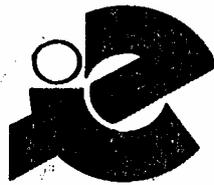


**IRRE - E.R.**

**Istituto Regionale di Ricerca Educativa  
dell'Emilia-Romagna**



**La calcolatrice grafica TI-73 per l'insegnamento  
di Matematica e Scienze nel triennio della Scuola  
Media**

A cura di A.M. Arpinati, G. Giacometti e M.G. Masi

Dicembre 2002

# Indice

	Pagina
Presentazione	2
Bibliografia	6
Scuole medie statali e docenti dell'Emilia Romagna partecipanti alla sperimentazione 2001 – 2002	6
<b>Parte I – La TI-73 e i suoi possibili usi didattici</b>	<b>7</b>
<b>Caratteristiche e potenzialita' di TI-73</b>	<b>8</b>
▪ Primo sguardo a TI-73	9
▪ La calcolatrice grafica TI-73: Caratteristiche e potenzialita	10
▪ Software di acquisizione dati per la TI-73	11
▪ Guida rapida ai tasti di TI-73	14
▪ Primo approccio all'utilizzo di TI-73	18
<b>Possibili utilizzi didattici di TI-73</b>	<b>24</b>
▪ Invito alla sperimentazione	25
▪ TI-73 per attivita' di Programmazione collegata con Scienze e con Matematica	26
<b>Parte II - La TI-73 per la Matematica</b>	<b>28</b>
<b>Probabilita`</b>	<b>29</b>
▪ Sviluppo del concetto di probabilita` nella scuola media	30
▪ La probabilita` con la TI-73 [IC di Borgo Tossignano (BO)]	53
▪ La probabilita` [IC n. 10 di Bologna]	58
<b>Geometria analitica</b>	<b>65</b>
▪ La grafica con la TI-73	66
▪ Le rette nel piano cartesiano [IC di Borgo Tossignano (BO)]	72
<b>Statistica</b>	<b>75</b>
▪ Rielaborazione dei dati di una intervista sulla raccolta differenziata dei rifiuti domestici [IC di Borgo Tossignano (BO)]	76
<b>Calcoli</b>	<b>80</b>
▪ Esplorazioni in campo matematico [SM "Via Ribolle" di Forli']	81
▪ Noi e la TI-73 [IC n. 10 di Bologna]	87
<b>Parte III - La TI-73 per le Scienze</b>	<b>104</b>
<b>Introduzione ai sensori</b>	<b>105</b>
▪ Lo strumento di misura classico	106
▪ Lo strumento universale	107
▪ Lo strumento universale nella didattica delle Scienze	108
<b>Temperatura e calore</b>	<b>109</b>
▪ Specifiche tecniche dei sensori TI	110
▪ Il sensore per misurare le temperature	112
▪ Temperatura e calore [IC n. 10 di Bologna]	118
▪ Combustione degli alimenti [SM "Tasso – Boiardo" di Ferrara]	128
▪ Esperienze relative a temperatura e riscaldamento [SM "Via Ribolle" di Forli']	139
<b>Studio del moto147</b>	
▪ Un percorso didattico con CBR	148
▪ Abbiamo disegnato il movimento [IC di Ozzano dell'Emilia (BO)]	156
▪ Forze e movimenti [SM di Finale Emilia (MO)]	169
▪ Osservazioni sul movimento di una persona [SM "Via Ribolle" di Forli']	194
<b>Parte IV – La TI-73 per la Programmazione</b>	<b>199</b>
▪ Costruire un triangolo con tre lati	200
▪ Italia "digitale": piano cartesiano e trasformazioni	202
▪ Programmi per Matematica: espressioni, equazioni, problemi	207
▪ Un programma per Scienze	222

## Presentazione

Nell'anno scolastico 2001-2002, l'IRRE (Istituto Regionale di Ricerca Educativa) dell'Emilia Romagna ha coordinato una sperimentazione, a livello di scuola media inferiore, sull'uso didattico della calcolatrice grafica TI-73 nell'insegnamento di matematica e di scienze.

Lo spunto iniziale di questa attività è stato fornito dalla partecipazione della sottoscritta a due Convegni, per docenti di area scientifica, organizzati nel 2000 e nel 2001 negli USA dall'associazione *Teachers Teaching with Tecnology* (Dallas nel Texas e Columbus nell'Ohio).

Erano inoltre stati acquisiti dall'Istituto Regionale materiali e schede di lavoro, in lingua inglese, costruiti appositamente per la calcolatrice TI-73 e per i sensori che si possono ad essa collegare [1], [2], [3], [4], [5].

Con queste strumentazioni è possibile infatti creare delle valide proposte didattiche che integrano matematica e scienze in quella delicata fascia scolastica della preadolescenza, dove curiosità e voglia di scoperta verso il mondo che ci circonda è tanto presente e sentita.

Oltre oceano appare abbastanza comune l'ausilio di queste piccole tecnologie, che superano in un certo qual modo l'idea di laboratorio come *ambiente fisso* variamente attrezzato, idea ancora predominante invece in Italia.

Grazie a tali attrezzature molto maneggevoli (calcolatrici grafiche e sensori di vario genere), che possono *entrare* nella classe e che possono anche *uscire* dalla scuola, negli zainetti dei ragazzi, per potere effettuare *misurazioni* di vario tipo in qualunque ambiente, si può fare laboratorio di matematica e/o di scienze ogniqualvolta si presenti una curiosità a cui si vuole dare una risposta o una congettura di cui si vuole fare una verifica; e tutto questo in tempi brevi, quando la curiosità è ancora *calda*, senza cioè dovere aspettare il turno della classe per entrare nell'*ambiente fisso* del laboratorio.

Per avviare questa sperimentazione si è dovuto superare un piccolo problema iniziale: Texas Instruments Italia, di solito attenta a problemi di natura didattica, basandosi sul fatto che TI-73 non è commercializzata in Europa (ma in Inghilterra esistono valide sperimentazioni didattiche condotte con questa calcolatrice), non ha dato alcun supporto all'iniziativa.

Sul mercato italiano, anche a livello di scuola media, viene spinta la più potente TI-83 plus (usata spesso al primo anno di corsi universitari), mentre sul mercato americano TI-73 rimane la macchina base per il *livello 6-8*, corrispondente appunto al triennio della nostra scuola media (pochi mesi fa è stato edito negli USA il volume [6]). Se si dà un'occhiata alle interfacce delle due calcolatrici, ci si rende subito conto del perché negli USA si continui a preferire TI-73; molti dei suoi tasti infatti nascono per l'aritmetica della scuola media inferiore: ad esempio il tasto della *frazione* (b/c), il tasto che trasforma la *frazione in numero decimale* (F $\leftrightarrow$ D), eccetera; e non sono presenti i tasti delle funzioni trigonometriche (*seno*, *coseno*, *tangente*, *logaritmi* e *relative funzioni inverse*), tasti non utilizzabili a livello di scuola dell'obbligo.

---

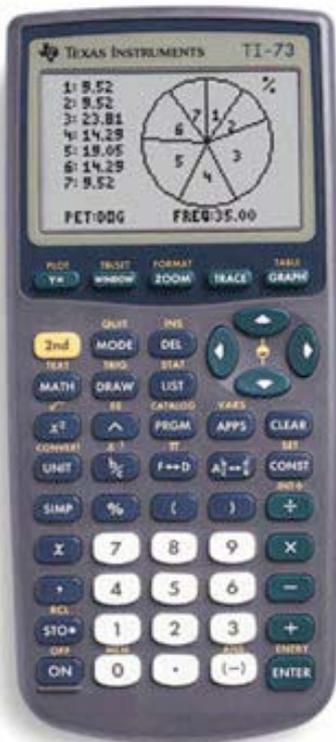
Non potendo contare su aiuti esterni, IRRE ha dovuto allora, in proprio, predisporre una sostanziale traduzione del manuale di accompagnamento alla calcolatrice grafica e stilare un programma di prestito delle attrezzature per le scuole coinvolte.

L'Istituto infatti, seguendo una linea di formazione in servizio dei docenti iniziata nel 1992 con un progetto dedicato al software *Cabri - Géomètre*, sostiene inizialmente gli insegnanti sperimentatori con una operazione di *comodato gratuito* di gran parte delle attrezzature e del manuale di accompagnamento in lingua italiana; se poi i docenti troveranno le proposte di loro gradimento e adatte al livello delle loro classi, provvederanno a dotare le scuole delle attrezzature definitive.

L'attrezzatura base è costituita da una sorta di valigetta (il *Laboratorio mobile*) che può entrare e uscire facilmente dalle classi; nell'ipotesi che i ragazzi lavorino essenzialmente a coppie, tale valigetta può contenere:

- 14 calcolatrici grafiche TI-73
- 2 sensori CBR (calculator Based Ranger)
- 2 CBL2 (Calculator Based Laboratory)
- 2 TI-graph link
- 1 view screen (da usare con la lavagna luminosa)

Ricordiamo velocemente che il CBR è un sensore adatto a studiare il movimento dei corpi; il CBL2 è una interfaccia che consente l'acquisizione di dati sperimentali e viene fornita con 3 sensori: di temperatura, di luminosità e di tensione.



**calcolatrice grafica**



**interfaccia CBL2**



La sperimentazione 2001 – 2002 ha coinvolto 8 scuole medie della Regione Emilia Romagna (alle quali è stato garantito il programma di Prestito dall’Istituto Regionale) ed alcune scuole di altre regioni (Veneto e Friuli Venezia Giulia).

Per ogni scuola erano stati richiesti almeno due docenti sperimentatori; è stato seguito il seguente percorso di formazione:

- maggio 2001

giornata seminariale di lavoro per la presentazione del progetto e delle potenzialità della calcolatrice; al termine dell’incontro viene data a ciascun docente, in comodato gratuito per i mesi estivi, una TI-73 con manuale in lingua italiana

- settembre 2001

seminario residenziale di tre giorni, in cui i docenti prendono sempre più confidenza con la calcolatrice e con i sensori ad essa collegati; si effettuano alcune esperienze di laboratorio (sia di matematica che di fisica); vengono progettate alcune unità didattiche da sperimentare nelle classi

- ottobre 2001 – aprile 2002

viene attuato il programma di prestito alle varie scuole; ogni scuola può disporre delle attrezzature da un minimo di 40 giorni a un massimo di due mesi; vengono sperimentate le varie unità didattiche messe a punto

- maggio 2002

seminario di una giornata in cui vengono mostrati e discussi pregi e difetti delle attività svolte; vengono consegnate ad IRRE le tracce dei lavori svolti

- luglio – dicembre 2002

revisione e sistemazione dei materiali (raccolti in questo fascicolo) e loro inserimento nel sito web Fardicono, curato da IRRE Emilia Romagna.

Indirizzo di Fardicono: <http://kidslink.scuole.bo.it/fardicono>

Si ricorda che due articoli in lingua italiana sull’esperienza svolta sono già usciti [7], [8].

Per ulteriori informazioni sulla sperimentazione svolta e sulle modalità di reperimento dei materiali ci si può mettere in collegamento con IRRE Emilia Romagna (tel. 051/6368040; fax: 051/269221) e chiedere di:

Marisa Cresci (e-mail: [cresci@irreer.it](mailto:cresci@irreer.it))

Anna Maria Arpinati (e-mail: [arpinati@kidslink.scuole.bo.it](mailto:arpinati@kidslink.scuole.bo.it))

### ***Nota***

Un grazie particolare e doveroso va rivolto al gruppo di lavoro che ha coordinato, dal punto di vista scientifico, tutta l'attività preparatoria alla sperimentazione. Tale gruppo era composto da: A.M. Arpinati, M. Borelli, G. Giacometti, S. Invernizzi, M.G. Masi, A. Orlandoni, B. Pecori, C. Ragazzini, G. Salami e M. Turra.

Un grazie particolare a M. G. Masi che si è assunta l'onere, con l'aiuto di G. Giacometti di sistemare ed uniformare gran parte dei materiali da inserire in rete.

## Bibliografia

- [1] Melissa Nast, *Discovering Mathematics on the TI-73: Activities for grades 5 and 6*, Texas Instruments
- [2] Ellen C. Johnston, *Discovering Mathematics on the TI-73: Activities for grades 7 and 8*, Texas Instruments
- [3] Ellen C. Johnston and David A. Young, *Data Collection Activities for the Middle Grades with the TI-73, CBL and CBR*, Texas Instruments
- [4] Christine Browning and Dennis St. John, *Walking the line: Activities for the TI-73 Number Line App*, Texas Instruments
- [5] Rachel Newman-Tumer and Robert Goodman, *Activities for Algebra with the TI-73*, Texas Instruments
- [6] Debbie Crawford ed altri, *Activities for Middle Grades Science with CBL2 and TI-73*, Texas Instruments
- [7] G.Giacometti, In classe con la TI-73, CABRIRRSAE n° 30, gennaio 2002, IRRE Emilia Romagna
- [8] G.Giacometti, Educazione scientifica e nuove tecnologie, CABRIRRSAE n° 33, ottobre 2002, IRRE Emilia Romagna

### **Scuole medie statali e docenti dell'Emilia Romagna partecipanti alla sperimentazione 2001 - 2002**

- Istituto Comprensivo n°9 di Bologna (**M.R. Cicognani, M.R. Musiani**)
- Istituto Comprensivo n° 10 di Bologna (**S. Bellettini, M. Chiesa, G. Fabbri, G. Gualandi, P. Schenone**)
- S.M.S. "Rodari - Iussi" di San Lazzaro di Savena (BO) (**L. Bellini**)
- S.M.S. "Boiardo - Tasso" di Ferrara (**G. Balboni, A.C. Canella**)
- S.M.S. "Via Ribolle" di Forlì (**A. Cavazza, G. Giacometti**)
- S.M.S. "Frassoni" di Finale Emilia (MO) (**M. Cavazzoni, B.A. Fabbri, R. Paioli**)
- Istituto Comprensivo di Borgo Tossignano (BO) (**E. De Maria, P. Donini**)
- Istituto Comprensivo di Ozzano (BO) (**A. Iacuzzi, M.G. Papoff, R. Rettaroli**)

