Progetto Eccellenza 2002
Luoghi geometrici e costruzioni

Coordinatori
P. Carboni e E. Pontorno

P. Carboni, LS Galilei di Ancona
E. Pontorno, ISISS Antonio Scarpa di Oderzo (TV)

Problema 4

1. In un piano sono dati tre punti distinti A, B e F. Al variare del punto F, studiare il luogo del punto P, medio del segmento $A'B'$, derivante dalla seguente costruzione:

   a) nel semipiano delimitato dalla retta AB e non contenente F, individuare sulla perpendicolare al segmento AF, condotta per A, il punto A' tale che $AA' = AF$;

   b) nel semipiano delimitato dalla retta AB e non contenente F, individuare sulla perpendicolare al segmento BF, condotta per B, il punto B' tale che $BB' = BF$.

   Analizzare inoltre cosa succederebbe al punto P se cadesse il vincolo che i punti A' e B' devono trovarsi nel semipiano opposto a quello contenente il punto F, rispetto alla retta AB.

2. Il triangolo ABC di baricentro G è inscritto nella circonferenza . Studiare il luogo descritto da G quando uno dei vertici varia su . Stabilire inoltre come viene suddiviso, dai punti in cui incontra il luogo, il lato opposto al punto che varia sulla circonferenza.

3. Siano r, s due rette e A un punto del piano. Costruire un triangolo equilatero APQ con P su r e Q su s.

4. Sia ABC un triangolo e P un punto del segmento AB. Costruire una retta passante per P che divida ABC in due parti equivalenti.

Modalità

Nel formulare l'itinerario didattico da sperimentare in classe l'insegnante deve tener presente che:

- si vuole misurare o, comunque, in qualche modo valutare il valore aggiunto che l'uso del software può fornire all'efficacia della proposta didattica e quindi al docente e al miglioramento dell'apprendimento e quindi al discente;
- si deve articolare la proposta in modo che possa essere spendibile in vari contesti scolastici e a vari livelli, senza dimenticare quello dell'eccellenza;
- si deve privilegiare la metodologia della scoperta attraverso la risoluzione di uno o più problemi che possono servire per introdurre l'argomento o, in initinere, o come approfondimento.

Suggerimenti e problemi proposti

I primi due problemi sono il n. 9 e il n. 16 discussi durante il progetto eccellenza 2000 e, pertanto, di questi si trova ampio materiale nel volume Matematica e software didattici; gli ultimi due invece non sono mai stati affrontati nei progetti eccellenza degli anni precedenti.

Resta ben inteso che l'insegnante deve sentirsi libero di articolare la propria proposta come meglio crede. Pertanto se, in base alle proprie esigenze o a quella della classe a cui l'unità didattica si rivolge, lo ritiene necessario, può proporre nuovi problemi nell'ambito dello stesso tema o utilizzare quelli proposti solo in parte, smontandoli e rimontandoli come vuole. Dunque massima libertà e discrezionalità fermi restando i tre punti elencati e dettagliati nelle modalità/suggerimenti.

Costruzioni

a cura di Paolo Carboni ed Enrico Pontorno[1]

Problema 4.3

Siano *r* ed *s* due rette ed *A* un punto del piano.
Costruire un triangolo equilatero *APQ* con *P* su *r* e *Q* su *s*.

Strumenti software

Cabri Geometre II

Collocazione temporale

Il problema si può presentare a secondo del livello di approfondimento che si vuol raggiungere in una seconda o terza o quarta classe di una scuola superiore.

Aspetti didattici

Il problema proposto si presta ad una trattazione a diversi livelli.
1° livello:
Si può utilizzare il problema proposto come un buon esempio applicativo di ricerca di un luogo geometrico con il software Cabri Geometre II senza la necessità di approfondire quanto determinato per via sperimentale.
Anche a questo livello, il più basso, sono numerosi gli spunti didattici sui quali ci si può soffermare con la classe senza la necessità di approfondire in modo rigoroso tutte le scoperte che si possono effettuare.
2° livello:
Dopo aver capito che la chiave risolutiva del problema è nel luogo geometrico descritto da uno dei vertici della figura (si veda più avanti la soluzione proposta) si potrebbe approfondire la questione stabilendo la natura analitica di tale luogo fissando un conveniente sistema di riferimento e utilizzando le tecniche proprie della geometria analitica.
E' in questa fase che potrebbe risultare estremamente utile l'utilizzo di un software di calcolo (CAS) quale Derive o la TI92 per affrontare le difficoltà del calcolo legate a questa impostazione.

Nodi concettuali

Costruzioni geometriche (CG), trasformazioni geometriche (rotomotetie?), sistemi di riferimento, luoghi geometrici. Metodo dell'analisi nella geometria sintetica.

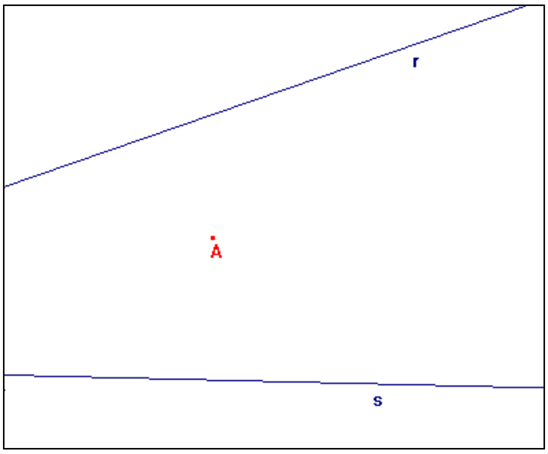
Approfondimenti e collegamenti

A partire da quelle più semplici, si può mettere in luce il carattere *algoritmico* delle CG, le quali diventano un vero e proprio *data-base* di *macro* da utilizzare per costruzioni più elaborate.
Anche l'aspetto filosofico-epistemologico delle CG potrebbe essere approfondito, eventualmente con la collaborazione del collega di filosofia. In Euclide l'ontologia degli enti geometrici è strettamente legata alla loro costruzione; in altre parole un oggetto geometrico *esiste* solo se posso costruirlo. (Si veda anche Aristotele, *Metafisica* 9, 1051° 21-22)

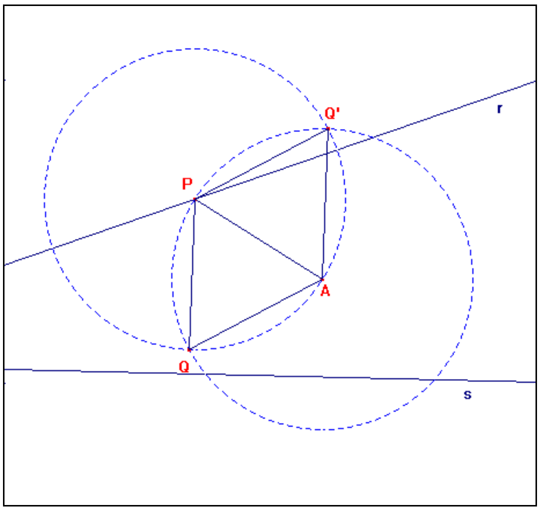
Traccia della procedura di risoluzione

La situazione proposta dal problema può essere rappresentata come nella figura sottostante nella quale sono riprodotte le rette *r* ed *s* ed un punto *A* del piano.

[1] Paolo Carboni insegna Matematica presso il LS Galilei di Ancona; Enrico Pontorno insegna Matematica presso ISISS Antonio Scarpa di Oderzo (TV)



Sia P un punto qualunque di r e APQ e APQ' i due triangoli equilateri costruiti a partire da AP.



