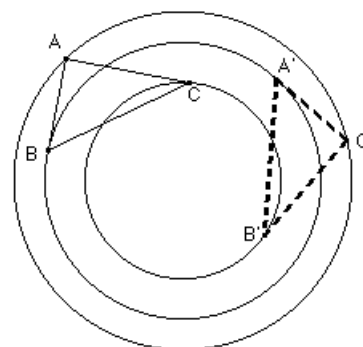
- Una rotazione è identificata se vengono dati.....
- La distanza di un punto dal centro di rotazione è alla del suo trasformato dal medesimo centro di rotazione.
- Il punto A e il suo corrispondente A' in una rotazione di centro O appartengono.....

2. Per ognuno dei disegni, determina di quale isometria si tratta sapendo che la figura tratteggiata è la trasformata di quella piena.

Determina l'asse di simmetria o il vettore traslazione o il verso, il centro e l'ampiezza di rotazione.



3. La seguente figura mostra la posizione iniziale (piena) e quella finale (tratteggiata) di un triangolo in una rotazione di centro fissato ma non evidenziato. Le circonferenze indicano il cammino percorso dai vertici del triangolo.



Come faresti a trovare il centro di rotazione?
Di quale ampiezza è la rotazione?

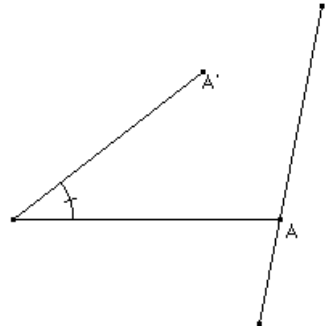
ROTAZIONI

📖 PER SAPERNE DI PIÙ...

Obiettivi: stimolare la curiosità e la creatività

Strumenti: laboratorio informatico

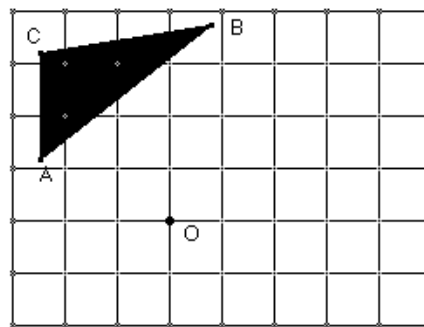
1. Nella rotazione di ampiezza α , riportata in figura il punto A si trasforma in A'. Costruisci la trasformata r' della retta e verifica che r forma con r' un angolo



2. La composizione di due rotazioni di centro O è ancora una rotazione? Per rispondere a questa domanda prova a ruotare il segmento AB componendo le due rotazioni di angoli dati:

Il corrispondente di AB in conseguenza dell'applicazione delle due rotazioni diventa A''B''; questo segmento lo possiamo ottenere anche applicando ad AB la di ampiezza Quindi l'operazione di composizione di due rotazioni è ancora una

3. Determina l'immagine del seguente triangolo dopo avergli applicato prima la rotazione di ampiezza α e poi la rotazione di ampiezza β (a tua scelta) attorno punto O:



Ora prova ad applicare allo stesso triangolo prima la rotazione di ampiezza β e poi la rotazione di ampiezza α .

Che cosa cambia rispetto alla prima composizione?.....

Quindi puoi concludere che l'operazione di composizione di rotazioni è

- Esiste per questa operazione l'elemento neutro (identità)?..... Qual è?.....
- Esiste per questa operazione l'elemento inverso (rotazione inversa)?.. Qual è?..

• LA SIMMETRIA CENTRALE

PARTE PRIMA

Obiettivi: ..definire la simmetria centrale e trovare gli invarianti

Strumenti: strumento informatico

La simmetria centrale: definizione

- Costruisci una retta per due punti e chiamala r
- Costruisci una retta s perpendicolare ad r
- Costruisci il punto di intersezione P delle rette r ed s
- Costruisci un segmento AB
- Costruisci il segmento $A'B'$ simmetrico di AB rispetto ad r
- Costruisci il segmento $A''B''$ simmetrico di $A'B'$ rispetto ad s . Nascondi $A'B'$
- Costruisci i segmenti AA'' , BB'' . Il punto P appartiene ad AA'' ? Puoi verificarlo con l'uso della casella Verifica proprietà).