# Parte I

## La TI-73 e i suoi possibili usi didattici

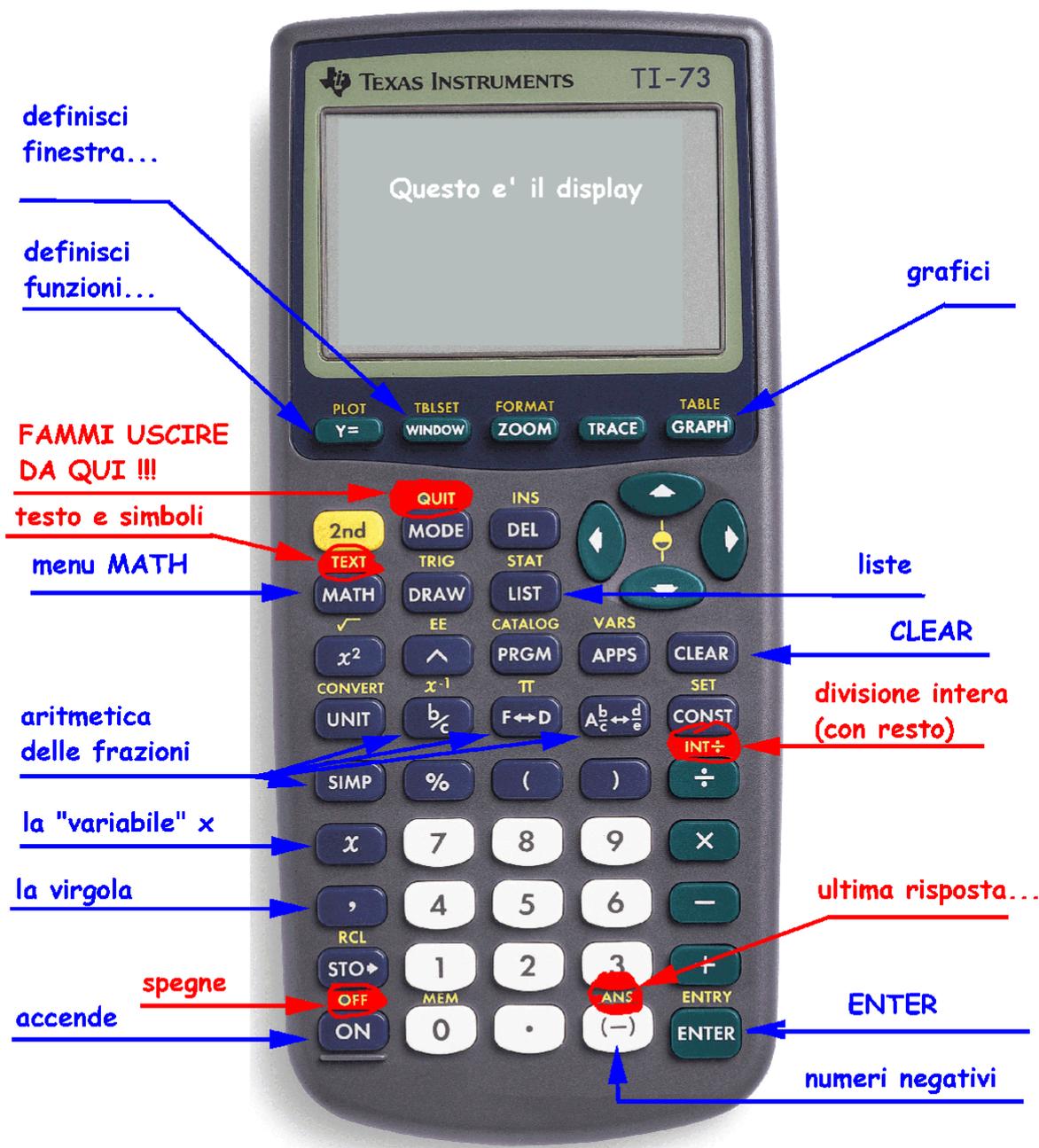
- **Caratteristiche e potenzialita' di TI-73**
  - Primo sguardo a TI-73
  - La calcolatrice grafica TI-73: Caratteristiche e potenzialita
  - Software di acquisizione dati per la TI-73
  - Guida rapida ai tasti di TI-73
  - Primo approccio all'utilizzo di TI-73
  
- **Possibili utilizzi didattici di TI-73**
  - Invito alla sperimentazione
  - TI-73 per attivita` di Programmazione collegata con Scienze e con Matematica

## **Caratteristiche e potenzialita' di TI-73**

- Primo sguardo a TI-73
- La calcolatrice grafica TI-73: Caratteristiche e potenzialita
- Software di acquisizione dati per la TI-73
- Guida rapida ai tasti di TI-73
- Primo approccio all'utilizzo di TI-73

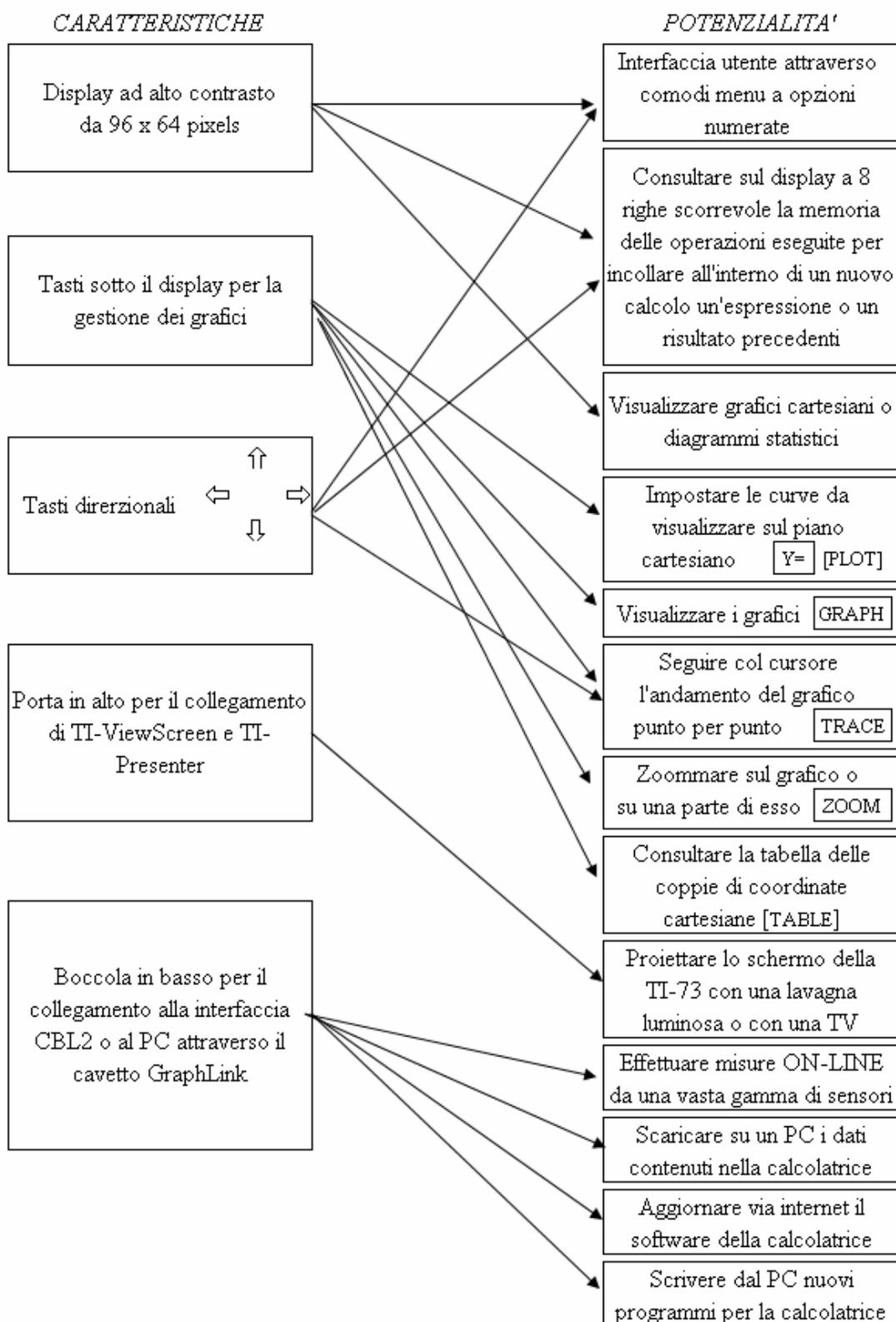
# Primo sguardo a TI-73

Massimo Borelli, Collaboratore esterno di IRRE-E.R.



# La calcolatrice grafica TI-73: *Caratteristiche e potenzialità*

Curzio Ragazzini, Collaboratore esterno di IRRE-E.R.



# Software di acquisizione dati per TI-73

Curzio Ragazzini, Collaboratore esterno di IRRE-E.R.

La TI73 é una calcolatrice programmabile grafica della Texas Instruments. La semplicità della sua tastiera unita alle molteplici funzioni di cui dispone, la pongono a metà strada tra le più potenti calcolatrici grafiche progettate per la scuola superiore e le più semplici calcolatrici scientifiche. La 73 é predisposta inoltre al collegamento con l'interfaccia CBL2 che le permette di acquisire dati da una vasta gamma di sensori per indagare il mondo della fisica della biologia e della chimica. Il funzionamento di tale sistema di acquisizione é diverso a seconda del SW scelto per la gestione del campionamento e l'analisi dei dati.

## ANALISI DEL SOFTWARE

Riportiamo di seguito i risultati di una prima analisi delle potenzialità del sistema utilizzando diversi programmi.

### 1) CBL/CBR

Rispetto ai due programmi descritti nei punti 2) e 3), questo programma offre molte meno possibilità di scelta dei precedenti, ma è risultato dalla nostra analisi essere il più adatto alle medie inferiori essendo decisamente più semplice da utilizzare rispetto gli altri due.

Innanzitutto, essendo presente sulla calcolatrice dal momento dell'acquisto, il docente non deve preoccuparsi di scaricarlo dal CD o da internet, inoltre non occupa spazio nella memoria a disposizione dell'utente perché è una applicazione e come tale è richiamabile premendo il tasto APPS.

Tale SW permette l'utilizzo di un solo sensore alla volta, scelto tra quelli di temperatura, luce, tensione, sonar; non implementa alcuna analisi dei dati se non la presentazione del grafico dei dati raccolti in funzione del tempo; per questi motivi la scelta dei parametri di campionamento è istintiva, semplice e veloce.

Sullo schermo della calcolatrice è possibile avere la visualizzazione della misura sia numerica che analogica per mezzo di un efficace display a barra o ad ago su scala graduata che danno subito una idea intuitiva delle dimensioni della grandezza misurata.

### 2) PHYSICS

Il programma Physics permette all'utente di scegliere, mediante comodi menù, le modalità e le caratteristiche del campionamento nonché il numero ed il tipo di sensori fisici che si intende utilizzare. La presenza del Physics occupa però 13 dei 25K della memoria della calcolatrice limitando così notevolmente la quantità di campionamenti effettuabili.

### 3) DATAMATE

Il Datamate é il risultato della evoluzione dei programmi di gestione per il laboratorio on line sulle calcolatrici grafiche: oltre a tutte le funzioni offerte dal Physics permette l'utilizzo anche di sensori progettati per il laboratorio di chimica e di biologia. La Texas Instruments punta molto su questo SW come mostra inequivocabilmente il fatto che é possibile scaricarlo sulla calcolatrice, dalla CBL2 collegata, semplicemente premendo il tasto **TRANSFER**.

Un' altra peculiarità di questo programma é quello di saper riconoscere gran parte dei sensori compatibili appena collegati all'interfaccia e di proporre automaticamente una esperienza di default ad essi abbinata. Questo risulta essere un notevole vantaggio quando si sia disposti ad accettare tale settaggio automatico, ma rallenta molto le operazioni quando invece si desideri modificare la configurazione di default.

Inoltre il Datamate, proprio a causa delle grandi possibilità che é in grado di offrire, occupa molto spazio in memoria e precisamente 20k. A calcolatrici più potenti come TI92, TI89, TI83Plus questo non crea problemi in ragione delle loro memorie superiori ai 150K, ma per i 25K della TI73 significa che una acquisizione, anche semplice, effettuata sotto il controllo di tale programma riempie inevitabilmente la memoria della calcolatrice causando l'interruzione del programma stesso.

Non volevamo, nonostante questi problemi, rinunciare ad utilizzare Datamate perché con tutta probabilità le pubblicazioni future ed il materiale disponibile su internet e sulle riviste specializzate di didattica con le tecnologie faranno riferimento a questo SW.

Per questo motivo abbiamo eseguito una analisi superficiale del codice del Datamate per scoprire se fosse possibile, in funzione delle necessità dell'esperienza che si vuole eseguire, caricare in memoria soltanto una parte dei sottoprogrammi del Datamate. La procedura é piuttosto semplice: si scarica il Datamate dalla CBL2 e poi, prima di lanciare il programma in esecuzione si cancellano dalla memoria i sottoprogrammi non essenziali.

Ecco i sottoprogrammi che é possibile eliminare e le funzioni a cui si deve rinunciare con la loro eliminazione:

### **DATMENU e DATPROBE**

- Si utilizzano soltanto i sensori che la calcolatrice é in grado di identificare automaticamente
- É impossibile modificare la scala dei grafici e scegliere quali liste rappresentare
- É impossibile fare acquisizione con l'interfaccia non collegata alla calcolatrice

### **I PRECEDENTI + DATKEYS5 e DATKEYS4**

- É impossibile selezionare una regione del grafico
- Sono inutilizzabili le funzioni statistiche e di calcolo integrale

### **I PRECEDENTI + DATKEYS3**

- È impossibile modificare le modalità di campionamento, si è quindi vincolati a seguire le impostazioni di default

### **UTILITA' DEL PROGRAMMA "DATADIR"**

Questo programma, che può essere scaricato col GraphLink da internet o dal CD delle risorse Texas, merita di essere presente sempre nella memoria di una TI73: non è, come gli altri un programma di acquisizione dati, bensì permette di scambiare programmi tra la memoria della calcolatrice (25k) e la memoria della CBL2 (600k). Per una calcolatrice così povera di memoria come la TI73 un contenitore di dati esterno è molto utile soprattutto qualora si debba lavorare fuori dal laboratorio e quindi non si abbia a disposizione un computer da cui poter scaricare i programmi che di volta in volta sono necessari.

### **CONCLUSIONI**

Siamo quindi dell'idea che l'utilizzo della TI73 nella scuola media inferiore possa servirsi efficacemente dell'applicazione CBL/CBR, più che sufficiente per introdurre gli studenti all'uso delle nuove tecnologie nel laboratorio di scienze.

Qualora si desideri fare approfondimenti in qualche campo particolare delle scienze, non effettuabile mediante i 4 sensori del CBL/CBR, è sempre possibile scaricare dalla CBL2 il Datamate, o il programma Physics disponibile in rete, e utilizzare questo strumento in una versione meno maneggevole ma molto più potente (ben inteso se si dispone dei sensori richiesti).