Se le figure sono state ottenute con Cabri, a questo punto si potrebbe indagare, movendo A nel piano o P lungo la retta le possibili posizioni di Q e Q', cercando in particolare quelle nelle quali uno dei due punti appartiene alla retta s.
Con il comando "traccia" applicato ai punti Q e Q', si può notare che spostando A le posizioni di Q e Q' seguono un andamento assolutamente irregolare, mentre facendo variare P su r si nota che le tracce di Q e Q' descrivono apparentemente due rette.
Per visualizzare in modo più definito la cosa si può utilizzare, a questo punto, il comando luogo applicato ai punti Q e Q' al variare di P su r ottenendo la figura sottostante.

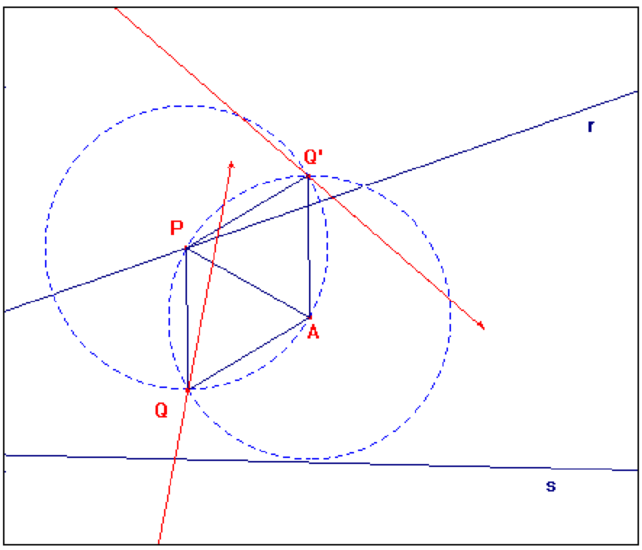
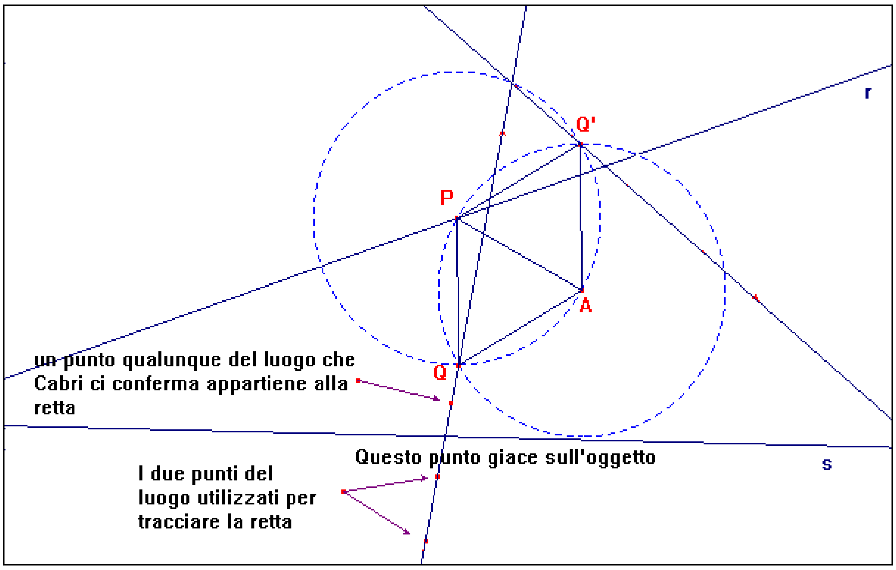
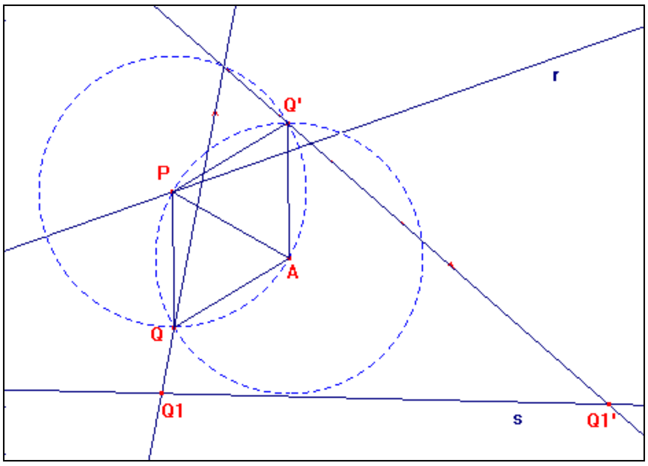
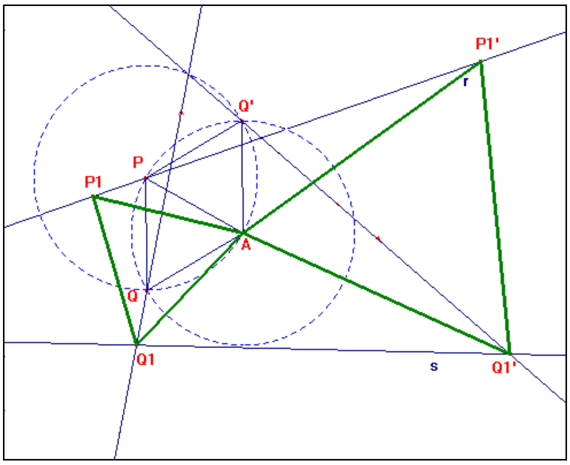


Figura A

Per verificare che i due luoghi ottenuti sono effettivamente due rette è sufficiente prendere su di essi due punti, tracciare la retta da essi individuata e considerare un terzo punto qualunque del luogo.
Alla richiesta "Appartiene a…" applicata al terzo punto il software ci da conferma della validità della nostra supposizione.
Indicati con L_1 e L_1' le due rette luogo determiniamo la loro intersezione con la retta s, individuando i punti Q_1 e Q_1'.
Costruiti i triangoli equilateri di lato AQ1 e AQ1' e terzo vertice P1 e P1', abbiamo completato l'esercizio.