Il punto P appartiene a BB'' ? Di quale altra proprietà gode il punto P per i segmenti AA'' e BB'' ?

Considera la trasformazione che al segmento AB fa corrispondere $A''B''$.

E' una trasformazione già incontrata in precedenza? E' una simmetria assiale? Se sì qual è l'asse di simmetria? E' una traslazione? Se sì qual è il vettore-traslazione? E' una rotazione? Se sì, quale è il centro della rotazione? Quale il verso della rotazione? Quale l'ampiezza? Possiamo quindi concludere che:

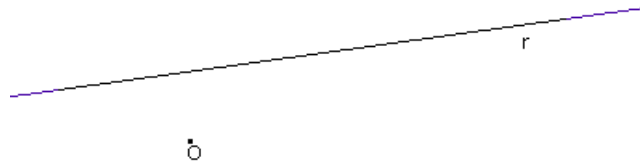
La trasformazione che porta A in A'' e B in B'' è una rotazione particolare di centro e di ampiezzanella quale il punto P è il punto medio del segmento avente per estremi una qualsiasi coppia di punti corrispondenti. Tale trasformazione prende il nome di SIMMETRIA CENTRALE.

La simmetria centrale: gli invarianti

- Cabri II è in grado di eseguire la simmetria centrale: cerca il comando opportuno applicalo per eseguire le seguenti simmetrie centrali:
 - di un triangolo ABC rispetto ad un punto O qualsiasi esterno al triangolo
 - di un triangolo ABC rispetto al punto A .
 - Facendo riferimento alle costruzioni precedenti verifica se si conservano le misure dei lati, degli angoli, le aree, i perimetri, l'orientamento dei vertici.
 - Considera due rette r , s fra loro parallele ed esegui la loro simmetria centrale rispetto ad un punto O qualsiasi esterno alle due rette; chiama r' , s' le trasformate e verifica se si conserva il parallelismo.
4. Considera un triangolo ABC e un punto O esterno ad esso; trova il suo simmetrico $A'B'C'$ rispetto ad O e di seguito il simmetrico di $A'B'C'$ sempre rispetto ad O . Che cosa noti? Quali conclusioni puoi trarre?

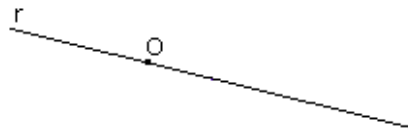
La simmetria centrale: elementi fissi e uniti

- Considera il triangolo ABC ed esegui la simmetria centrale rispetto al punto A. Quale punto ha A come corrispondente? Ci sono punti fissi in una simmetria centrale? Se sì quanti e quali?
- In una simmetria centrale di centro O si costruisca la simmetrica di una retta r non passante per O.



Descrivi il procedimento seguito per operare tale trasformazione con Cabri II. La retta r si trasforma in se stessa?

- In una simmetria centrale di centro O si trovi la simmetrica di una retta r passante per il centro di simmetria.



Descrivi il procedimento seguito per operare tale trasformazione con Cabri II. Considera su r un punto P qualsiasi diverso da O ha come corrispondente se stesso? Quale retta è la corrispondente di r? In una simmetria centrale di centro O ci sono rette unite?

La simmetria centrale: riassumendo

In una simmetria centrale gli invarianti sono:

lunghezza lati	V	F
ampiezza angoli	V	F
orientamento vertici	V	F
parallelismo	V	F
aree	V	F

La simmetria centrale ha punti fissi? La simmetria centrale ha rette fisse? La simmetria centrale ha rette unite?