Infine utilizzando la memoria della CBL2 è possibile scaricare all'occorrenza un programma 'dedicato', funzionale cioè all'esecuzione di un particolare esperimento, tra quelli precedentemente memorizzati.

# Guida rapida ai tasti di TI-73

Curzio Ragazzini, Collaboratore esterno di IRRE-E.R.

Tasto	Funzione
<b>ON</b>	Accende la calcolatrice. Se utilizzato durante l'esecuzione di un programma ne interrompe anticipatamente l'esecuzione
<b>2nd</b> [OFF]	Spegne la calcolatrice
<b>STO▶</b>	Permette di assegnare un valore ad una variabile
<b>2nd</b> [RCL]	Permette di richiamare sullo schermo il valore di una variabile
,	Virgola
<b>×</b>	Inserisce la lettera X
<b>SIMP</b>	Semplifica la frazione che lo precede
<b>UNIT</b>	Permette di comporre in un'espressione numeri interi e frazioni
<b>2nd</b> [CONVERT]	Attraverso un comodo menù permette di convertire misure da una unità di misura ad un'altra
<b><math>x^2</math></b>	Eleva al quadrato
<b>2nd</b> [ $\sqrt{\quad}$ ]	Estrae la radice quadrata
<b>MATH</b>	Mostra un menù contenente una vasta gamma di funzioni matematiche
<b>2nd</b> [TEXT]	Permette di inserire tutte le lettere dell'alfabeto da un apposito menù
<b>2nd</b>	Serve per accedere alle seconde funzioni dei tasti
<b>Y=</b>	Permette di graficare una funzione immessa dall'utente
<b>2nd</b> [PLOT]	Permette di scegliere quali grafici rendere attivi ed in che modo debbano essere visualizzati
<b>0</b>	Inserisce il numero 0
<b>2nd</b> [MEM]	Consente di controllare la memoria della calcolatrice e tutte le variabili in essa contenute
<b>1</b>	Inserisce il numero 1
<b>4</b>	Inserisce il numero 4
<b>7</b>	Inserisce il numero 7

$\boxed{\%}$	Calcola la percentuale
$\boxed{b/c}$	Permette di inserire espressioni frazionarie: dopo aver premuto questo tasto, il primo numero inserito viene immesso al numeratore; prima di inserire il numero che desideriamo sia immesso al denominatore, è necessario premere $\boxed{\triangleright}$ ; premeremo ancora $\boxed{\triangleright}$ quando vorremo inserire il segno dell'operazione di fronte alla linea di frazione
$\boxed{2nd}[x^{-1}]$	Calcola il reciproco
$\boxed{\wedge}$	Eleva a potenza
$\boxed{2nd}[EE]$	Permette di scrivere i numeri in notazione scientifica
$\boxed{DRAW}$	Permette di accedere all'ambiente grafico-geometrico
$\boxed{2nd}[TRIG]$	Permette di inserire funzioni trigonometriche
$\boxed{MODE}$	Permette di scegliere tra funzionamento in gradi o in radianti, di scegliere il numero di cifre da calcolare dopo la virgola, di scegliere tra semplificazione automatica o manuale delle espressioni, di scegliere se utilizzare o meno la notazione scientifica per i numeri decimali
$\boxed{2nd}[QUIT]$	Serve ad abbandonare l'ambiente della calcolatrice in cui ci si trova
$\boxed{WINDOW}$	Permette di scegliere le dimensioni della porzione di piano cartesiano visualizzata sullo schermo dei grafici
$\boxed{2nd}[TBLSET]$	Definisce il tipo di tabella
$\boxed{\cdot}$	Inserisce il punto di separazione per le cifre decimali
$\boxed{2}$	Inserisce il numero 2
$\boxed{5}$	Inserisce il numero 5
$\boxed{8}$	Inserisce il numero 8
$\boxed{(}$	Aperta parentesi tonda
$\boxed{F\leftrightarrow D}$	Converte una frazione nel suo equivalente decimale e viceversa
$\boxed{2nd}[\pi]$	Immette il valore $\pi = 3.141592654$
$\boxed{PRGM}$	Permette l'accesso all'ambiente di Programmazione ed a tutti i suoi programmi
$\boxed{2nd}[CATALOG]$	Mostra un menù contenente in ordine alfabetico tutte le funzioni disponibili nella calcolatrice
$\boxed{LIST}$	Permette di accedere ad un semplice foglio elettronico

$\boxed{2\text{nd}}[\text{STAT}]$	Permette di accedere all'ambiente di calcolo statistico
$\boxed{\text{DEL}}$	Cancella un carattere o un elemento all'interno di una lista
$\boxed{2\text{nd}}[\text{INS}]$	Permette l'inserimento di un carattere o di un elemento all'interno di una lista
$\boxed{\text{ZOOM}}$	Attraverso un comodo menù permette di scegliere tra diverse possibilità di Zoom applicabili ai grafici attivi sullo schermo
$\boxed{2\text{nd}}[\text{FORMAT}]$	Definisce le caratteristiche di visualizzazione del piano cartesiano (assi visibili o meno, intestazioni presenti o meno....)
$\boxed{(-)}$	Permette di inserire numeri negativi
$\boxed{2\text{nd}}[\text{ANS}]$	Restituisce il risultato dell'ultimo calcolo eseguito dalla calcolatrice
$\boxed{3}$	Inserisce il numero 3
$\boxed{6}$	Inserisce il numero 6
$\boxed{9}$	Inserisce il numero 9
$\boxed{)}$	Chiusa parentesi tonda
$\boxed{A \frac{b}{c} \leftrightarrow \frac{d}{e}}$	Converte il prodotto di un numero per una frazione in una frazione semplice e viceversa
$\boxed{\text{APPS}}$	Permette di accedere alle applicazioni disponibili sulla calcolatrice; tra queste una permette il collegamento calcolatrice-calcolatrice, calcolatrice-CBL2, calcolatrice-computer
$\boxed{2\text{nd}}[\text{VARS}]$	Permette di modificare il valore di alcune variabili interne, utilizzate dalla calcolatrice stessa per gestire i vari ambienti di funzionamento
$\boxed{\leftarrow} \boxed{\rightarrow}$	Sposta il cursore a destra ed a sinistra
$\boxed{\text{TRACE}}$	Permette di seguire col cursore l'andamento di un grafico
$\boxed{\text{ENTER}}$	Esecuzione delle operazioni evidenziate sullo schermo
$\boxed{2\text{nd}}[\text{ENTRY}]$	Richiama sullo schermo l'ultima istruzione eseguita dalla calcolatrice
$\boxed{+}$	Somma
$\boxed{-}$	Sottrazione
$\boxed{\times}$	Moltiplicazione
$\boxed{\div}$	Divisione
$\boxed{2\text{nd}}[\text{INT}\div]$	Esegue la divisione tra 2 interi mostrando quoziente e resto.

<b>CONST</b>	Richiama il valore precedentemente assegnato ad una variabile
<b>2nd][SET]</b>	Permette di definire il valore di alcune costanti
<b>CLEAR</b>	Ripulisce lo schermo principale di comando
<b>▼ ▲</b>	Muove il cursore in alto ed in basso (tenendo premuto <b>2nd]</b> regola il contrasto dello schermo)
<b>GRAPH</b>	Visualizza lo schermo dei grafici
<b>2nd][TABLE]</b>	Fa apparire una tabella che mostra come variano i valori di una o più variabili $Y_i$ indipendenti definite dall'utente, in funzione della variabile $X$ indipendente

# Primo approccio all'utilizzo di TI-73

Curzio Ragazzini, Collaboratore esterno di IRRE-E.R.

## AVVERTENZA:

In questa Scheda di lavoro sono esemplificate solo una piccola parte delle possibilità che la TI-73 offre in campo matematico: l'obiettivo di questa Scheda è fornire solo un primo approccio alla calcolatrice, rimandando ampliamenti e approfondimenti alla consultazione del manuale.

La prima colonna individua con un numero progressivo gli esempi presentati, la seconda indica il tipo di operazione e i tasti premuti sulla tastiera della calcolatrice, la terza riproduce il risultato presentato sul display, la quarta reca spiegazioni su ciò che avviene, suggerimenti, osservazioni.

Calcolo numerico: Aritmetica intera				
1	$2 + 3$ [2] [+] [3] [ENTER]	$2+3$	5	Sullo schermo rimangono visualizzate, riga per riga, tutte le operazioni eseguite, sulla sinistra, coi relativi risultati, sulla destra. L'introduzione di una nuova operazione da eseguire avviene nella riga dello schermo successiva a quella in cui è stato visualizzato l'ultimo risultato.
2	$5 - 7$ [5] [-] [7] [ENTER]	$5-7$	-2	Si usi il "meno binario", di colore verde sulla destra della tastiera.
3	$-7 + 5$ [(-)] [7] [+] [5] [ENTER]	$-7+5$	-2	Si usi il "meno unario" [(-)], di colore bianco in basso.
4	$3 \cdot 4$ [3] [x] [4] [ENTER]	$3*4$	12	
5	$(-7+5) \cdot 4$ [(-)] [7] [+] [5] [ENTER] [x] [4] [ENTER]	$-7+5$ $Ans*4$	-2 -8	Se si inizia l'introduzione di una nuova espressione da un segno di operazione ([+], [-], [x], [÷], [%], [^], [x <sup>2</sup> ], [x <sup>-1</sup> ] ecc.) anziché da un numero, la calcolatrice interpreta che quella operazione debba essere eseguita sull'ultimo risultato calcolato (indicato da "Ans")
6	$4 \cdot (-7+5)$ [(-)] [7] [+] [5] [ENTER] [4] [x] [2nd] [ANS] [ENTER]	$-7+5$ $4*Ans$	-2 -8	"Ans" può essere utilizzato anche come variabile all'interno di una espressione.
7	$12 : 4$ [1] [2] [÷] [4] [ENTER]	$12/4$	3	Sulla linea di editing e sullo schermo il simbolo di divisione appare come barra obliqua /.
8	$7^4$ [7] [^] [4] [ENTER]	$7^4$	2401	E' possibile utilizzare questo metodo di introduzione per tutte le basi e per tutti gli esponenti

9	$7^2$ [7][x <sup>2</sup> ][ENTER]	$7^2$	49	Da utilizzare solo per esponente 2
10	$7^3$ [7][MATH][3][ENTER]	$7^3$	343	Da utilizzare solo per esponente 3
11	$10^7$ [MATH][▶][▶][▶][2][7][^][ENTER]	$10^{(7)}$	10000000	Da utilizzare solo per base 10
12	$10!$ [1][0][MATH][▶][▶][5][ENTER]	$10!$	3628800	Il simbolo di fattoriale non è presente in tastiera ma è ottenibile con la combinazione di tasti indicata.

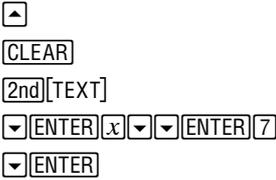
Il tasto <b>[MODE]</b> per impostare l'interpretazione e la rappresentazione dei numeri				
13	Impostare la calcolatrice affinché i numeri vengano presentati in notazione scientifica [MODE][▶][ENTER][2nd][QUIT]  Provare come esempio: [2][2][÷][.][0][7][ENTER]	22/.07 3.142857143 <sub>E</sub> 2		Appare questo menù: Normal Sci Float 0123456789 Degree Radian A b/c b/c Autosimp Mansimp Muovendosi col cursore si evidenzia la voce che si vuole scegliere e si preme [ENTER]; tornando alla schermata principale con [2nd][QUIT] si confermano e si rendono operative tutte le scelte fatte.
14	Impostare la calcolatrice affinché i numeri vengano presentati con solamente 3 cifre dopo la virgola [MODE][▼][▶][▶][▶][ENTER][2nd][QUIT]  Provare come esempio : [2][2][÷][.][0][7][ENTER]	22/.07 3.143 <sub>E</sub> 2		Si intende valida la scelta impostata nella riga precedente di notazione scientifica.
15	Impostare la calcolatrice affinché gli angoli vengano presentati in radianti [MODE][▼][▼][▶][ENTER][2nd][QUIT]  Provare come esempio: [2nd][TRIG][ENTER][2nd][π][÷][2][)][ENTER]	Sin(π/2) 1.000 <sub>E</sub> 0		Si intendono valide le scelte impostate nelle righe precedenti: notazione scientifica e 3 cifre decimali.
16	Impostare la calcolatrice affinché le frazioni >1 vengano rappresentate come somma tra un intero e una frazione <1 [MODE][▼][▼][▼][ENTER][2nd][QUIT]			Vedere esempi nella sezione successiva
17	Impostare la calcolatrice affinché le frazioni vengano semplificate automaticamente dalla calcolatrice [MODE][▼][▼][▼][▼][ENTER][2nd][QUIT]			Vedere esempi nella sezione successiva

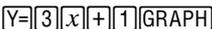
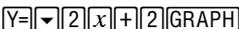
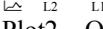
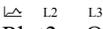
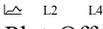
Calcolo numerico: Numeri razionali e irrazionali			
18	$\frac{12}{8}$ <code>1 2 b/c 8 ENTER</code>		Si noti che il risultato è espresso in forma frazionaria e non decimale. Se possibile, la frazione viene automaticamente semplificata poiché si è scelto (vedi riga 13 "Autosimp") la <b>modalità</b> "semplificazione automatica"
19	$\frac{12}{8}$ <code>1 2 b/c 8 ENTER</code>	$\frac{12}{8}$	Eseguiamo la medesima operazione scegliendo però la <b>modalità</b> "semplificazione manuale" (vedi riga 13 "Mansimp"). Il simbolo " " posto davanti alla frazione significa che la stessa può essere semplificata ulteriormente
20	Semplifichiamo la frazione* <code>SIMP 2 ENTER</code>	$\frac{12}{8}$ ▶ Simp 2 $\frac{6}{4}$	*Semplificazione della frazione con scelta del fattore da parte dell'utente. Come mostra il simbolo " " la frazione può essere ulteriormente semplificata
21	Semplifichiamo la frazione** <code>SIMP ENTER</code>	$\frac{6}{4}$ ▶ Simp      Fac=2 $\frac{3}{2}$	**Semplificazione della frazione con scelta del fattore da parte della calcolatrice: il numero scelto come fattore di semplificazione è specificato
22	$\frac{4}{5} + \frac{3}{2}$ <code>4 b/c 5 ▶ + 3 b/c 2 ENTER</code>	$\frac{4}{5} + \frac{3}{2}$ $\frac{23}{10}$	Siamo in <b>modalità</b> "b/c" (vedi riga 13)
23	$\frac{4}{5} + \frac{3}{2}$ <code>4 b/c 5 ▶ + 3 b/c 2 ENTER</code>	$\frac{4}{5} + \frac{3}{2}$ $2 \frac{3}{10}$	Abbiamo ripetuto lo stesso calcolo dopo aver scelto di operare utilizzando la <b>modalità</b> in cui le frazioni sono rappresentate come somma tra un numero intero ed una frazione (vedi riga 13 "A b/c")
24	$\frac{3+4}{5-3}$ <code>b/c 3 + 4 ▼ 5 - 3 ENTER</code>	$\frac{3+4}{5-3}$ $\frac{7}{2}$	Siamo tornati in <b>modalità</b> "b/c" (vedi riga 13)
25	$\frac{1}{5}$ diventa 0.200 <code>1 b/c 5 F↔D ENTER</code>	$\frac{1}{5}$ ▶ F↔D      .200	Trasformazione di una frazione nel corrispondente numero decimale
26	$\sqrt{2}$ <code>2nd [√] 2 ) ENTER</code>	$\sqrt{2}$ 1.414	Tutte le funzioni (§, sin, ln ecc.) richiedono l'argomento chiuso tra parentesi; premendo il corrispondente tasto <u>ne viene visualizzato il simbolo unitamente alla prima parentesi</u> ; l'utente dovrà quindi digitare direttamente solo <u>la seconda</u> .
27	$\sqrt[3]{54}$ <code>3 MATH 5 5 4 ENTER</code>	$3 \times \sqrt{54}$ 3.780	Manteniamo l'impostazione di 3 cifre decimali. Come si vede non sono richieste le parentesi.