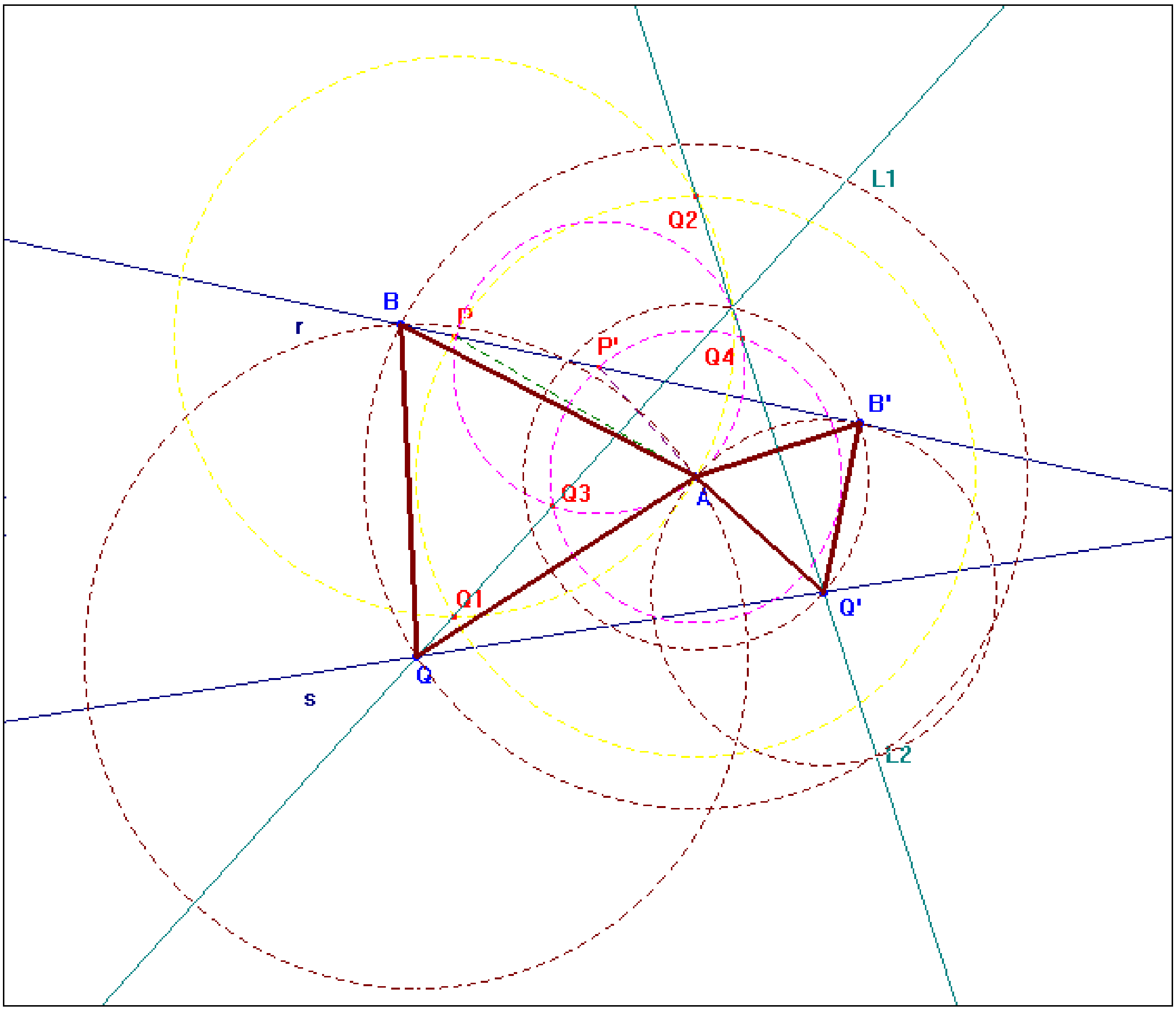




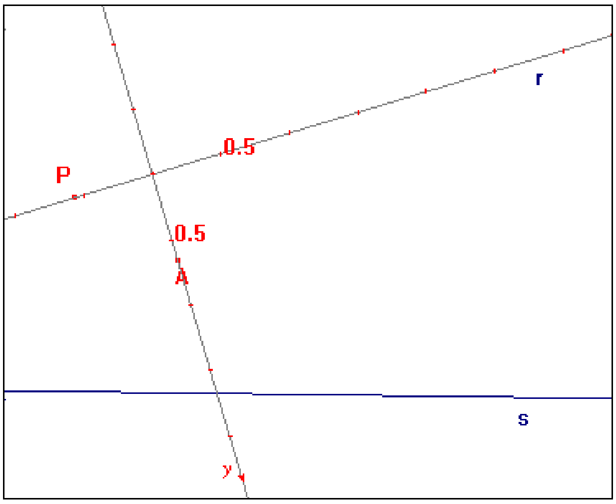
Avendo sfruttato il comando "luogo" per giungere alla costruzione definitiva, dobbiamo riflettere sul fatto che questa soluzione non può considerarsi una costruzione effettuata con "riga e compasso".
Avendo però provato (per il momento per via software, tra breve anche per via analitica) che il luogo dei punti Q al variare di P è una retta possiamo sfruttare questo risultato per pervenire con facilità alla costruzione con riga e compasso.
Essa si compone dei seguenti passi:

1. si tracciano le rette r e s;
2. si disegna il punto A ed un punto qualunque P su r;
3. si disegnano le circonferenze di centro A e raggio AP e di centro P e raggio PA;
4. si indicano con Q_1 e Q_2 i loro punti d'intersezione;
5. si disegna un secondo punto P' qualsiasi su r;
6. si tracciano le circonferenze di centro A e raggio AP' e di centro P' e raggio $P'A$;
7. si indicano con Q_3 e Q_4 i loro punti d'intersezione;
8. si tracciano le rette Q_1Q_3 e Q_2Q_4 chiamandole L_1 e L_2 rispettivamente.

9. si individuano i punti Q e Q' d'intersezione di L_1 e L_2 con la retta s
10. si tracciano i segmenti AQ e AQ'
11. si tracciano le circonferenze di centro A e raggio AQ e di centro Q e raggio QA indicando con B il punto d'intersezione delle due circonferenze con la retta r;
12. si disegna il triangolo ABQ (**questo è il primo dei due triangoli che verificano la richiesta del problema**);
13. si tracciano le circonferenze di centro A e raggio AQ' e di centro Q' e raggio $Q'A$ indicando con B' il punto d'intersezione delle due circonferenze con la retta r;
14. si disegna il triangolo $AB'Q'$ (**questo è il secondo dei due triangoli che verificano la richiesta del problema**);



Per approfondire si potrebbe dare una dimostrazione analitica del fatto che il luogo descritto dai punti Q e Q' è una retta.
La dimostrazione può essere fatta come segue:
Dopo aver tracciato le rette r ed s, il punto A ed un punto qualsiasi P su r, fissiamo un sistema di riferimento con l'asse x su r e l'asse y passante per A e perpendicolare ad r.



In questo sistema di riferimento siano:
$ax + by + c = 0$ l'equazione di s, $(0, y_A)$ le coordinate di A e $(t{,}0)$ le coordinate di P.
Determiniamo, innanzitutto, la distanza di P da A ottenendo:

$$PA = \sqrt{t^2 + y_A^2}$$

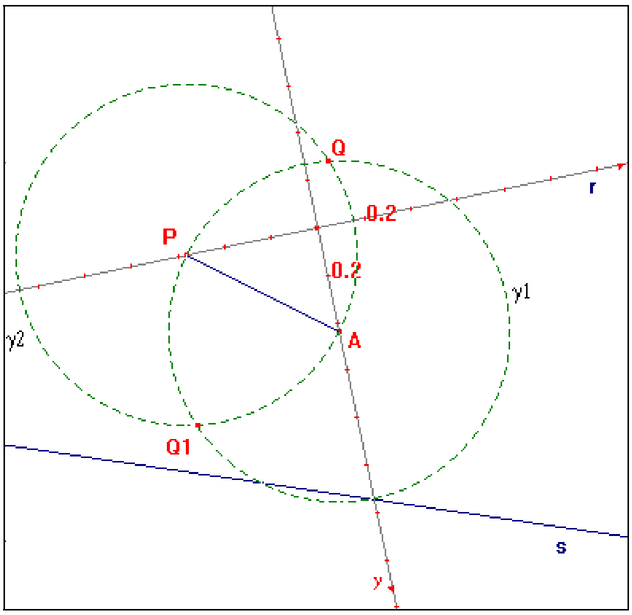
Tale misura rappresenta la lunghezza del raggio delle circonferenze di centro P ed A che intersecandosi individuano il terzo vertice del triangolo equilatero di lato PA.
Indicate con γ_1 e γ_2 tali circonferenze, le loro equazioni sono:

$$\gamma_1 : x^2 + y^2 - 2y_A y - t^2 = 0$$

$$\gamma_2 : x^2 + y^2 - 2tx - y_A^2 = 0$$

che messe a sistema ci danno le coordinate di Q e Q_l:

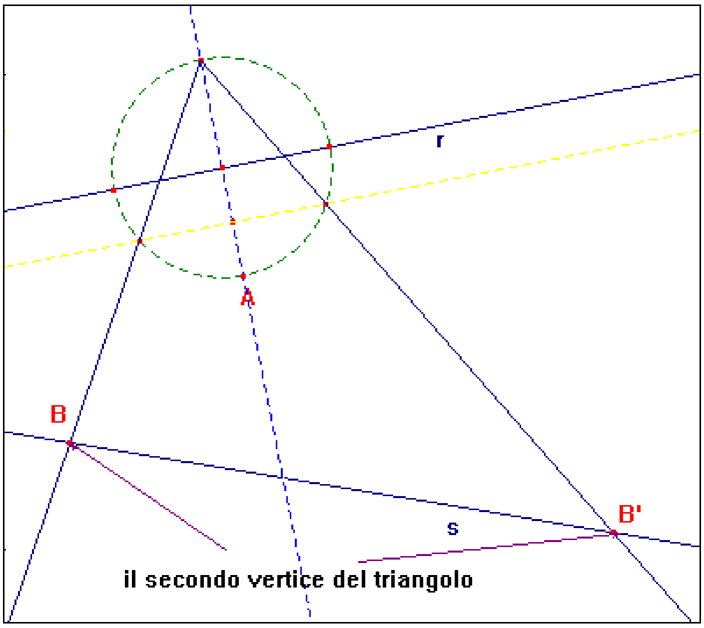
$$Q\left(\frac{t - y_A\sqrt{3}}{2}; \frac{y_A - t\sqrt{3}}{2}\right) \text{ e } Q_1\left(\frac{t + y_A\sqrt{3}}{2}; \frac{y_A + t\sqrt{3}}{2}\right)$$



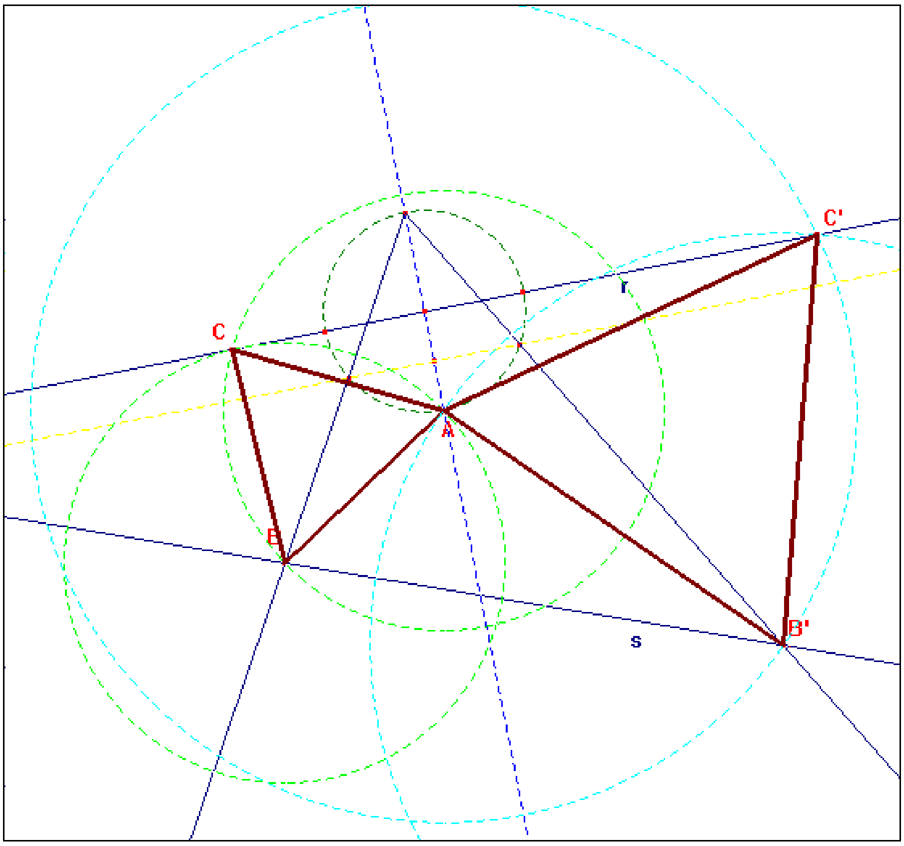
Per determinare l'equazione del luogo descritto da Q è sufficiente ricavare s dall'equazione $x = \dfrac{t - y_A\sqrt{3}}{2}$ e sostituirlo in $y = \dfrac{y_A - s\sqrt{3}}{2}$ ottenendo:

(1) $y = -x\sqrt{3} - y_A$ che è l'equazione di una retta.
Analogamente per Q_1' si ottiene la seguente equazione:
(2) $y = x\sqrt{3} - y_A$
Da quanto stabilito si deduce che i luoghi geometrici e di conseguenza i triangoli equilateri che soddisfano le richieste del problema sono due solo se la retta s ha coefficiente angolare diverso da $\pm\sqrt{3}$. Nel caso che $m_s = \pm\sqrt{3}$ il luogo è uno solo e così il triangolo richiesto.

La dimostrazione analitica appena completata ci suggerisce una seconda costruzione particolarmente semplice.
Le rette luogo di equazioni *(1)* e *(2)* hanno coefficiente angolare $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$,rispettivamente, e si incontrano in punto dell'asse y di ordinata $-y_A$.
Pertanto per determinare il secondo vertice (il primo è *A*) del o dei triangoli equilateri che soddisfano la richiesta del problema è sufficiente condurre dal punto simmetrico di *A* rispetto ad *r* due rette che formino un angolo di *30°* ciascuna con l'asse delle *y* e poi determinare i loro punti d'intersezione con la retta *s*.
Per ottenere tali rette nella costruzione con "riga e compasso" è sufficiente prolungare due lati del triangolo equilatero inscritto nella circonferenza con centro su *r* e diametro *A* ed il suo simmetrico rispetto ad *r*.



La costruzione si completa tracciando le circonferenze di centri *A* e *B* e raggio *AB* che individuano il vertice *C* del primo triangolo equilatero e le circonferenze di centri *A* e *B'* e di raggio *AB'* che individuano il vertice *C'* del secondo triangolo equilatero.



L'esperienza in classe.

Dopo aver illustrato, nella mia classe terza P.N.I., gli scopi del progetto “Eccellenza” e la sua storia ho discusso con i miei studenti la possibilità di dedicarsi alla risoluzione del problema in oggetto.
Alcuni di essi si sono offerti volontari (erano cinque in tutto). Ho dato loro una settimana di tempo per riflettere sulla richiesta del problema ed, eventualmente, effettuare congetture su una possibile risoluzione.
Al termine della settimana uno solo di essi aveva riflettuto sul compito affidatogli ed aveva trovato una soluzione, anche se parziale, con Cabri.
Il lavoro che De Benedetto Alessio (questo è il nome dello studente) aveva prodotto era senza dubbio pregevole, anche se, coma già detto incompleto.
La soluzione che egli propone ricalca quanto illustrato nella “traccia della procedura di risoluzione” per quel che riguarda la costruzione effettuata con Cabri e non quella con “riga e compasso”.