LA SIMMETRIA CENTRALE

PARTE SECONDA

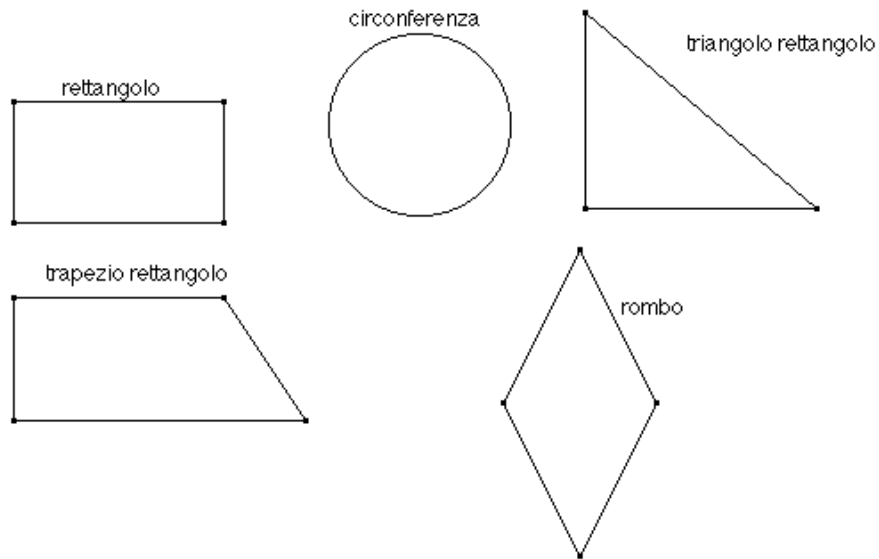
Obiettivi: costruire la macro della simmetria centrale

Strumenti: laboratorio d'informatica

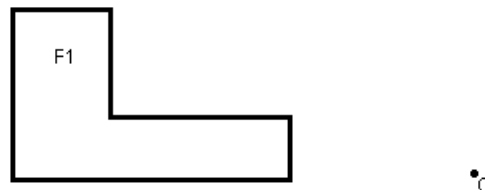
- Costruiamo la macro SC che permette di determinare il punto A' simmetrico di un punto dato A rispetto ad una simmetria centrale di centro O .
 - Crea il punto A
 - Crea il punto O
 - Crea la retta passante per A e O e crea.....
 - Rifacendoti alle macro precedentemente costruite, descrivi il procedimento da eseguire per rendere operativa tale macro.
 - Controlla che sia stata salvata nel tuo menù.
 -
- Esegui la seguente esercitazione:
 - Crea il punto O centro della simmetria centrale.
 - Crea un triangolo ABC .
 - Utilizzando la macro appena fatta trova il simmetrico $A'B'C'$ simmetrico di ABC rispetto ad O .
- Esegui la seguente esercitazione:
 - Crea un punto O centro della simmetria centrale
 - Crea un parallelogramma $ABCD$
 - Utilizzando la macro appena fatta trova il simmetrico $A'B'C'D'$ di $ABCD$ rispetto ad O
 - La figura ottenuta è ancora un parallelogramma?.....
 - Che cosa puoi concludere?.....

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO/ RECUPERO

1. Quando si può affermare che una figura geometrica ammette un centro di simmetria?
2. Per quali delle seguenti figure esiste una simmetria centrale che le trasforma in se stesse, quali, cioè, hanno un centro di simmetria.