Conversione tra unità di misura			
28	10mm diventano 0.010m <code>1 0 2nd [CONVERT] 1 1 3 ENTER</code>	10 mm ▶ m      .010	Si può scegliere tra unità di lunghezza, area, volume, tempo, temperatura, massa e velocità.

Inserimento di testo			
29	Entrare nell'ambiente che permette di inserire stringhe di caratteri alfanumerici <input type="text" value="2nd[TEXT]"/>	A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z { } " _ = ≠ > ≥ < ≤ and or <u>Done</u>	<b>Nota:</b> La lettera "A" è incorniciata da un quadratino questo significa che tale carattere è <i>selezionato</i> .
30	Visualizzare "arco" nella riga di introduzione  <input type="button" value="ENTER"/> (appare A) <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="ENTER"/> (appare R) <input type="button" value="↑"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="←"/> <input type="button" value="ENTER"/> (appare C) <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="→"/> <input type="button" value="→"/> <input type="button" value="ENTER"/> (appare O)	A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z { } " _ = ≠ > ≥ < ≤ and or <u>Done</u> ARCO	Muovendosi col cursore si può <i>selezionare</i> ognuno dei caratteri presenti sul display, premendo <input type="button" value="ENTER"/> si ottiene la visualizzazione del carattere <i>selezionato</i> nella riga di introduzione dell'editor di testo.
31	Incollare la scritta preparata nella riga di introduzione in uno qualsiasi degli ambienti della calcolatrice  <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="ENTER"/>		Muovendosi col cursore si <i>seleziona</i> la scritta "done", quindi si conferma con <input type="button" value="ENTER"/> e in questo modo la scritta "arco" viene visualizzata nella posizione in cui si trovava il cursore prima che fosse aperto l'editor di testo

Risoluzione di equazioni			
32	Entrare nell'ambiente in cui è possibile risolvere le equazioni <input type="button" value="MATH"/> <input type="button" value="6"/>	0= bound={ -1 E 99, 1...	Appare una schermata che contiene 2 voci: nella prima va inserita l'equazione da risolvere, la seconda definisce l'intervallo di validità della variabile incognita. Muovendo il cursore su una o l'altra voce è possibile modificarne il contenuto.
33	Inserire l'equazione: $2x - 3 = x + 4$ <input type="button" value="↑"/> <input type="button" value="CLEAR"/> <input type="text" value="2nd[TEXT]"/> <input type="button" value="2"/> <input type="button" value="x"/> <input type="button" value="-"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="x"/> <input type="button" value="+"/> <input type="button" value="4"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="ENTER"/>	EQUATION SOLVER eqn: $2x - 3 = x + 4$	<b>Nota:</b> l'inserimento dell'equazione avviene dall'editor di testo il cui semplice funzionamento è stato visto in precedenza
34	Confermare tale equazione  <input type="button" value="ENTER"/>	$2x-3=x+4$ $x=7$ bound={ -1 E 99, 1... Solve:x	Premendo <input type="button" value="ENTER"/> oppure <input type="button" value="↓"/> si ritorna allo schermo principale dell'EQUATION SOLVER Dove sono apparse 2 nuove voci: una presenta il risultato, l'altra serve a stabilire in funzione di quale variabile l'equazione sia stata risolta.
	Risolvere l'equazione  <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="↓"/> <input type="button" value="ENTER"/>	$2x-3=x+4$ • $x=7$ bound={ -1 E 99, 1... Solve:x	<b>Nota:</b> nonostante la schermata precedente presentasse già il risultato è consigliabile comunque l'uso di questa procedura che assicura l'utente (con l'apparizione di un •) che il valore assegnato alla variabile x non sia una memoria storica dell'ultima equazione risolta.

35	Inserire l'equazione: $kx = 7$  	EQUATION SOLVER eqn: $kx=7$	Questa equazione contiene 2 variabili: noi vorremmo risolverla considerando "x" incognita e "k" parametro(*)
36	Confermare tale equazione  	$kx=7$ $k=0$ $x=7$ bound={ -1 E 99, 1... Solve: k x	<b>Nota1:</b> è apparsa automaticamente una nuova voce che assegna di default alla variabile k valore zero <b>Nota2:</b> l'assegnazione alla variabile x del valore 7 non è altro che una memoria storica dell'ultima equazione risolta.
37	Risolvere l'equazione $kx=7$ per $k=2$ :  	$Kx=7$ $k=2$ • $x=3.5$ bound={ -1 E 99, 1... Solve: k x	E' necessario impostare a priori il valore del parametro k: scegliamo il valore 2. Poi si seleziona, muovendosi col cursore, la variabile x e si preme  . <b>Nota:</b> l'equazione può contenere fino a 5 variabili.
38	Risolvere l'equazione $kx=7$ per $k=4$ :  	$kx=7$ $k=4$ • $x=1.75$ bound={ -1 E 99, 1... Solve: k x	E' necessario impostare a priori il valore del parametro k: scegliamo il valore 4. Poi si seleziona, muovendosi col cursore, la variabile x e si preme  .

La grafica: funzioni			
39	Visualizzare sul piano cartesiano la retta: $Y=x+6$  	Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1=x+6$ $\backslash Y_2=$ $\backslash Y_3=$ $\backslash Y_4=$	Dopo aver premuto  appare il piano cartesiano con la retta richiesta.
40	Visualizzare sul piano cartesiano anche la curva: $Y=2x^2$  	Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1=3x+1$ $\backslash Y_2=2x^2$ $\backslash Y_3=$ $\backslash Y_4=$	Dopo aver premuto  appare il piano cartesiano con entrambe le curve richieste.
41	Visualizzare la tabella delle coordinate cartesiane di tale funzione  		Oltre al grafico sul piano cartesiano, è possibile studiare una funzione anche attraverso le sue coppie di coordinate nell'editor di Tabelle <b>Nota:</b> dopo aver immesso la funzione il segno "=" della equazione appare evidenziato, ciò significa che quella funzione è <i>selezionata</i> , se si volesse selezionare un'altra funzione è sufficiente portarsi sopra il segno "=" col cursore e premere  , lo stesso per deselezionare
42	Visualizzare il grafico delle coppie di punti appartenenti a 2 liste contenute in memoria  	STAT PLOTS 1: Plot1...Off  2: Plot2...Off  3: Plot3...Off  4   PlotsOff	



## Possibili utilizzi didattici di TI-73

- Invito alla sperimentazione
- TI-73 per attività` di Programmazione collegata con Scienze e con Matematica

# Invito alla sperimentazione

Giuseppe Giacometti, collaboratore esterno IRRE-E.R.

Sono numerosi gli insegnanti che, anche dopo anni di esperienza, si pongono ancora alla ricerca di strategie più avvincenti ed efficaci per proporre, nelle loro lezioni, lo svolgimento di alcuni argomenti.

Le nuove tecnologie, se ben utilizzate, si rivelano, spesso, un potente aiuto per potenziare l'apprendimento e renderlo maggiormente motivato.

Anche la calcolatrice grafica TI 73 presenta queste potenzialità.

Come la farina è, per la persona abile, un mezzo per ottenere pasta, piadina, pizza, ciambella, ..., così anche la TI 73 può diventare uno strumento versatile per risolvere problemi didattici

## • in campo matematico

- esplorazione di proprietà
- calcolo decimale approssimato
- notazione scientifica
- calcolo frazionario
- operazioni algebriche
- operazioni logiche
- rappresentazioni grafiche
- geometria analitica
- simulazione di eventi casuali
- elaborazione di dati statistici

...

## • nel campo delle scienze sperimentali

La possibilità di collegare la TI 73 a sistemi per l'acquisizione di dati sperimentali (CBL2 e CBR e sensori specifici) consente di affrontare, in modo nuovo e semplificato, lo studio di numerosi fenomeni naturali verificando ipotesi e congetture.

Il gruppo di lavoro che ha guidato l'avvio della sperimentazione, in considerazione del breve periodo in cui le scuole disponevano delle attrezzature, ha ritenuto conveniente limitare la proposta all'utilizzo del sensore per la temperatura e del sensore di posizione (sonar). Questi sensori, oltre alla facilità d'uso, presentano un immediato "guadagno formativo" dovuto alla acquisizione di numerosi dati sperimentali con maggiore prontezza e sensibilità rispetto a strumenti tradizionali.

I percorsi didattici sperimentati dalle varie scuole della nostra regione, che riguardano

- riscaldamento e raffreddamento di sostanze
- calore specifico delle sostanze
- passaggi di stato di sostanze pure
- potere calorico degli alimenti
- studio del movimento di un oggetto o di una persona
- movimento di un corpo che rimbalza
- movimento di caduta di un corpo

...

vogliono essere puramente esemplificativi e non pretendono di essere pronti per una passiva trasferibilità ad altre situazioni.

Ogni insegnante che, motivato da uno specifico problema didattico, si senta attratto dal percorrere nuove strade deve sentirsi incoraggiato a "pensare" soluzioni nuove con la fantasia che sempre sorregge il nostro faticoso e... meraviglioso lavoro!

# TI-73 per attività di Programmazione collegata con Scienze e con Matematica

Maria Grazia Masi, collaboratrice esterna IRRE-E.R.

## • con un sonar

Con un sonar collegato a TI-73 si può ottenere, fra l'altro, una tabella di spazi percorsi in funzione dei tempi impiegati, in un moto vario, e il corrispondente grafico.

- Con la tabella, che ci fornisce numerosissime coppie di dati, si può studiare la dipendenza della velocità media dall'intervallo di tempo a partire da un istante fissato e giungere per via grafica al concetto di velocità istantanea (limite di  $\Delta s/\Delta t$  per  $\Delta t$  che tende a zero).
- Il grafico può essere utilizzato per ricavare il significato geometrico della velocità istantanea (pendenza della tangente alla linea  $s(t)$  nell'istante considerato).

Un tale tipo di attività prepara gli studenti a capire meglio (in seguito, alle superiori o all'università) alcune cose importanti, ad esempio:

- L'ampiezza dell'intervallo di tempo in cui calcolare la velocità media può essere scelta non a caso, ma a seconda dell'errore che non vogliamo superare nella zona in cui la velocità varia con rapidità maggiore.
- Quando la funzione  $s(t)$  è rappresentabile con una formula, allora la matematica ci viene in aiuto e si tratta di un aiuto potentissimo e comodissimo: basterà imparare a ricavare la derivata della funzione e a calcolarla nell'istante desiderato.
- Il metodo della derivata risulterà talmente comodo che anche quando la funzione  $s(t)$  non è rappresentabile con una formula, piuttosto che ricorrere ai grafici sperimentati alla scuola media (un intero grafico per ogni istante in cui si vuole conoscere la velocità) converrà imparare i metodi matematici per "spezzare" la curva in tratti rappresentabili con formule, cioè in tante funzioni derivabili.
- Sarà inevitabile, per lo studente, capire quanto tempo ci fa risparmiare la matematica, e pensare ... **evviva la matematica !!!**

## • programmando

Non c'è da avere dubbi sull'utilità di sperimentare nuovi tipi di approccio a discipline come la matematica e le scienze, che spesso appaiono aride e lontane dai bisogni immediati di un adolescente; tipi di approccio più stimolanti, più immediati nel risvegliare la curiosità dello studente, più efficaci nel mettere in moto la sua creatività, sono fondamentali.

Non bisogna però dimenticare che, dopo l'*approccio*, ci si diverte e si progredisce realmente solo se *si capisce quel che si sta facendo* e se *si raggiunge un buon grado di autonomia nel procedere*.

Da questo punto di vista, può essere utile *dedicare qualche parentesi temporale ad attività di supporto di tipo più specialistico*, ma che in certi casi fanno risparmiare molto tempo e permettono quindi di non trascurare troppo a lungo il filo logico del tema che si sta trattando (col rischio, per lo studente, di perdersi). Un esempio è costituito dagli algoritmi: il mantenimento di un certo grado di capacità nel padroneggiare i più utili fra essi è senza dubbio desiderabile.

Da questo punto di vista può essere utile dedicare un po' di tempo ad una attività di *programmazione con la TI-73*; superata la prima fase di apprendimento degli elementi di base (che sono pochissimi) riusciremo a costruire dei piccolissimi programmi, tanto utili quanto semplici.

Molti programmi per calcoli ripetitivi sono ormai già disponibili nelle calcolatrici. I tre tipi di programmi seguenti possono essere anch'essi utili.

1. Programma che esegue una espressione o un tipo di espressione<sup>1</sup> (o che calcola la soluzione di una equazione o di un tipo di equazione<sup>2</sup> di primo grado ad una incognita)
2. Programma che esegue la procedura di risoluzione di un certo tipo di problema<sup>3</sup>
3. Programma che, a partire da una serie di misure, calcola la loro media e lo scarto medio.