Non vi sono però considerazioni sulla possibilità di dimostrare che il luogo dei punti Q e Q' di figura A è una retta, né la scoperta di casi particolari (i casi in cui di triangoli equilateri anziché due ve n'è uno soltanto).

Pur avendo apprezzato molto la sua fatica ed essendomi congratulato con lui, sono rimasto deluso dal fatto che non vi sia stato un lavoro di gruppo e che la partecipazione ad un'attività che poteva risultare stimolante sia per gli alunni che per il docente è stata deludente e assolutamente scarsa.

In seguito al lavoro prodotto da De Benedetto ho dedicato un'ora della mia attività didattica curriculare alla presentazione del problema e della sua soluzione a tutta la classe insistendo sulla possibilità offerta da Cabri di effettuare congetture e scoperte in modo piuttosto elementare.

Costruzioni

a cura di Paolo Carboni ed Enrico Pontorno

Problema 4.4

Sia *ABC* un triangolo e *P* un punto del segmento *AB*. Costruire una retta passante per *P* che divida *ABC* in due parti equivalenti.

Strumenti software

Cabri Geometre II

Collocazione temporale

Il problema si può presentare a secondo del livello di approfondimento che si vuol raggiungere in una seconda o terza o quarta classe di una scuola superiore.

Aspetti didattici

Il problema proposto si presta ad una trattazione a diversi livelli.
1° livello
Si può utilizzare il problema proposto come un buon esempio di utilizzo del software Cabri Geometre II per la ricerca di punti soddisfacenti specifiche proprietà in modo elementare senza la necessità di approfondire quanto determinato per via puramente sperimentale.
Anche a questo livello, il più basso, sono numerosi gli spunti didattici sui quali ci si può soffermare con la classe senza la necessità di approfondire in modo rigoroso tutte le scoperte che si possono effettuare.
2° livello
Una volta che si è determinato come risalire alla posizione della retta che divide il triangolo in due parti equivalenti si può approfondire l'indagine sulle posizioni di alcuni punti particolari ottenuti durante il processo di ricerca della retta per P.
In questa fase si può pervenire a molte scoperte interessanti e alla costruzione di luoghi geometrici particolarmente significativi.
3° livello
Si può affrontare la risoluzione del problema anche senza l'ausilio del software.
In questo modo potrebbe risultare utile l'uso della trigonometria.
Una volta individuata la posizione della retta per P in modo puramente teorico si può sperimentare la possibilità di costruire la retta con Cabri.
L'approccio al problema, se sviluppato in questo modo, pur significativo dal punto di vista del rigore non consente però approfondimenti e ulteriori congetture.

Nodi concettuali

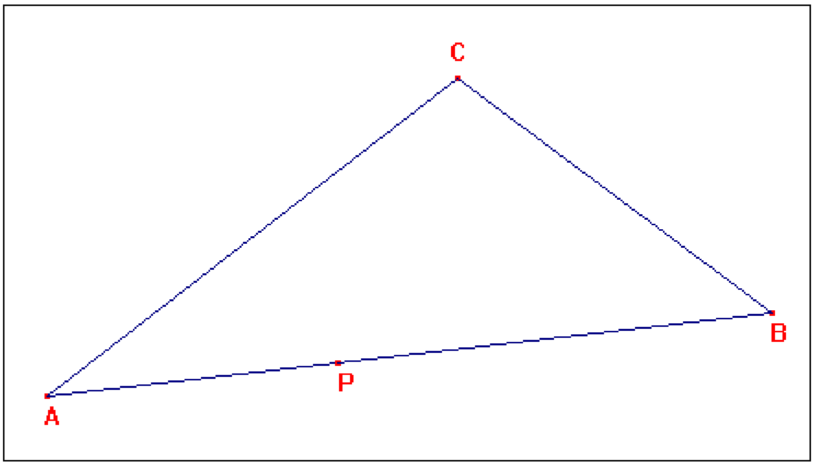
Costruzioni geometriche (CG), teoria dell'equivalenza, luoghi geometrici. Metodo dell'analisi nella geometria sintetica.

Approfondimenti e collegamenti

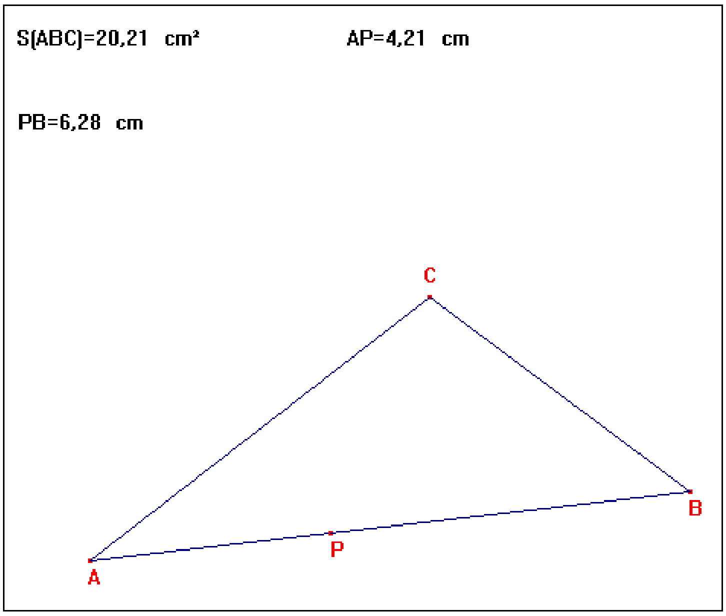
Teoria dell'equivalenza: trasformazioni per somma e differenza, trasformazione di un poligono in un triangolo equivalente.

Traccia della procedura di risoluzione

Iniziamo con il costruire con Cabri il triangolo *ABC* e fissare sul segmento *AB* un punto *P* come nella figura sottostante:

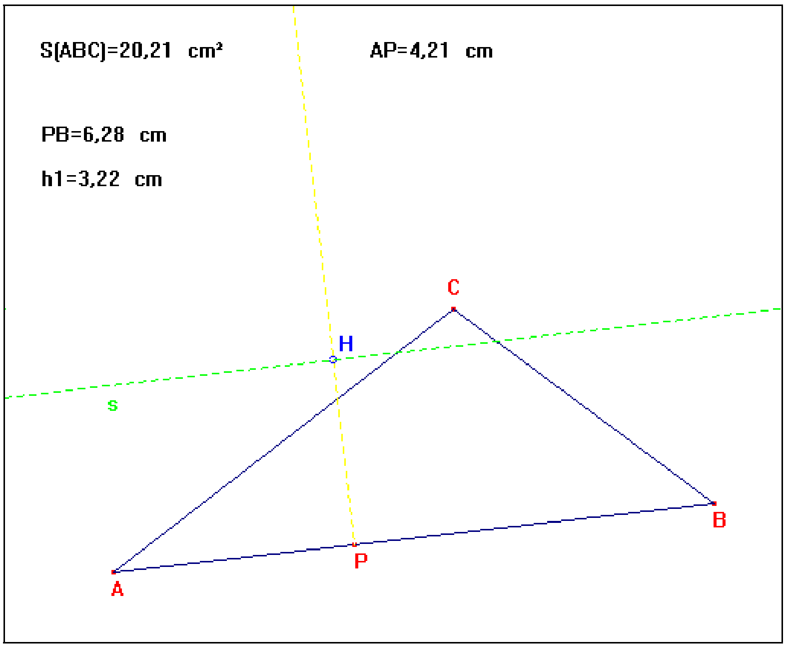


Determiniamo, quindi, l'area di ABC e la lunghezza dei segmenti PB e AP.