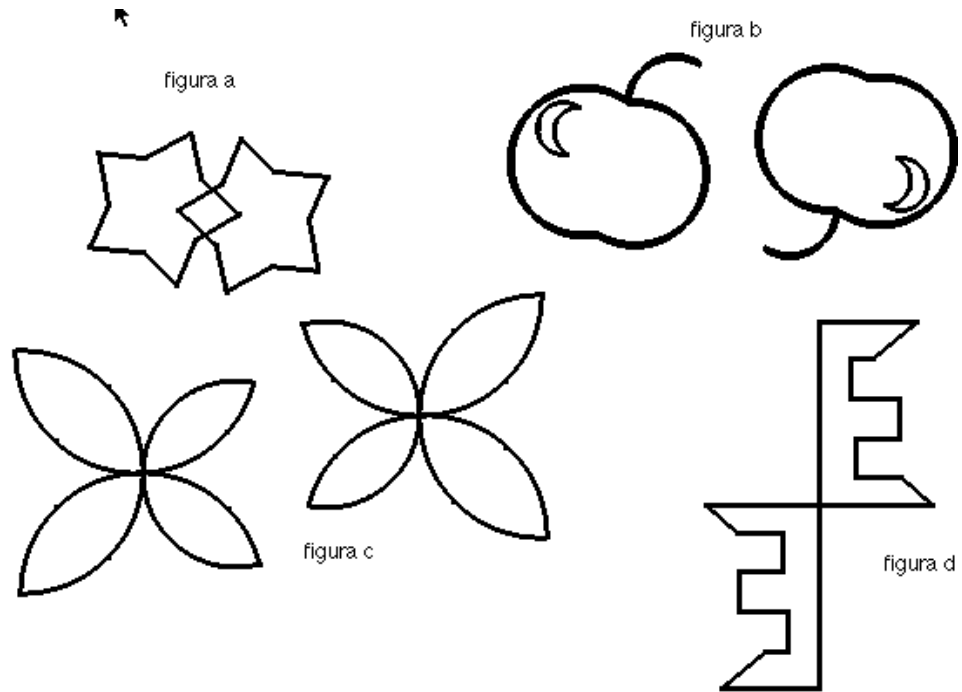


3. Considera la figura geometrica F_1 e il punto O :



Della figura F_1 trova la sua ruotata, in senso antiorario, di 180° nella rotazione di centro O e successivamente la sua ruotata, nella stessa rotazione, di 180° in senso orario. Che cosa avviene?.....

4. Date le seguenti figure determina quali si corrispondono in una simmetria centrale



CURIOSITA'

Alice guardò nel suo specchio e si domandò se l'immagine del latte fosse buona da bere!

Avevamo visto che in uno specchio l'immagine viene invertita. Abbiamo esaminato questo fenomeno cercando di descriverlo. Prova a porre dinanzi a uno specchio una pagina del tuo libro di matematica: forse ti parrà più incomprensibile del solito!

Curiosiamo un po'!

Per esempio, la lettera maiuscola A rimane invariata quando viene riflessa in uno specchio che le venga posto verticalmente a fianco; perciò si dice che è a simmetria verticale. La lettera B ha simmetria orizzontale: rimane invariata in uno specchio tenuto orizzontale sopra o sotto di essa.

La lettera S ha simmetria orizzontale o verticale?

Se viene ruotata di 180° cosa succede?

La lettera H ha simmetria

La lettera X? La lettera O?

Curiosando attorno a noi

Nel fabbricare oggetti per suo uso l'uomo ha seguito uno schema simile. Basta guardarsi attorno per restare colpiti dal numero di cose che rimangono essenzialmente invariate rispetto ad uno specchio verticale: sedie, tavoli, lampade, piatti, automobili, aerei, costruzioni; l'elenco è praticamente infinito.

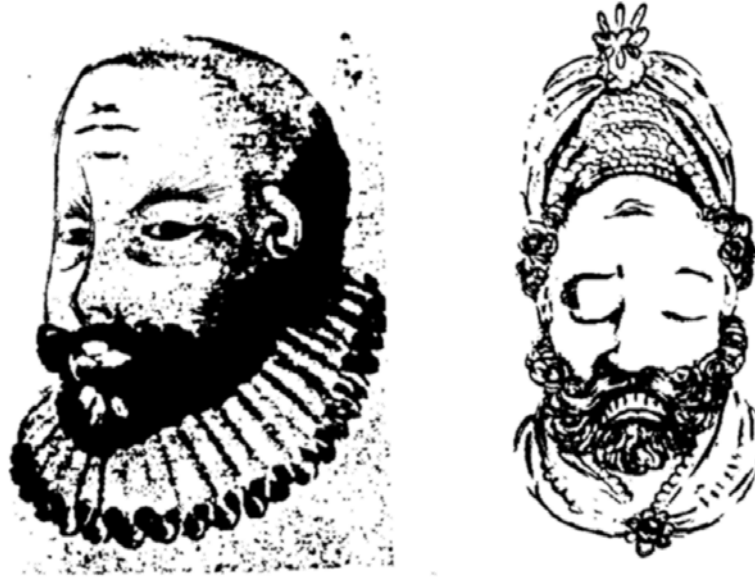


Curiosando, ... curiosando

Siamo tanto abituati alla simmetria verticale e tanto poco a vedere le cose rovesciate, che ci riesce estremamente difficile immaginare come apparirebbero, se invertiti, la maggior parte di scene, quadri o oggetti.

L'incapacità della mente ad immaginare gli oggetti capovolti è componente essenziale della sorpresa prodotta da quegli ingegnosi disegni che si trasformano quando vengono ruotati di 180° .

Gli umoristi politici del diciannovesimo secolo si compiacevano molto di questi giochetti. Rovesciando il disegno di un famoso personaggio politico il lettore vedeva un maiale o un mulo o qualcosa di ugualmente offensivo. Prova a ruotare di 180° le figure sottostanti e vedi cosa succede.