---

<sup>1</sup> Tipo di espressione = Espressione con almeno un numero di tipo parametrico (espressione letterale)

<sup>2</sup> Tipo di equazione = Equazione con almeno un coefficiente dell'incognita o un termine noto di tipo parametrico

<sup>3</sup> Tipo di problema = Problema con almeno un dato di tipo parametrico

**NB** Nei casi parametrici deve essere scelto per ciascun parametro un valore numerico, che verrà assegnato alla corrispondente variabile durante l'esecuzione del programma.

# Parte II

## La TI-73 per la Matematica

- **Probabilità**
  - Sviluppo del concetto di probabilità nel primo ciclo
  - La probabilità con la TI-73 [IC di Borgo Tossignano]
  - La probabilità [IC n. 10 di Bologna]
  
- **Geometria analitica**
  - La grafica con la TI-73
  - Le rette nel piano cartesiano [IC di Borgo Tossignano (BO)]
  
- **Statistica**
  - Rielaborazione dei dati di una intervista sulla raccolta differenziata dei rifiuti [IC di Borgo Tossignano (BO)]
  
- **Calcoli**
  - Esplorazioni in campo matematico [SM "Via Ribolle" di Forlì ]
  - Noi e la TI-73 [IC n. 10 di Bologna]

## Probabilità

- Sviluppo del concetto di probabilità nel primo ciclo
- La probabilità con la TI-73 [IC di Borgo Tossignano]
- La probabilità [IC n. 10 di Bologna]

## Sviluppo del concetto di probabilità nella scuola media

- **Sergio Invernizzi**

Dipartimento di Scienze matematiche, Università di Trieste, via A. Valerio 12/1, 34100 Trieste

- **Massimo Borelli**

Scuola Media Superiore Italiana, Rovigno d'Istria - Rovinj, Croazia

-----  
Questo lavoro consiste in una serie di quattro schede didattiche indirizzate allo sviluppo del concetto di probabilità con l'ausilio di una calcolatrice grafica programmabile. La calcolatrice di riferimento (ovvero la più semplice con la quale si possono svolgere tutte le attività proposte) è la Texas Instruments TI-73. Riteniamo infatti che nelle attività didattiche appoggiate dalle tecnologie si debba seguire il principio indicato da Guglielmo di Occam per cui *frustra fit per plura quod potest fieri per pauciora*: riportato al caso in esame, ogni attività va riferita alla minima ragionevole tecnologia che consente di svilupparla.

---

1. Sviluppo dell'idea di probabilità. Come fa la TI-73 a lanciare un dado? Il dado è "equo"? E un dado truccato?
  2. Come lanciare un dado a 12 facce? Come lanciare un dado a 20 facce? Confronto con i dadi reali. Collegamento ai solidi platonici.
  3. Lancio simultaneo di due dadi a sei facce, uso delle liste per il calcolo delle frequenze relative.
  4. Il *Lancia&Perdi*: un modello elementare di *VideoPoker* dove si mostra come e perché chi gioca perde sempre.
-

**Probabilità - Scheda 1/4 :  
Lanciare un dado**

Obiettivo: Sviluppo del concetto di probabilità come frequenza relativa

Tipologia: Laboratorio di classe, circa 25 alunni

Materiale: 1 dado cubico e 1 TI-73 ogni 2 alunni, 1 TI-73 con ViewScreen per l'insegnante, 1 foglio di lavoro dell'esperimento

NOTA 1	NOTA 2
<p style="text-align: center;"><b>Perché usare una calcolatrice grafica programmabile per insegnare la probabilità</b></p> <p>"La teoria della probabilità è un campo alquanto diverso da altri campi della matematica. Per comprenderlo, e per spiegare il significato di molte definizioni, concetti e risultati, abbiamo bisogno di trarre esempi dal mondo reale, o da settori affini della matematica o della fisica." Questa citazione di Yakov G. Sinai, da <i>Kurs teorii veroyatnostej</i>, Mosca, 1985, mostra chiaramente il problema didattico principale relativo all'insegnamento della probabilità: avere a disposizione un ragionevole numero di ragionevoli esempi su cui lavorare. Di norma, le cose sono poi complicate dal fatto che in ogni esempio si tratta di immaginare molte prove o molte ripetizioni dello stesso esperimento.</p> <p>Finora, ad ogni livello, l'insegnamento della probabilità è sempre stato frenato dalla difficoltà pratica di far immaginare a chi studia questo "grande" numero di esperimenti. William Feller, nell'introduzione alla sua fondamentale opera <i>An Introduction to Probability Theory and Its Applications</i>, pubblicata nel 1950, scriveva: "Noi immaginiamo che l'esperimento sia svolto un grande numero di volte. Alla distanza, ci attenderemo che un evento di probabilità 0.6 compaia sessanta volte su cento. Questa descrizione è deliberatamente vaga, ma offre un pittoresco fondamento intuitivo che è sufficiente per le applicazioni più elementari."</p> <p>Oggi, con una calcolatrice grafica programmabile, anche semplice come una TI-73, non ci occorre più immaginare: possiamo fare un esperimento un grande numero di volte. La tecnologia ci permette oggi di proporre la probabilità, senza difficoltà e talora inutili astrazioni, anche ad allievi molto giovani, in un vero contesto di laboratorio, che - ne siamo assolutamente certi - sarebbe piaciuto molto ai fondatori di questa bellissima disciplina.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Perché scegliere la concezione frequentista per insegnare la probabilità nella scuola media</b></p> <p>Sulla scelta della "concezione" della probabilità o sulla opportunità di presentarne più di una (per esempio: classica alias combinatorica, frequentista alias empirica, oppure soggettiva) -- a livello di scuola dell'obbligo o superiore -- si è scritto anche troppo, e purtroppo questa nota è forse un contributo in questa direzione, ma abbiamo comunque ritenuto necessario motivare le nostre scelte. È chiaro che nell'approccio più elementare la concezione classica "casi favorevoli" / "casi possibili" va benissimo, pur di interpretare bene la "equipossibilità" dei casi possibili. Spesso (moneta, dado) si risolve dicendo "per motivi di simmetria (per esempio del dado) i casi possibili sono ugualmente possibili (probabili)". Questo (che alla fine risulterà corretto) potrebbe essere però troppo sbrigativo. Infatti, un dado reale non è certo simmetrico, tanto che su ogni faccia ci sono incisioni o simboli diversi, e l'unico dado simmetrico è quello con sei facce veramente uguali e indistinguibili, del tutto inutile per essere lanciato. La correzione "essendo il dado approssimativamente simmetrico, ogni faccia ha approssimativamente la stessa probabilità" è chiaramente inaccettabile. Ciò che suggeriamo è di ripetere la semplice definizione di "casi ugualmente possibili" data da Pierre-Simon Laplace nel suo <i>Essai philosophique sur les probabilités</i>, pubblicato nel 1814 (ma ideato nel 1795):</p> <p>I vari casi sono "ugualmente possibili" se noi se noi siamo ugualmente indecisi sul verificarsi dell'uno o dell'altro. In originale: "... <i>un certain nombre de cas également possible, c'est-à-dire tels que nous soyons également indécis sur leur existence ...</i>". Si tratta in sostanza di definire la probabilità di un evento come "grado di fiducia che abbiamo nel fatto che si verifichi", in sostanza una concezione soggettiva, che, si osservi, è già presente esplicitamente in Laplace, e poi di far osservare che in un dado, la sua simmetria, anche se approssimata, ci rende totalmente ignoranti sulla dinamica del lancio, sul volo del dado nell'aria, sui rimbalzi sul tavolo e sull'atterraggio finale, ovvero ugualmente indecisi sull'uscita di una o dell'altra faccia. Gli esperti riconosceranno qui un'applicazione del principio di massima entropia (informativa).</p> <p>È quindi chiaro che quando i casi possibili, come le sei facce di un dado (approssimativamente) simmetrico, sono da ritenersi equipossibili (equiprobabili) per mancanza di informazioni precise, il calcolo delle probabilità si riconduce ad un esercizio di calcolo combinatorio, talora</p>

	<p>difficile, ma nulla di più. Totalmente diversa invece è la situazione se i casi possibili non sono ugualmente possibili, o se sono infiniti, come in taluni semplici problemi di giochi a due. Qui riteniamo che la fiducia nel verificarsi dell'evento non possa essere generata altro che da una lunga serie di esperienze, osservazioni, o di ripetizioni della prova. La concezione frequentista in sostanza non contrasta con la concezione soggettiva della definizione, anzi. Diamo alla realizzazione di un evento un grado di fiducia pari a 0.6 perché riteniamo che su 100 prove l'evento apparirà 60 volte.</p> <p>La "ripetizione" delle prove può avvenire ovviamente al solo livello virtuale (esperimenti mentali), o in "universi paralleli". La probabilità di eventi praticamente irripetibili (per esempio la probabilità che Hitler vincessesse la guerra) potrebbe essere benissimo concepita in modo frequentista. L'evoluzione della storia potrebbe essere pensata come la conseguenza di un gran numero di "scelte" zero-uno (del tipo: al tal carro armato poteva finire la benzina oppure no), come nella teoria degli errori. Scelte diverse avrebbero portato ad N storie diverse, e basterebbe contare fra queste "storie possibili" quelle in cui Hitler avrebbe vinto.</p> <p>Un aneddoto potrebbe chiarire questo pensiero. L'autore usava citare come probabilità non valutabile in modo frequentista la probabilità che Eros colpisca la Terra nei prossimi 500 milioni di anni (che si ritiene 1/5). Grande è stata la sorpresa quando ha capito che anche questa valutazione viene fatta in modo perfettamente frequentista (anzi, praticamente classico). Infatti ciò si fa è considerare l'orbita di Eros, ed i suoi parametri. Questi vengono perturbati "a caso" di una quantità compatibile con la nostra ignoranza sul loro vero valore, e l'orbita risultante viene calcolata da un supercomputer. Ne vengono diciamo per esempio un miliardo di orbite possibili (di cui solo una sarà quella vera che Eros seguirà nei prossimi 500 milioni di anni). Fra queste il computer conta quante sono quelle che passano troppo vicino alla Terra, ed il conto è fatto.</p> <p>È infine chiaro che in ogni caso fra le varie concezioni (ben descritte a livello di scuola media per esempio in A. M. Arpinati, M. Musiani, Corso di Matematica 3, Zanichelli, Bologna, 1995), quella frequentista è quella che si adatta alla simulazione sulle calcolatrici grafiche programmabili.</p>
--	--

Accendiamo le TI-73 **ON** e andiamo al menu della "probabilità" **PRB:** **MATH**

**▶**. Scegliamo il comando **dice (** premendo il numero **7**, e scriviamo **dice (5)** **ENTER**. Otteniamo qualcosa del tipo

{1 6 6 1 4}

come se avessimo lanciato un dado a 6 facce per 5 volte consecutive ed avessimo ottenuto 1 la prima volta, 6 la seconda, 6 la terza, 1 la quarta e 4 al quinto ed ultimo lancio. Se ripetiamo l'esperimento otteniamo forse qualcosa come

{5 2 3 2 1}

In sostanza la istruzione `dice ( )` lancia un dado a sei facce per tante volte quante sono indicate dal numero scritto fra le parentesi tonde.

---

Note tecniche. In inglese "`dice`" significa "dadi", al plurale; il singolare è "die". Il comando `dice` ci consente di lanciare un dado a sei facce per al massimo 999 volte: infatti se proviamo a scrivere `dice(1000)` otteniamo come risposta `ERR:INVALID DIM`. È importante osservare che `dice ( )` genera una sequenza: anche `dice(1)` è una sequenza, di lunghezza 1.

---

In sostanza il comando `dice(1)` "fa" un dado a sei facce: se scriviamo `dice(1)`, ogni pressione di  fornisce un risultato fra 1 e 6, per esempio:

```
dice(1)      (5)
dice(1)      (6)
dice(1)      (2)
█
```

Ci dobbiamo allora chiedere: come fa la TI-73 a "fare il dado"? Cosa vuole dire che la TI-73 "fa" il dado? Riflettiamo. Sappiamo per esempio che la TI-73 "fa" le divisioni: questo vuol dire che se chiediamo di fare la divisione `123/7`, la TI-73 dà la risposta `17.57142857`, che è la stessa che otterremmo se facessimo a mano la divisione (con la virgola) di 123 diviso 7. La calcolatrice, quando fa una divisione, dà lo stesso risultato che otterremmo noi facendo la stessa divisione a mano. Una cosa simile non è vera per il lancio del dado. Quando la TI-73 fa un lancio di un dado con `dice(1)` può ottenere 6, mentre noi con un dado vero a sei facce possiamo ottenere 4. Una prima interpretazione di "che cosa vuol dire che la calcolatrice fa il dado" potrebbe essere che la calcolatrice, tramite il comando `dice(1)` fornisce un numero intero fra 1, 2, 3, 4, 5 e 6 *in modo imprevedibile*.

L'insegnante chiederà alla classe di riflettere se questa risposta è accettabile, ovvero se sia sensato dire che la calcolatrice imita un dado "naturale" a sei facce con un comando che fornisce come risposta un intero fra 1 e 6 compresi "in modo imprevedibile". Poi mostrerà al ViewScreen il comando "segreto"

`\Y1=iPart(1+6*rand2)` che pure produce numeri da 1 a 6 compresi *in modo imprevedibile*



e chiederà alla classe se anche il comando "segreto" `Y1` fa il dado a sei facce come `dice(1)` oppure no. La risposta alla quale portare la classe è che, con il comando "segreto", il numero 1 esce troppo spesso: il dado `Y1` è truccato.

---

Funzionamento del comando "segreto":

- `rand` genera un numero reale a caso fra 0 (compreso) ed 1 (escluso). La probabilità che sia

$$0 \leq a \leq \text{rand} < b < 1$$

è uguale alla lunghezza  $b-a$  dell'intervallo  $[a,b)$

- o  $\text{rand}^2$  è il quadrato di un numero  $\text{rand}$ . La probabilità che sia

$$0 \leq c \leq \text{rand}^2 < d < 1$$

è evidentemente uguale a  $\sqrt{d} - \sqrt{c}$  (esercizio su disuguaglianze). In particolare la probabilità che sia  $0 \leq \text{rand}^2 < 1/6$  è uguale a  $1/\sqrt{6} = 0.41 = 41\%$  (approssimando a due cifre).

- o  $\text{iPart}$  è la parte intera di un numero con la virgola:  $\text{iPart}(3.14159) = 3$
- o Quindi  $6 \cdot \text{rand}^2$  è un numero (reale) fra 0 (compreso) e 6 (escluso), e allora  $1 + 6 \cdot \text{rand}^2$  è un numero (reale) fra 1 (compreso) e 7 (escluso), e la parte intera  $\text{iPart}(1 + 6 \cdot \text{rand}^2)$  è un numero intero fra 1 e 6 compresi.