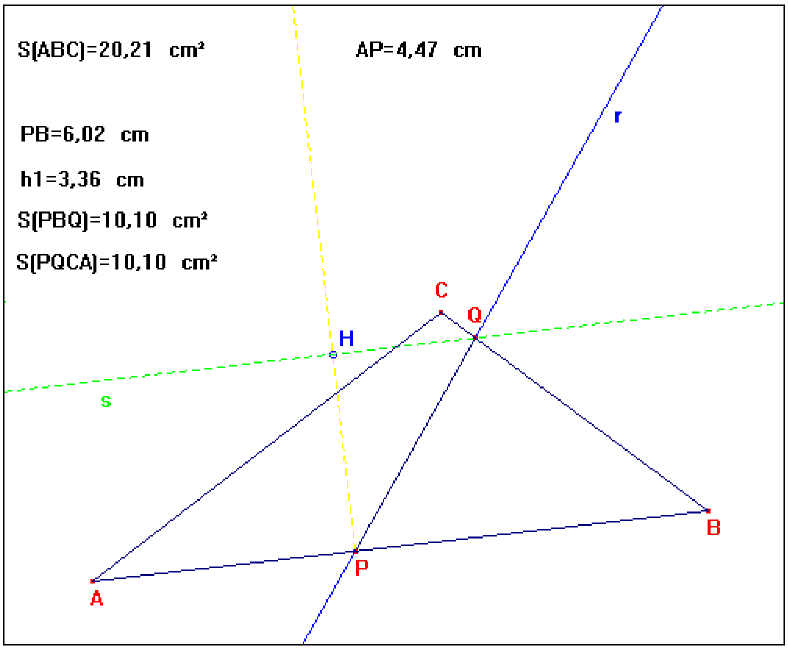


Sapendo che la retta per P che stiamo cercando deve dividere il triangolo in due parti equivalenti essa dovrà dar vita ad un triangolo e ad un poligono aventi la stessa area pari alla metà di quella del triangolo ABC.
Calcoliamo, pertanto, la misura dell'altezza che dovrebbe avere un triangolo di base PB e area pari alla metà di quella di ABC.

Indichiamo tale valore con h_1.
Individuato, poi, sulla semiretta per P perpendicolare ad AB e situata dalla stessa parte di C rispetto ad AB il punto H a distanza h_1 da AB tracciamo la retta s per H parallela ad AB.

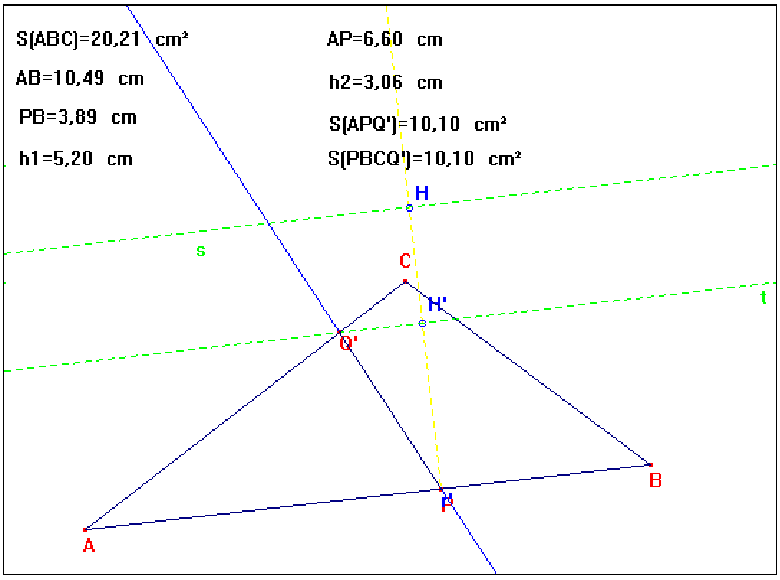


Indichiamo con Q il punto d'intersezione tra la retta s ed il lato BC del triangolo.
La retta per P, passante per Q, è la retta richiesta in quanto individua il triangolo PBQ ed il poligono $APQC$ aventi area uguale alla metà dell'area del triangolo ABC.
Non si deve prendere in considerazione il punto d'intersezione di s con il lato AC in quanto quest'ultimo, pur individuando il triangolo PBQ' la cui area è metà dell'area del triangolo ABC, unito con P non determina la retta richiesta dal problema.

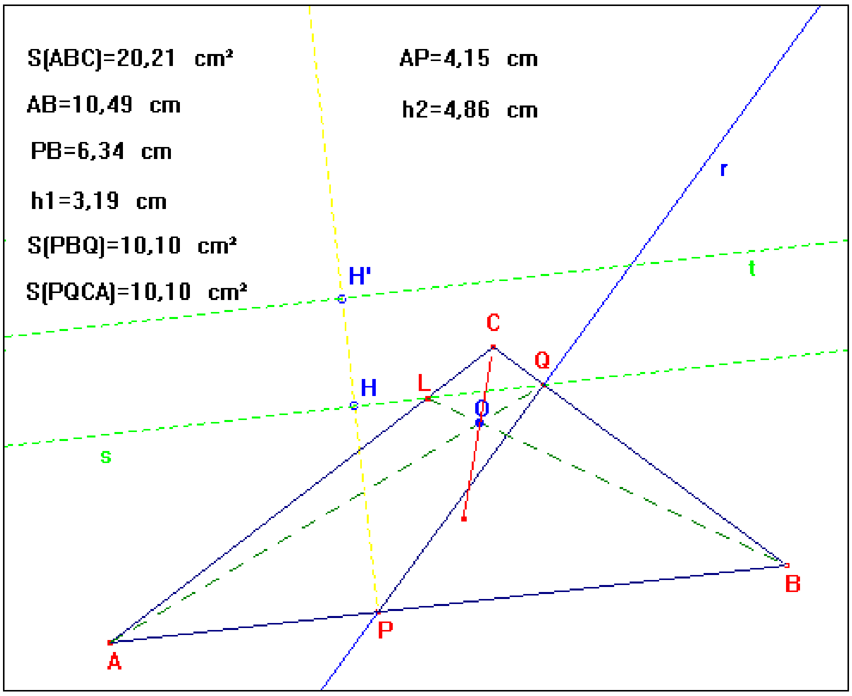


Spostando il punto P sul segmento AB si può notare che per certe posizioni di P la retta che divide il triangolo in due parti equiestese non esiste più.
Per queste posizioni di P misuriamo, allora, la lunghezza del segmento AP e ricaviamo la misura h_2 dell'altezza dei triangoli di base AP e area pari alla metà di quella del triangolo ABC.
Riportando tale misura sulla semiretta per P perpendicolare ad AB otteniamo il punto H', a partire dal quale conduciamo una retta t parallela ad AB.
Ci si accorge facilmente che per le posizioni di P alle quali non corrisponde alcuna retta r, la retta t interseca il lato AC del triangolo in punto Q' che costituisce il terzo vertice del triangolo APQ' di area pari alla metà dell'area del triangolo ABC.

