

Progetto Eccellenza 2002
Matematica discreta

Coordinatori
M. Frigeni e F. Rohr

Problema 6 [Mischiare le carte]

Un prestigiatore mescola un mazzo di carte in questo modo: fa un mazzetto con le carte di posto dispari e un altro con quelle di posto pari, poi mette il mazzetto delle dispari sopra quello delle pari e ricomincia daccapo. Riuscirà il prestigiatore, dopo un certo numero di mescolamenti, a riottenere il mazzo esattamente nella stessa disposizione iniziale?

1. Quanti mescolamenti sono necessari per riottenere il mazzo di partenza?
2. Come cambia la situazione usando mazzi con un numero diverso di carte?
3. É possibile giustificare o dimostrare le proprietà scoperte?

Approfondimento: Il prestigiatore si chiede poi se, cambiando il tipo di mescolamento, si possa aumentare il numero di mescolamenti ripetuti necessari a riportare il mazzo nella situazione iniziale. Supponendo che egli possa mescolare le carte in un qualsiasi modo prefissato (cioè secondo una data permutazione dell'ordine iniziale), qual è la permutazione che richiede il massimo numero di ripetizioni per riottenere il mazzo iniziale?

Modalità

Nel formulare la sperimentazione in classe l'insegnante deve tener presente che:

- il problema vuole incoraggiare gli alunni a sperimentare (possibilmente con l'aiuto di un calcolatore) ed a fare congetture;
- l'ideale sarebbe che gli alunni (o almeno alcuni di essi) siano in grado di scrivere una procedura automatica che simuli il mescolamento;
- alcune delle proprietà scoperte sperimentalmente potranno essere facilmente giustificate, mentre altre richiederanno una maggiore elaborazione teorica: sia queste che il problema di approfondimento potranno essere riservati ad un numero ristretto di alunni nella fascia dell'eccellenza.

Prerequisiti

Per rispondere alla prime due domande non sono necessari prerequisiti, ma è opportuna la conoscenza di un ambiente di programmazione per poter simulare il mescolamento. La terza domanda può essere affrontata a vari livelli di profondità: in alcuni casi potranno essere necessarie alcune semplici nozioni di aritmetica modulare. Infine, per l'approfondimento è opportuno conoscere le proprietà fondamentali delle permutazioni. Si può quindi ipotizzare una sperimentazione dal primo (o secondo) anno di Scuola Superiore fino all'ultimo: quello che certamente differenzierà i livelli scolari sarà il tipo di risposta alla terza domanda.

Suggerimenti

La veste volutamente ludica del problema potrà contribuire ad incuriosire gli studenti; è altresì fondamentale incoraggiarli a sperimentare, sia con veri mazzi di carte che con il computer. La guida dell'insegnante sarà fondamentale nella fase della sistemazione teorica.