Si ottiene come parte intera 1 se  $1 + 6 \cdot \text{rand}^2$  è in  $[1,2)$ , cioè se  $0 \leq \text{rand}^2 < 1/6$ , il che come visto accade con probabilità molto alta (rispetto alle altre "facce" 2, 3, 4, 5 o 6), il 41% circa.

Conviene che ogni alunno copi il comando "segreto" (anche senza comprenderne il funzionamento) e lanci 20 volte il "dado truccato"  $\mathbf{Y}_1$ . Utilizzando il foglio di lavoro, ogni studente riporterà in una riga il suo nome, e quante volte (nei suoi 20 lanci) ha trovato 1, 2, 3, 4, 5, 6. Se la classe ha 25 alunni, il dado truccato sarà stato lanciato (numero alunni)  $\times$  (numero lanci per alunno) = 500 volte.

L'insegnante evidenzierà che le "ripetizioni" di un singolo esperimento, come il lancio del dado truccato  $\mathbf{Y}_1$ , possono essere fatte sia nel tempo (i 25 lanci di ogni studente, che avvengono uno dopo l'altro), che nello spazio (i banchi degli ipotetici 25 studenti). La cosa importante è che le ripetizioni siano fatte in condizioni di "indipendenza" e "stazionarietà".

al termine del lavoro, il foglio avrà un aspetto come questo

nome alunno	1	2	3	4	5	6
	9	3	3	1	3	1
	9	2	5	2	2	0
	10	4	3	1	2	0
	10	0	4	1	2	3
	10	1	3	2	2	2
	7	0	3	3	3	4
	7	6	1	3	2	1
	7	5	2	2	1	3
	11	1	1	6	0	1
	8	7	2	0	0	3
	8	3	2	5	2	0
	8	2	3	3	2	2
	8	4	3	2	1	2
	10	3	3	2	1	1
	7	1	5	2	2	3
	12	2	0	2	1	3
	5	1	4	3	3	4

	8	2	2	3	3	2
	7	4	3	0	3	3
	6	6	3	2	3	0
	8	3	2	2	3	2
	10	4	2	2	0	2
	9	3	4	1	2	1
	5	3	5	2	2	3
	7	1	4	4	1	3
<b>totali</b>	<b>206</b>	<b>71</b>	<b>72</b>	<b>56</b>	<b>46</b>	<b>49</b>

Il numero **206** (che rappresenta quante volte è uscito l'1 in 500 lanci) si chiama la *frequenza osservata assoluta* dell'1. Il numero **71** (che rappresenta quante volte è uscito il 2 in 500 lanci) si chiama la *frequenza osservata assoluta* del 2. E così via, ... il numero **49** (che rappresenta quante volte è uscito il 6 in 500 lanci) si chiama la *frequenza osservata assoluta* del 6.

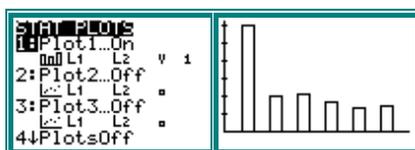
Le frequenze relative osservate hanno senso solo se ci si ricorda bene quanti lanci sono stati effettuati: 206 (le volte che è uscito 1) è "grande" solo se confrontato con 500: se 1 fosse uscito 206 volte in un milione di lanci potremmo dire che non esce quasi mai! Conviene quindi esprimere le frequenze come percentuali, dividendo le frequenze assolute per il numero totale di lanci. Il risultato della divisione si chiama *frequenza relativa*.

---

Sarebbe utile che gli alunni conoscessero già il significato e l'uso delle percentuali.

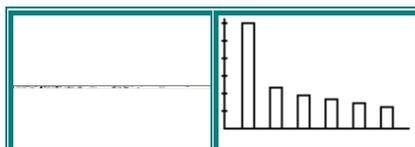
---

Le frequenze relative (nell'ordine per le uscite 1, 2, 3, 4, 5, 6) sono 0.412, 0.142, 0.144, 0.112, 0.092, 0.098 ed espresse in percentuale diventano 41.2%, 14.2%, 14.4%, 11.2%, 9.2%, 9.8%. Esse possono rappresentarsi con un diagramma a barre:



Occorrerà ora che l'insegnante prepari la classe al passo finale:

- Abbiamo visto che su 500 ripetizioni dell'esperimento "lancio del dado truccato  $y_1$ ", l'evento "esce 1" si è verificato il 41.2% delle volte.
- Con un po' di pazienza rilanciamo il dado altre 500 volte, in modo da avere nel complesso 1000 lanci, e ricalcoliamo le frequenze relative (otterremo ad esempio sui 1000 lanci totali: 41.5%, 15.8%, 12.8%, 11.3%, 9.9%, 8.7%) ed un nuovo diagramma a barre:



- che non si discosta molto dal precedente, ma è più affidabile, poiché ottenuto "intervistando 1000 persone e non solo 500".
- L'insegnante a questo punto può mostrare il diagramma a barre ottenuto lanciando il dado truccato centomila volte (con un computer Macintosh PowerBookG3, più potente e veloce della TI-73), che però alla fin fine assomiglia tanto a quello ottenuto con "soli" 1000 lanci:

- 
- Stabiliamo quindi il *principio empirico* che la frequenza relativa con cui un evento si verifica nelle ripetizioni dello stesso esperimento, quando le ripetizioni sono tantissime (una quantità di ripetizioni potenzialmente infinita), è un numero abbastanza ben individuato (per esempio il  $41\% = 0.41$  nel caso della uscita di 1 nel dado truccato  $Y_1$ ), che noi assumiamo come stima della **probabilità** di quell'evento. Diremo in breve che la probabilità che esca 1 nel dado  $Y_1$  è (circa) il 41%.

È fondamentale notare che la conoscenza della (stima di) probabilità di un evento nulla ci dice sul fatto che l'evento si verifichi o meno la prossima volta che si fa l'esperimento. Anche se nel lancio del dado  $Y_1$  la uscita 1 è largamente la più probabile (quasi come tutte le altre messe assieme), può darsi benissimo che al prossimo lancio esca 6. Quello che sappiamo è che su 1000 lanci del dado  $Y_1$  circa il 41% daranno la uscita 1, ma non sappiamo come questi 1000 sono distribuiti nel tempo e nello spazio: potrebbe trattarsi di lanci nostri, o di lanci fatti sempre con la TI-73 da una classe di Salt Lake City nel novembre 1999 o di lanci che verranno effettuati in questa scuola il prossimo anno, o chissà dove o chissà quando.

È ancora fondamentale notare (ma è evidente dalla osservazione precedente) che il fatto che in una certa serie di ripetizioni non si sia verificato un certo evento (nella tabella di sopra, per esempio, il 6 non è mai uscito all'alunno #2, né al #3), questo non vuol dire che lo stesso evento si debba verificare più facilmente nella prossima ripetizione. Si rifletta sul fatto che, se per caso la TI-73 del compagno di banco non ha mai ottenuto 5, mettiamo in 50 lanci del dado  $Y_1$ , questo non vuol dire che la mia TI-73 avrà maggiori possibilità di "estrarre" un 5 quando la accenderò e lancerò  $Y_1$ . Le calcolatrici non si mettono d'accordo fra loro per prenderci in giro...

---

Questa osservazione dovrebbe dare lo spunto all'insegnante per demolire la teoria dei "numeri ritardati" al gioco del Lotto. Se nel Lotto Messicano non è uscito il 61 per 140 settimane, questo influenza le estrazioni italiane della prossima settimana? O ancora peggio: se un profeta sapesse con certezza che il 61 non uscirà per 200 settimane al Lotto della Nuova Zelanda nel 2100, questa notizia certa ci convincerebbe a giocare il 61 sulla ruota di Venezia la prossima settimana?

---

Tutto il laboratorio concernente il lancio del dado truccato  $Y_1$  va rifatto con pazienza per il dado "equo" ottenuto con la istruzione `dice`. Ogni allievo potrà lanciare direttamente 50 volte con il comando `dice(50)` , calcolare su un foglietto le sue frequenze assolute, e dettarle al relatore dell'esperimento che le trascriverà sul foglio. L'insegnante calcolerà i totali e le frequenze relative, dividendo per (numero alunni)  $\times$  50. Se il numero totale è abbastanza alto, per esempio 1000 (per cui bastano 20 alunni), il diagramma a barre risulterà con sei barre (approssimativamente) della stessa altezza  $p = 16-17\%$  ( $= 1/6$ ).

Ecco quindi cosa significa che la TI-73 fa il dado (equo). Il comando `dice(50)` produce numeri da 1 a 6 (corrispondenti alle sei facce di un dado vero, cubico e ben fatto, non truccato insomma) in modo che in una serie molto molto lunga di lanci ogni "faccia" esce circa un sesto delle volte, ovvero tutte le facce hanno la stessa probabilità, il che è esattamente quello che ci si aspetta da un dado vero non truccato.

---

Si osservi qui una certa "rivoluzione" nel concetto di probabilità. Per privilegiare la idea di probabilità come frequenza relativa su un numero "enorme" di prove, abbiamo sacrificato la cosiddetta concezione classica (o combinatorica). Secondo quest'ultima, ogni faccia di un oggetto come il dado cubico (del mondo fisico reale), per le simmetrie di questo, avrebbe "ovviamente" la

stessa probabilità di uscire. Risultati di questo tipo, ossia il calcolo di una probabilità come rapporto (casi favorevoli) / (casi possibili), diventano ovvi quando si sia sviluppata la nozione di probabilità. Infatti, sviluppato il concetto di probabilità come frequenza relativa su un numero "enorme" di prove, la "legge delle probabilità totali" diventa ovvia in quanto la somma delle percentuali è banalmente  $1 = 100\%$ . A questo punto, ammesso di sapere che vi sono ad esempio 6 casi "elementari" che costituiscono un "sistema completo" (ad ogni ripetizione dell'esperimento se ne verifica uno ed uno solo), se con motivazioni varie (simmetrie ecc.) ci si aspetta che siano equiprobabili (abbiano tutti la stessa frequenza relativa su un numero "enorme" di prove), allora ecco che per ogni caso la probabilità deve essere  $1/6$ .

## **Probabilità - Scheda 2/4 : Lancio di un dado a 2, 4, 6, 8, 12, 20, 90 facce**

Obiettivo: Collegamento con la geometria dello spazio, uso delle liste, disegno di grafici a barre (max. 7 barre).

Tipologia: Laboratorio di classe, circa 25 alunni

Materiale: Una serie di solidi platonici "Didatta Giochi" a facce numerate, 1 TI-73 ogni 2 alunni, 1 TI-73 con ViewScreen per l'insegnante.

### Lancio di un dado a 6 facce

---

Questa sezione è comune con la Scheda 3

### Lancio di un dado a 6 facce

---

Obiettivo:

- Simulare 800 lanci di un dado a 6 facce e memorizzare i risultati in una lista **L<sub>6</sub>**.
- Generare una lista **L<sub>1</sub>** contenente nell'ordine le sei possibili uscite 1, 2, 3, 4, 5 e 6.
- Calcolare le frequenze relative delle sei possibili uscite negli 800 lanci effettuati, e memorizzare tali frequenze relative in una lista **L<sub>2</sub>**.
- Tracciare il grafico a barre delle frequenze relative utilizzando la opzione **Bar Graph** di **Statistical Plots**.

*Perché usare la lista **L<sub>6</sub>** per i risultati dei lanci e non la prima o la seconda? Perché conviene standardizzare il proprio lavoro, per esempio utilizzando di norma la lista **L<sub>1</sub>** per i dati in ascissa, ovvero la **CategList**, e la lista **L<sub>2</sub>** per i dati in ordinata, ovvero la **Data List**, come è la impostazione di default di **Bar Graph**.*

---

Accendiamo le TI-73  e andiamo al menu della "probabilità" **PRB**:  . Scegliamo il comando **dice** ( premendo il numero , e scriviamo **dice(800)** . Sappiamo che questo chiede alla TI-73 di simulare il lancio di un dado cubico a sei facce per 800 volte.

---

La TI-73 con **dice(800)** impiega circa 28 secondi per 800 lanci del dado a 6 facce. La TI-83 Plus impiega circa 32 secondi a fare lo stesso, con il comando non dedicato **seq(randInt(1,6),X,1,800,1)** mentre sulla TI-89 con **seq(rand(6),X,1,800,1)** servono circa 24 secondi. La TI-73 potrebbe lanciare il dado memorizzando i risultati in una lista per 999 volte, cioè tante volte quanto la massima lunghezza ammessa per una lista, ma è opportuno limitarsi a 800 lanci per lasciare libera parte della memoria per il seguito.

---

Memorizziamo gli 800 risultati in una lista: **Ans** → **L<sub>6</sub>** . Ricordiamo che i nomi delle liste si ottengono dal menu **STAT** cioè  .  
Cosa ne facciamo? Vogliamo calcolare le frequenze relative delle 6 possibili uscite per controllare se il dado "lanciato" dalla TI-73 è equo oppure no...

## Creazione della lista delle possibili uscite

Le uscite possibili sono i numeri da 1 a 6. Si può scrivere:  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \rightarrow L_1$ . Ricordiamo che le parentesi graffe si ottengono (in modo noioso) dal menu di **TEXT** cioè **2nd** **MATH**. Meglio: si può "entrare" la lista direttamente premendo **LIST**, ed "entrando" i dati uno per uno.

## Calcolo delle frequenze relative (le probabilità)

Qui è difficile. Calcoliamo dapprima quante volte è uscito il 4 nella lista  $L_6$ . Usiamo un test logico (vedi nota) di "uguaglianza": scrivendo semplicemente

$L_6=4$  **ENTER**

NOTA:

Un **test logico**  $F$  è una vera e propria *funzione*  $F$  che associa ad ogni elemento  $x$  di un insieme  $X$  un ben determinato elemento  $y$  di un insieme  $Y$ . L'insieme  $X$  è un insieme di proposizioni, ovvero frasi che possono essere vere o false, e l'insieme  $Y$  è l'insieme dei due valori "vero" e "falso". Il test logico  $F$  associa ad ogni proposizione vera il valore "vero", ad ogni proposizione falsa il valore "falso". Per motivi di comodità si utilizzano come valori il numero 1 per dire "vero" ed il numero 0 per dire "falso".

Per accedere ai test logici serve il comando **TEXT** = **2nd** **MATH**. Bisogna poi muoversi con i tasti direzionali fino a selezionare uno dei simboli

=   ≠   >   ≥   <   ≤

poi dare **ENTER**, spostarsi coi tasti direzionali su **Done** e dare ancora **ENTER**. Scritta la proposizione da verificare se vera o falsa, occorre ovviamente dare **ENTER**.