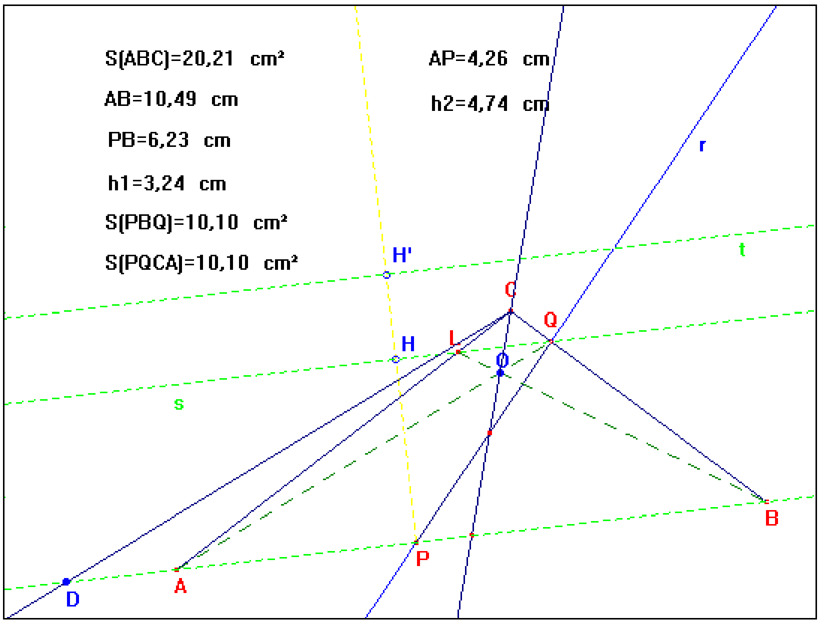
La retta *r* che stiamo cercando, per queste posizioni di *P*, sarà dunque la retta *PQ'*.
Poiché nelle costruzioni sin qui descritte si utilizzano le lunghezze dei segmenti e la calcolatrice per la determinazione delle misure di *PH* e *PH'*, quanto fatto finora può solo costituire un punto di partenza per approfondire meglio la questione e ricercare una costruzione che si possa effettuare utilizzando solo "riga e compasso".



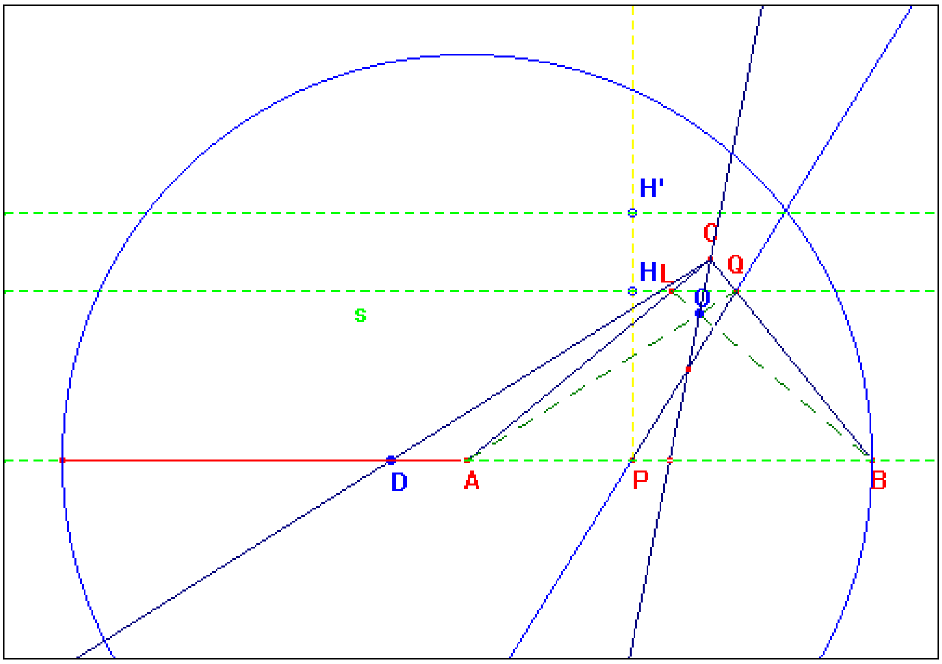
A partire dalla retta *s* o dalla retta *t* individuiamo i punti d'intersezione di *s* o di *t* con i lati *AC* e *BC* del triangolo dato. Indichiamo con *Q* l'intersezione di *s* con il lato *BC* e con *L* il punto d'intersezione di *s* con *AC*; indichiamo con *Q'* il punto d'intersezione di *t* con *AC* e con *L'* il punto d'intersezione di *t* con il lato *BC*. Tracciamo, infine, i segmenti *AQ* e *BL* quando la retta *s* interseca il triangolo *ABC* e i segmenti *BQ'* e *AL'* quando la retta *t* interseca il triangolo *ABC*.
Siano *O* e *O'* i punti d'intersezione di *AQ* e *BL* e di *BQ'* e *AL'* rispettivamente.
Con il comando traccia possiamo osservare le posizioni di *O* e *O'* al variare di *P* su *AB*.
I due punti descrivono un segmento. Con il comando luogo potremmo avere un'ulteriore conferma della nostra ipotesi.



Ci sembra, poi, di poter affermare che tale luogo è una parte della mediana condotta da *C* al lato *AB* e che l'estremo del luogo diverso da *C* è il baricentro del triangolo *ABC*.
Se si tracciano mediana e baricentro si ottiene conferma di quanto congetturato.
Riassumendo possiamo affermare che:
il punto *Q* si può determinare tracciando una retta per *A* e passante per un punto *O* della mediana condotta da *C* ad *AB*.
Si potrebbero determinare *Q* ed *O* se si conoscesse l'ampiezza dell'angolo *CAQ*.
Quest'ultimo risulta uguale all'angolo *ACX*, dove *CX* è la semiretta parallela ad *AQ* condotta da *C* perché angoli alterni interni.
La semiretta *CX* interseca il prolungamento di *AB* dalla parte di *A* in un punto *D*.



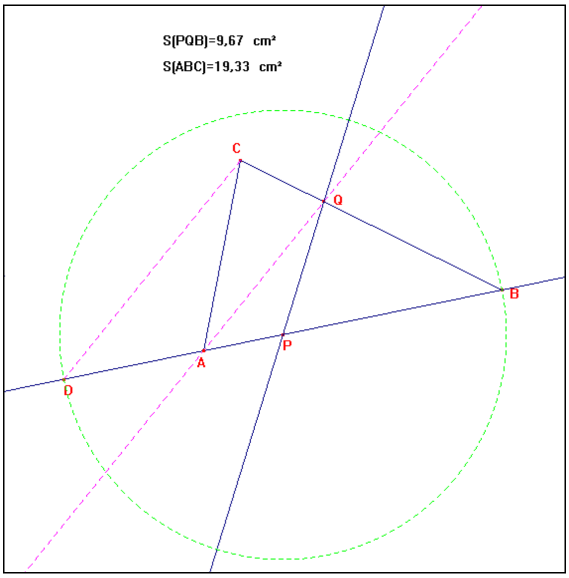
Per capire se può esserci una relazione tra *P* e *D* tracciamo il luogo descritto da *D* al variare di *P*.
Otteniamo un segmento apparentemente della stessa lunghezza di *AB*.