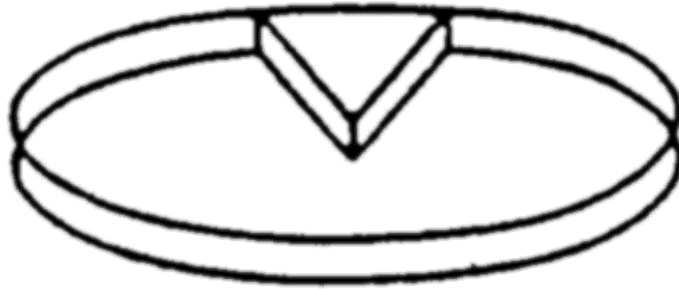
La rotazione di 90° è usata meno di frequente in lavori artistici, forse perché è più facile per la mente anticipare i risultati. Se fatta ad arte però risulta molto efficace. Ruota di 90° le figure sottostanti. Che cosa appare?



Il condizionamento che subiamo nella vita dovuto al modo con cui vediamo le cose è responsabile di una varietà di sorprendenti illusioni ottiche di capovolgimento. Tutti gli astronomi conoscono la necessità di guardare le foto della superficie della Luna in modo che la luce del Sole appaia illuminare i crateri dall'alto piuttosto che dal basso.

Siamo così disabituati a vedere le cose illuminate dal di sotto che quando una di queste foto della Luna viene invertita, i crateri appaiono istantaneamente come degli altopiani circolari che si elevano sulla superficie.

Una divertente illusione di questo tipo è mostrata nella figura sottostante. Dov'è la fetta mancante?



Quadrati magici

Quadrato magico è un quadrato suddiviso in n^2 caselle, in ciascuna delle quali è collocato un numero in modo che la somma dei numeri di ciascuna riga orizzontale o colonna verticale o diagonale, sia sempre la stessa. Tale somma è detta costante magica.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

Un quadrato magico resta tale se si opera su di esso con trasformazioni semplici come:

- rotazione intorno al centro di uno, due o tre angoli retti, per esempio in senso orario
- simmetria rispetto all'una o all'altra diagonale
- simmetria rispetto alle mediane

Ora prova tu.....

(L'insegnante coglie l'occasione per introdurre la storia e le caratteristiche dei quadrati magici)

NELLA NATURA

La simmetria, che un concetto matematico è una legge della natura.

In biologia parlare di simmetria significa dire che si tratta di disposizione regolare delle parti di un organismo rispetto ad un piano o a un asse.

La Terra è una sfera verso il cui centro tutti gli oggetti sono attratti dalla gravità, le forme viventi hanno trovato vantaggioso evolversi in forme che possiedono una forte simmetria rispetto a un asse verticale.

Queste particolarità sono dovute al fatto che la simmetria assiale (bilaterale) nella maggior parte degli organismi più evoluti è associata al movimento in avanti per cercare cibo, la simmetria centrale può essere giustificata dall'abituale moto rotatorio per intrappolare cibo.

La simmetria centrale è anche frequente in molti fiori con petali, come potrai notare nelle seguenti riproduzioni.

Cerca riproduzioni che, secondo te, possiedono un asse di simmetria

NELL'ARTE

Già l'uomo primitivo fu indotto istintivamente ad incidere con regolarità semplici segni su ossa di animali o su pietre.

In tutte le culture, dalle più antiche alle più recenti, come nell'Art Nouveau viennese, o nell'Optical Art, si trovano opere in cui motivi diversi sono disposti secondo scansioni spaziali ben ritmate.

L'architetto rinascimentale, riprendendo le antiche concezioni classiche, attribuiva alle proporzioni geometriche dell'edificio un valore non solo formale, ma anche simbolico. La perfezione delle forme geometriche alludeva infatti alla divinità e tale perfezione si raggiungeva mediante l'armonia di rapporti matematici. La matematica permetteva la definizione di forme numericamente razionali, armoniche e quindi belle e la simmetria era tra queste.

La simmetria la si incontra nelle arti figurative, si parla infatti di fregi disposti con simmetria, facciate di chiese in cui l'armonia delle forme è esaltata dalla disposizione simmetrica degli ornamenti.

Cerca nella architettura e nell'arte della tua città, o in illustrazioni, immagini che evidenzino l'uso della simmetria.