Esempi:

- $4=5$  fornisce come risposta 0 (falso)
- $4=2+2$  fornisce come risposta 1 (vero)
- $4=X$  fornisce come risposta 0 (falso) se il contenuto della memoria  $X$  è diverso da 4.
- $\{4, 5, 4, 8\}=4$  fornisce come risposta la lista  $\{1 \ 0 \ 1 \ 0\}$  dove troviamo 1 in corrispondenza alle posizioni in cui si trova 4, se no 0.

otteniamo una lista (di ben 800 numeri) di zeri e di uni, con gli uni nelle posizioni occupate dal 4 in  $L_6$  e gli zeri nelle altre. Per sapere quanti sono i 4 usciti, basta allora sommare tutti gli elementi della lista di zeri/uni appena ottenuta. Per sommare tutti gli elementi di una lista: **2nd** **LIST** **→** **→** **7**. Per richiamare l'ultima risposta: **2nd** **(←)**. Questo produce

**sum (Ans)**

e dando **ENTER** si ottiene ad esempio 137. La frequenza relativa di 6 sarebbe in tal caso  $137/800 = .17125$ , che è molto vicino ad  $1/6 = .166666$ .

Possiamo rifare il calcolo per le altre possibili uscite, ma possiamo anche cavarcela con una lista dove ci siano nell'ordine le frequenze relative di 1, 2, 3, 4, 5 e 6:

`seq(sum(L6=X), X, 1, 6) / 800 → L2`

Ricordiamo che la sequenza di pulsanti che produce il comando "genera sequenza" **seq** è **2nd** **LIST** **▸** **(7)**. In linea di principio si dovrebbero ottenere sei numeri molto vicini a  $1/6 = .1666666$ . Ad esempio: 0.14625, 0.1675, 0.17375, 0.1725, 0.16375, 0.17625.

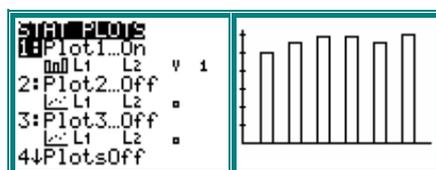
### Rappresentazione grafica delle probabilità

Ricapitolando il contenuto delle liste usate:

- La lista **L<sub>6</sub>** contiene i risultati di 800 lanci di un dado a sei facce.
- La lista **L<sub>1</sub>** contiene i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, cioè i sei possibili risultati;
- La lista **L<sub>2</sub>** contiene le (stime della) probabilità che esca 1, che esca 2, che esca 3, ecc., cioè ad esempio i numeri 0.14625, 0.1675, 0.17375, 0.1725, 0.16375, 0.17625.

Per rappresentare graficamente le probabilità mettiamo **Plot1** in **On**, impostiamo il grafico per barre (**Bar Graph**), confermando la impostazione di default per cui la **CatgList** (i dati in ascissa) è la lista **L<sub>1</sub>**, mentre la **Data List** (i dati in ordinata) è la lista **L<sub>2</sub>**.

Otterremo che le probabilità delle varie uscite sono uguali tutte circa ad  $1/6$ :



### Lancio di un dado equo a un numero qualunque di facce

L'insegnante può trovare utile questa sezione come collegamento con la geometria dello spazio (i cinque solidi platonici: cfr. A. M. Arpinati, M. Musiani, *Corso di Matematica 3*, Zanichelli, Bologna, 2002, p. E 88):



I cinque solidi platonici a facce numerate sono ottimi "dadi" fisici a 4 (tetraedro), 6 (cubo), 8 (ottaedro), 12 (dodecaedro) e 20 (icosaedro). Per la simmetria c'è da essere sicuri che si tratti di dadi equi. Accanto a questi, l'insegnante può ricordare il dado fisico a 2 facce (la moneta) o quello a 90 facce (il Lotto). Per la realizzazione un dado fisico a un numero di facce qualsiasi, per esempio 17 o

123, serve un arnese del tipo della "ruota della fortuna". La TI-73 può realizzare un dado *virtuale* ad un numero qualsiasi di facce, per esempio 20, con la istruzione `randInt(1,20)`. L'istruzione `randInt(A,B)` produce un numero intero a caso fra A e B compresi (consigliabile sia  $A < B$ ). La probabilità di ciascuno degli  $(B-A+1)$  casi possibili è uguale (al meglio della tecnologia della casa produttrice) a  $1/(B-A+1)$ .

Possiamo lanciare 800 volte questo "icosaedro virtuale" scrivendo  
`seq(randInt(1,20),X,1,800,1) → L6`

L'istruzione

`seq(X,X,1,20,1) → L1`

ci crea nella lista 2 i valori possibili da 1 a 20, mentre come in precedenza

`seq(sum(L6=X),X,1,20,1)/800 → L2`

ci calcola le frequenza relative (probabilità delle 20 facce). Devono risultare numeri tutti molto vicini a  $1/20 = .05$ . L'insegnante potrebbe anche usare i risultati di (per esempio) 10 alunni, sommando le frequenze assolute delle 20 possibili uscite, e poi dividendo per 8000: il risultato sarà certo *quasi*  $1/20$  esatto per ciascuna uscita.

---

Va ricordato che la opzione **Bar Graph** consente di disegnare al massimo 7 barre. Per cui dall'ottaedro in poi (per grafici a barre con un numero di barre  $\geq 8$ ) bisognerà ripiegare sul grafico scatterato (opzioni **Scatter Plot** oppure **xyLine Plot**). Nella Scheda 3 si mostra come produrre sulla TI-73 un grafico a barre con un numero di barre  $\geq 8$ .

### **Probabilità - Scheda 3/4: Lancio simultaneo di due dadi a sei facce**

Obiettivo: Consolidamento del concetto di probabilità come frequenza relativa, uso delle liste, disegno di istogrammi.

Tipologia: Laboratorio di classe, circa 25 alunni

Materiale: 2 dadi cubici di colore diverso e 1 TI-73 ogni 2 alunni, 1 TI-73 con ViewScreen per l'insegnante.

---

**Warm Up:** Lancio di un solo dado

Questa sezione è comune con la Scheda 2, (vedi sopra)

---

**Prove libere:** lancio di due dadi reali

Gli alunni sperimenteranno in classe le varie possibili uscite di due dadi a sei facce (l'uscita è la somma di quanto appare sulle facce superiori), utilizzando per i lanci due dadi di colore diverso. La casa "Didatta Giochi" produce degli economicissimi kit di dadi colorati a 4, 6, 8, 12 e 20 facce, corrispondenti ai Solidi Platonici.

**La gara:** lancio di due dadi virtuali con la TI-73

Non c'è altro da fare che rifare il riempimento delle tre liste:

- Mettere nella lista  $L_6$  i risultati di 800 lanci di due dadi a sei facce.
- Mettere nella lista  $L_1$  i numeri 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12, cioè gli undici possibili risultati;
- Mettere nella lista  $L_2$  le (stime della) probabilità che esca 2, che esca 3, che esca 4, ecc.

I tre comandi corrispondenti sono:

- `seq(randInt(1,6)+randInt(1,6),X,1,800,1) → L6`
  - `seq(X,X,2,12,1) → L1`
  - `seq(sum(L1=X),X,2,12,1)/800 → L2`
- 

Nota tecnica: La istruzione `randInt(1,6)` produce un numero intero a caso fra 1 e 6 compresi. La probabilità di ciascuno dei sei casi possibili è uguale (al meglio della tecnologia della casa produttrice) a 1/6. Quindi `randInt(1,6)` è praticamente equivalente a `dice(1)`. Tuttavia le due istruzioni sono formalmente diverse, in quanto `randInt(1,6)` è un numero, mentre, come già osservato nella Scheda 1, `dice(1)` è una lista, anche se di un solo elemento. Quindi se avessimo scritto: `seq(dice(1)+dice(1),X,1,800,1) → L1` avremmo ottenuto un avviso di **SYNTAX ERROR** ("lista di lista"), come se avessimo scritto qualcosa come `{{4}}`, che correttamente rappresenta una lista che ha come unico elemento una lista di lunghezza 1, con unico elemento il 4, ma non è accettato dalla sintassi della TI-73.

Tecnicamente, invece di `seq(randInt(1,6)+randInt(1,6),X,1,800,1) →L1` si poteva scrivere in modo del tutto equivalente (non come risultati dei lanci, ma dal punto di vista delle probabilità in gioco) `dice(800)+dice(800) →L1`.

Nel primo modo possiamo pensare ad una persona che lancia i due dadi contemporaneamente, un lancio dopo l'altro, e ogni volta registra la somma, per 800 volte. Nel secondo modo possiamo pensare a due persone, una che lancia un dado giallo ed una che lancia un dado violetto, ed ogni volta che i due hanno lanciato si calcola e si registra la somma. In realtà, nel secondo modo, non serve che le due persone eseguano il loro primo lancio nello stesso istante, poi il secondo lancio nello stesso istante, ecc. Ciascuno potrebbe lanciare 800 volte a casa sua, registrare i lanci, poi incontrarsi e sommare la prima uscita dell'uno con quella dell'altro, la seconda uscita dell'uno con la seconda dell'altro, ecc., *il che è esattamente quello che avviene con `dice(800)+dice(800)`*. Ricordiamo che la somma di due liste è una somma vettoriale, o parallela, elemento per elemento, nell'ordine.

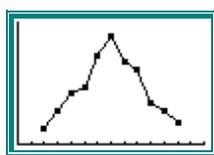
---

Trattandosi di 11 casi possibili, non possiamo usare **Bar Graph**, ma dobbiamo ripiegare su **Scatter Graph** (grafico a punti) o **xyLine Graph** (grafico a punti uniti). Per una buona grafica converrà fissare

```
Xmin=0
Xmax=14
Ymin=0
Ymax=.2
```

---

Per valutare quanto siano le probabilità stimate rispetto alle teoriche (che sono 1/36, 2/36, 3/36, 4/36, 5/36, 6/36, 5/36, 4/36, 3/36, 2/36, 1/36), possiamo moltiplicare per 36 e prendere la parte intera della risposta, il che si fa con `round(Ans, 0)`



Risulta evidente che il 7 è l'uscita più probabile: usando due dadi, per esempio uno giallo e uno violetto, si capisce che può essere ottenuta come 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1, in 6 casi diversi, mentre ad esempio 8 si ottiene solo nei 5 casi 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2.

---

### Soluzione grafica avanzata

*Come produrre un grafico a barre con più di sette barre sulla TI-73*

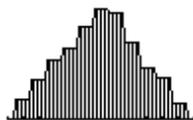
In questa scheda operativa riassumiamo il da farsi per ottenere il grafico a barre delle probabilità delle undici varie uscite del lancio di due dadi. Essa richiederebbe conoscenze e competenze a livello di secondo ciclo. Tuttavia l'insegnante del primo ciclo potrebbe usare questa tecnica come una *scatola nera*. L'idea è semplice.

- Si considera la funzione  $\chi$  che vale 1 se  $-1/2 \leq x < 1/2$ , e 0 altrove. Si tratta della *funzione caratteristica* dell'intervallo  $[-1/2, 1/2)$ , talora indicata con  $\chi_{[-1/2, 1/2)}$ . È importante notare che il grafico di  $f(x) = \chi(x - n)$  è un segmento orizzontale di ampiezza 1 centrato sul numero  $n$  e posto alla quota 1, oltre a due semirette sull'asse  $X$ .

- Il grafico di  $f(x) = \frac{p}{x-n}$  è un segmento orizzontale di ampiezza 1, centrato sul numero  $n$  e posto alla quota  $p$ , oltre a due semirette sull'asse  $X$ .
- Sommando funzioni di questo tipo si ottengono grafici che sono composti da segmenti orizzontali di ampiezza 1, centrati dove vogliamo, e posti alla quota che vogliamo.
- Basta allora centrare questi segmenti nei punti 2, 3, 4, ..., 12 (o in generale nei punti di una lista  $L_1$ ), ponendoli alle quote corrispondenti indicate nella lista  $L_2$ .
- Il grafico della funzione somma (magari ombreggiato nella parte inferiore) rappresenta, nella approssimazione del pixel, il grafico a barre voluto.

Riassumendo (scheda per esperti):

Lancio di due dadi / Istogramma delle frequenze relative / TI-73	
<pre>seq(X,X,2,12)→L1 {2 3 4 5 6 7 8 ... █</pre>	<p>La opzione <b>Bar Graph</b> di <b>Statistical Plots</b> consente al massimo 7 barre (Manuale p. 118), per cui quando <b>CategList</b> è una lista di 11 elementi come la lista <math>L_1</math> qui accanto (che rappresenta le possibili uscite 2, 3, ..., 11 del lancio simultaneo di due dadi cubici) occorre inventarsi qualcosa di nuovo. Come <b>Data List</b> useremo la lista <math>L_2</math> delle frequenze relative di 800 lanci dei due dadi.</p>
<pre>Plot1 Plot2 Plot3 \Y1=randInt(1,6) +randInt(1,6) \Y2=(X≥.5) and (X&lt;.5) \Y3=Sum(L2*Y2(X- L1)) \Y4=</pre>	<p>La funzione <math>Y_1</math> ha per valore (aleatorio) il risultato del lancio dei due dadi. Definiamo come <math>Y_2</math> la funzione caratteristica dell'intervallo <math>[-1/2, 1/2)</math> semiaperto a destra. La funzione selezionata <math>Y_3</math> rappresenta la combinazione lineare</p> $\sum_{k=1}^N (L_{2,k}) X_{[-1/2, 1/2)} (x - L_{1,k})$ <p>che col suo sottografico ci darà l'istogramma voluto.</p>
<pre>seq(Y1,X,1,800)→ L6 {12 5 8 4 8 11 ... seq(sum(L6=X),X, 2,12)/800→L2 {.03 .0575 .086... █</pre>	<p>La lista <math>L_6</math> contiene ora i risultati di 800 lanci, mentre la lista <math>L_2</math> contiene le frequenze relative delle varie possibili uscite (si noti l'uso del test logico).</p>
<pre>WINDOW Xmin=1 Xmax=13 X=.1276595744... Xscl=1 Ymin=0 Ymax=1.1max(L2█ Yscl=1</pre>	<p>Conviene impostare la finestra grafica in modo che la lista <math>L_1</math> copra quasi tutto l'asse <math>X</math>, e la lista <math>L_2</math> copra quasi tutto l'asse <math>Y</math> (si osservi il dimensionamento automatico in altezza).</p>



Ecco infine l'istogramma delle frequenze relative delle possibili uscite negli 800 lanci dei dadi: si noti come il 7 prevale sull'8 (come ci si attende). Si osservi anche che l'area della parte di piano ombreggiata è uguale a 1.