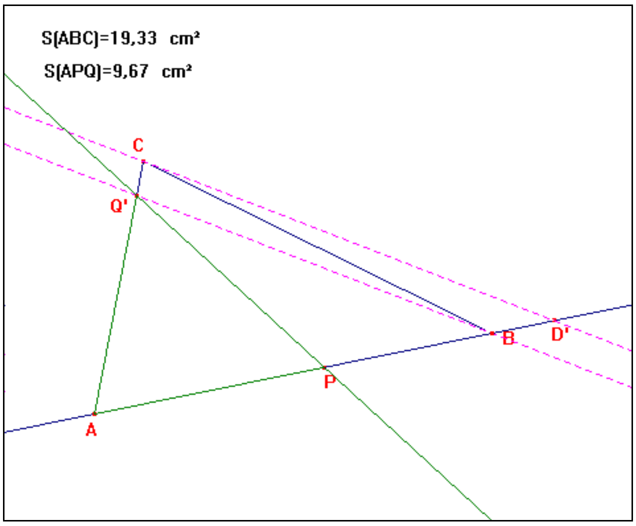


Tracciando la circonferenza di centro *A* e raggio *AB* ne abbiamo un'ulteriore conferma.
Da ciò si evince che *D* è il simmetrico di *B* rispetto a *P*.
Tutto ciò è valido solo nel caso in cui *P* si trovi tra *A* e il punto medio *M* di *AB*.

In caso contrario è sufficiente tracciare il punto *D'* simmetrico di *A* rispetto a *P*.
Il problema grazie a questa nuova scoperta risulta, dal punto di vista della costruzione "con riga e compasso" pienamente risolto; infatti per individuare la retta *r* si può procedere come segue:

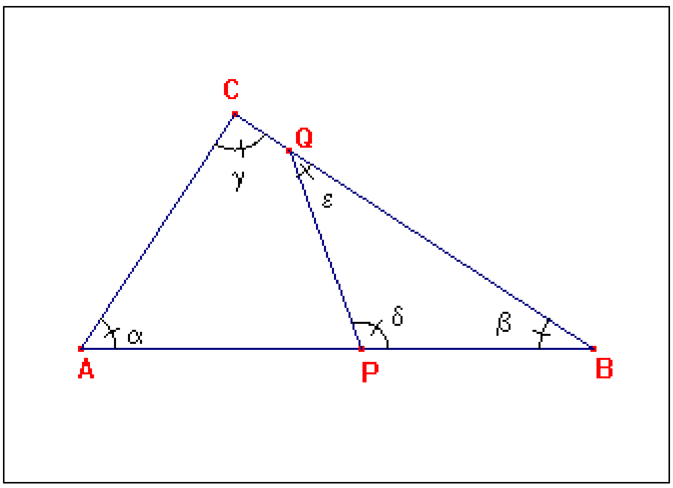
1. Si disegna il triangolo *ABC*;
2. si sceglie un punto qualunque *P* di *AB*;
3. se *P* è situato tra *A* ed *M* (*M* è il punto medio di *AB*) allora si disegna il punto *D* simmetrico di *B* rispetto a *P*, altrimenti si disegna il punto *D'* simmetrico di *A* rispetto a *P*.
4. si traccia la retta *DC* o la retta *D'C*
5. si conduce da *A* la parallela a *DC* o da *B* la parallela a *D'C*
6. il suo punto d'intersezione con il lato *CB* o con il lato *CA* è *Q* o *Q'* rispettivamente
7. si traccia la retta *PQ* o la retta *PQ'*.





La soluzione che abbiamo determinato è stata ricavata attraverso un percorso di scoperta possibile grazie all'uso di un software di geometria dinamica come Cabri II.
Avremmo potuto alternativamente risolvere il problema utilizzando la trigonometria come segue:

Tracciamo un triangolo qualsiasi ABC di angoli α, β, γ. Sia P un punto qualunque del lato AB e Q il punto del lato BC tale che $S(PBQ) = \frac{1}{2} S(ABC)$



Utilizzando il teorema dei seni applicato al triangolo PBQ ed il teorema dell'area di un triangolo applicato al triangolo PQB e al triangolo ABC si ottiene quanto segue:

$$(1)\frac{QB}{sen\delta}=\frac{PB}{sen\varepsilon}\Rightarrow QB=\frac{PB\cdot sen\delta}{sen\varepsilon}$$

D'altra parte:

$$(2)S(PBQ)=\frac{1}{2}PB\cdot QB\cdot sen\beta$$

Sostituendo nella (2) le conclusioni contenute in (1):

$$(3)\mathrm{S(PBQ)}=\frac{\mathrm{PB}\cdot\mathrm{PB}\cdot\frac{\mathrm{sen}\delta}{\mathrm{sen}\varepsilon}\cdot sen\beta}{2}=\frac{PB^2\cdot sen\delta\cdot sen\beta}{2sen\varepsilon}$$

Sempre per il teorema dell'area:

$$(4)S(ABC)=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot sen\beta$$

Dovendo essere:

$$(5)S(PBQ)=\frac{1}{2}S(ABC)$$

sostituendo nella (5) la (4) e la (3) si ricava:

$$\frac{PB^2\cdot sen\delta\cdot sen\beta}{2sen\varepsilon}=\frac{AB\cdot BC\cdot sen\beta}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$(6)\frac{sen\delta}{sen\varepsilon}=\frac{AB\cdot BC}{2PB^2}$$

Riprendendo la (1) in base alle conclusioni tratte nella (6) segue che:

$$\frac{sen\delta}{sen\varepsilon}=\frac{QB}{PB}\Rightarrow\frac{QB}{PB}=\frac{AB\cdot BC}{2PB^2}$$

$$\Downarrow$$

$$QB=\frac{AB\cdot BC}{2PB}$$

L'ultima relazione può anche scriversi nella forma:

$$\frac{QB}{AB}=\frac{BC}{2PB}$$

o anche:

$$QB:AB=BC:2PB$$

Quest'ultima relazione non è altro che la corrispondenza tra lati omologhi di triangoli simili.
I triangoli in questione sono:
ABQ e *DBC*.
In particolare nel triangolo *DBC, DB* è il doppio di *BP*.
Questa considerazione conferma ulteriormente quanto dedotto durante il processo di scoperta precedentemente descritto.

L'esperienza in classe

Dopo aver illustrato, nella mia classe terza P.N.I., gli scopi del progetto "Eccellenza" e la sua storia ho discusso con i miei studenti la possibilità di dedicarsi alla risoluzione del problema in oggetto.
Alcuni di essi si sono offerti volontari. Ho dato loro una settimana di tempo per riflettere sulla richiesta del problema ed, eventualmente, effettuare congetture su una possibile risoluzione.
Al termine della settimana uno solo di essi aveva riflettuto sul compito affidatogli ed aveva trovato una soluzione senza utilizzare alcun software.
Il lavoro che Galeazzi Federica (questo è il nome della studentessa) aveva prodotto era senza dubbio pregevole.
La soluzione che lei propone è quella descritta alla fine della "traccia della procedura di risoluzione".

Pur avendo apprezzato molto la sua fatica ed essendomi congratulato con lei, sono rimasto deluso dal fatto che non vi sia stato un lavoro di gruppo e che la partecipazione ad un'attività che poteva risultare stimolante sia per gli alunni che per il docente è stata deludente e assolutamente scarsa.

In seguito al lavoro prodotto da Galeazzi ho dedicato un'ora della mia attività didattica curriculare alla presentazione del problema e della sua soluzione a tutta la classe insistendo sulla possibilità offerta da Cabri di effettuare congetture e scoperte in modo piuttosto elementare.