**Probabilità - Scheda 4/4:**

## ***Lancia&Perdi***

**ovvero: quando i casi sono infiniti**

Lavoro eseguito nell'ambito del Progetto SeT, Gruppo di lavoro TI-73 Azione C5, IRRSAE Emilia-Romagna.

Sergio Invernizzi

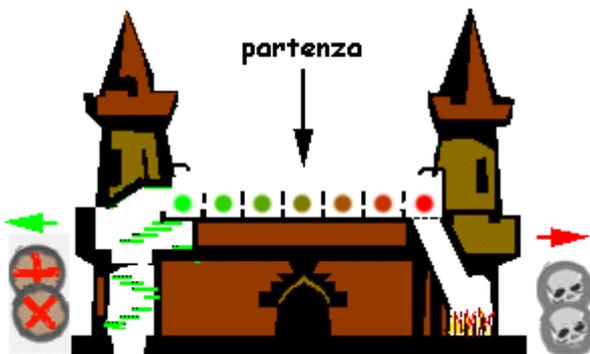
Dipartimento di Scienze matematiche, Università di Trieste, via A. Valerio 12/1, 34100 Trieste

Massimo Borelli

Scuola Media Superiore Italiana, Rovigno d'Istria - Rovinj, Croazia

Questo lavoro fa parte di una serie di schede didattiche indirizzate allo sviluppo del concetto di probabilità con l'ausilio di una calcolatrice grafica programmabile sin dal primo ciclo scolastico. La calcolatrice di riferimento (ovvero la più semplice con la quale si può svolgere l'attività proposta) è la Texas Instruments **TI-73**. La scheda presenta una situazione in cui la nozione combinatorica di probabilità come rapporto fra il numero di casi "favorevoli" ed il numero di casi "possibili" non è applicabile, in quanto i casi (sia quelli possibili che quelli favorevoli) sono infiniti. La scheda può essere utilizzata a livelli molto diversi, a partire dalla scuola media (nei suoi aspetti essenziali).

**L**a malvagia strega Gertude costringe Hansel a giocare al *Lancia&Perdi*. Hansel deve partire dal centro del castello, al bollo colorato indicato con "partenza". La strega lancia una moneta, ed Hansel fa altrettanto con un'altra moneta: se le monete sono discordi (una "testa" e una "croce"), niente di fatto, si rilancia! Se escono due "croci" Hansel fa un passo verso la Scala della Salvezza; se escono due "teste" Hansel deve fare un passo verso la botola che porta al barbecue della strega. Al terzo passo verso la Scala, Hansel è salvo, mentre al terzo passo verso la botola, Hansel ... è arrosto.



Il problema è che, mentre il buon Hansel ha una moneta equa (con probabilità 50% per "testa" e 50% per "croce"), la strega Gertrude, per tentare di assicurarsi il pranzo, usa una moneta stregata (se no che strega sarebbe?): la moneta della strega dà "testa" con probabilità  $p > 50\%$  e "croce" con probabilità  $q = 1 - p < 50\%$ . Nel seguito useremo le valutazioni numeriche  $p = 52\%$  e quindi  $q = 48\%$ .

Il problema è quello di calcolare la probabilità che Hansel finisca arrosto. Questo calcolo non è banale. La prima difficoltà seria è che qui lo stesso concetto di *probabilità* non è banale. Infatti è del tutto evidente che, malgrado l'aspetto ingenuo e ludico del problema, non ha senso qui parlare di rapporto fra "casi favorevoli" (alla strega) e "casi possibili" (le possibili partite), in quanto entrambi

sono infiniti. In un qualunque itinerario che porti alla botola, come per esempio il velocissimo (testa-testa, testa-testa, testa-testa) possono essere inseriti prima del terzo risultato, quello della sconfitta definitiva di Hansel, un numero del tutto arbitrario di uscite "neutre" testa-croce oppure croce-testa, ottenendo una quantità infinita di "casi favorevoli" (alla strega).

Un problema di questo tipo può essere discusso o in modo teorico, dopo un corso universitario di probabilità, oppure in modo assai pratico, con l'appoggio di una calcolatrice programmabile a qualunque livello di studio dai 13-14 anni in su.

## Discussione teorica

*Questa sezione è indirizzata agli esperti di probabilità e può essere omessa senza alcuna perdita di comprensione.*

Il lettore che abbia nel proprio background un corso universitario di probabilità riconosce nel *Lancia&Perdi* una realizzazione concreta del classico problema della *rovina del giocatore*, o anche, più generalmente, un *random walk* ristretto (con barriere assorbenti). Ancora più in generale il *Lancia&Perdi* può essere visto come una *catena di Markov* a 7 stati, stati che, con ovvio significato, possiamo indicare con -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, di cui due assorbenti, ovvero -3 (salvezza) e +3 (arrosto). La matrice di transizione  $7 \times 7$  è in tale caso:

		a:						
		-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
Da:	-3	1	0	0	0	0	0	0
	-2	q/2	1/2	p/2	0	0	0	0
	-1	0	q/2	1/2	p/2	0	0	0
	0	0	0	q/2	1/2	p/2	0	0
	+1	0	0	0	q/2	1/2	p/2	0
	+2	0	0	0	0	q/2	1/2	p/2
	+3	0	0	0	0	0	0	1

con  $p = 52\%$  e  $q = 48\%$ . La probabilità che ci interessa è quella che realizzi una sequenza di lanci delle due monete che, partendo da 0, porti Hansel nello stato +3 della sconfitta finale. I testi standard di probabilità (per esempio: P. Baldi, *Calcolo delle Probabilità e Statistica*, II Edizione, McGraw-Hill, Milano, 1998, pag. 159; o il classico W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, Vol. I, John Wiley & Sons, New York - London, 1961, p. 363) mostrano che le probabilità che si raggiunga uno stato "assorbente" partendo da uno stato assegnato si ottengono risolvendo un sistema di equazioni lineari (di dimensione uguale a quello della matrice di transizione). Nel nostro caso, tale sistema  $7 \times 7$  è

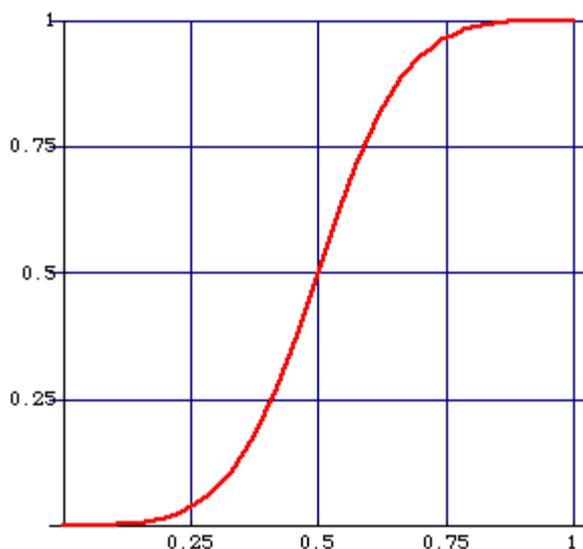
$$\begin{aligned}
 \lambda_{-3} &= 0 \\
 \lambda_{-2} &= \frac{1}{2} \lambda_{-2} + \frac{p}{2} \lambda_{-1} \\
 \lambda_{-1} &= \frac{q}{2} \lambda_{-2} + \frac{1}{2} \lambda_{-1} + \frac{p}{2} \lambda_0 \\
 \lambda_0 &= \frac{q}{2} \lambda_{-1} + \frac{1}{2} \lambda_0 + \frac{p}{2} \lambda_1 \\
 \lambda_1 &= \frac{q}{2} \lambda_0 + \frac{1}{2} \lambda_1 + \frac{p}{2} \lambda_2 \\
 \lambda_2 &= \frac{q}{2} \lambda_1 + \frac{1}{2} \lambda_2 + \frac{p}{2} \\
 \lambda_3 &= 1
 \end{aligned}$$

*Osservazione.* I primi due passi nella risoluzione a mano del sistema sono ovviamente "portare a sinistra" i termini con coefficiente 1/2, semplificare e moltiplicare tutto per 2. In sostanza le probabilità di passaggio 1/2 scompaiono e le  $p/2$  e  $q/2$  diventano  $p$  e  $q$ . Questo *dimostra* che le probabilità di vincere o perdere al *Lancia&Perdi* restano esattamente la stessa se la regola del gioco viene modificata facendo lanciare solo Gertrude. Il ruolo di Hansel è limitato ad allungare la durata delle partite: egli non ne può influenzare il risultato finale, nel senso che non può modificare la frequenza relativa asintotica di quelle che vince (o perde). Si noterà la somiglianza con un *VideoPoker*, dove il ruolo del giocatore è quello di far passare il tempo (e paga per questo), mentre la macchina in pratica fa tutto da sola, facendolo vincere o perdere con probabilità predeterminate dal costruttore (a vantaggio di quest'ultimo, ovviamente).

Posto allora  $q = 1 - p$ , e risolto il sistema (a mano), otteniamo che la probabilità  $\lambda_0$  di raggiungere +3 partendo da 0 è:

$$\lambda_0 = \frac{p^3}{1 - 3pq} = \frac{p^3}{3p^2 - 3p + 1}$$

Il grafico di  $\lambda_0$  in funzione di  $p$  è rappresentato di seguito. La scala isometrica rende evidente l'"effetto moltiplicativo" della catena di Markov sulle probabilità di perdita: la derivata in  $0.50 = 50\%$  è *esattamente* 3 (curioso...), per cui la moneta stregata con probabilità "testa" di  $p = 0.50 + dp$  produrrà una probabilità di caduta nella botola di circa  $0.50 + 3 dp$ . Per  $dp = .02$  si ha la stima  $\lambda_0 \approx 0.56 = 56\%$ . Esattamente si ha  $\lambda_0 = 0.559745$ .



La seconda questione che interessa è la *durata attesa del gioco*. Per semplicità rinumeriamo gli stati da 0 (ex stato -3) a 6 (ex stato +3), e immaginiamo di iniziare la partita in una posizione  $z$  (secondo lo schema del *random walk*). Immaginiamo di sapere che la durata del gioco a partire da  $z$  abbia un **valore atteso finito**  $D_z$  (questo può essere dimostrato formalmente: cfr. i testi citati, in particolare Feller, p. 317). Se la prima prova ci fa andare a destra di un passo, la partita continua come se il punto di partenza fosse  $z + 1$ . Quindi la durata attesa della partita sotto la ipotesi che alla prima prova si sia andati a destra di un passo è evidentemente  $D_{z+1} + 1$ . Questo ragionamento mostra che il valore atteso  $D_z$  della durata della partita che parte dalla posizione  $z$  verifica la *equazione alle differenze*

$$D_z = (D_{z-1} + 1) q/2 + (D_z + 1) (1/2) + (D_{z+1} + 1) p/2$$

con le condizioni al contorno

$$D_0 = 0, \quad D_6 = 0$$

ossia, semplificato il semplificando,

$$\begin{aligned}
D_0 &= 0 \\
D_1 &= p D_2 + q D_0 \\
D_2 &= p D_3 + q D_1 \\
D_3 &= p D_4 + q D_2 \\
D_4 &= p D_5 + q D_3 \\
D_5 &= p D_6 + q D_4 \\
D_6 &= 0
\end{aligned}$$

che risolto a mano o con la solita **TI-89** fornisce ad esempio

$$D_3 = 6 \frac{1 - p + p^2}{1 - 3p + 3p^2}$$

che per  $p = 0.52$  vale 17.9236, ossia un poco meno di 18, che sarebbe la durata del gioco simmetrico (quello equo, con  $p = q = 1/2$ ).

### Stime della probabilità con il metodo Monte-Carlo (e la calcolatrice)

Il metodo Monte-Carlo per la stima di una probabilità è dovuto a John von Neumann. Si dice che egli avesse tentato inutilmente di calcolare teoricamente la probabilità di successo in un certo gioco di carte (un difficile solitario). Gli venne allora in mente che se avesse giocato il solitario per un grande numero di volte, avrebbe potuto stimare empiricamente la probabilità semplicemente dividendo il numero di successi per il numero totale delle partite. Qui faremo lo stesso. Cominciamo a giocare una sola partita.

#### Implementazione della "regola del gioco" su TI-73

Il nucleo del programma deve essere la "regola del gioco". Useremo i test logici. Utilissima caratteristica dei test logici proposti dalle **TI-73** è che il loro risultato 1 (= Vero), 0 (= Falso) sono *numeri* (e non stringhe alfanumeriche) che possono quindi essere assoggettati ad operazioni aritmetiche, quali la somma, ecc. Il test logico **(rand≤.50)** dà come risposta 1 ("testa", con probabilità 50%) oppure 0 ("croce", con probabilità 50%). Quindi **(rand≤.50) - 1/2** dà come risposta 1/2 (con probabilità 50%) oppure -1/2 (con probabilità 50%). Analogamente, il test logico **(rand≤.52)** dà come risposta 1 ("testa", con probabilità 52%) oppure 0 ("croce", con probabilità 48%). Quindi **(rand≤.52) - 1/2** dà come risposta 1/2 (con probabilità 52%) oppure -1/2 (con probabilità 48%). La somma

$$(rand \leq .50) + (rand \leq .52) - 1$$

è lo spostamento descritto dal lancio contemporaneo delle due monete. Infatti tale somma

- vale 0 (= -1/2 + 1/2 oppure 1/2 - 1/2) se le monete sono discordi; questo valore ha probabilità 50%,
- vale 1 (= 1/2 + 1/2) se escono due "teste"; questo valore ha probabilità 26%,
- vale -1 (= -1/2 - 1/2) se escono due "croci"; questo valore ha probabilità 24%.

Questa istruzione consente già di realizzare il *Lancia&Perdi* a due giocatori, uno che fa la parte di Gertrude e lancia con la calcolatrice, l'altro che fa la parte di Hansel e lancia una moneta vera (equa). Possiamo però far giocare la calcolatrice con se stessa. Occorrerà ovviamente programmarla. Noi "siamo" Hansel, per cui vinciamo se Hansel si salva, e perdiamo se finisce arrosto. Si osservi che, a parte l'interattività che manca, il programma **HANSEL** è una sorta di *VideoPoker* passivo: la **TI-73** potrebbe richiederci una piccola somma di denaro (per esempio 5 centesimi) per mettersi in azione, somma che si terrebbe se perdiamo, e che ci renderebbe doppia se vinciamo. Per giocare 1000 partite spenderemmo 50 euro, e, avendone vinte il 44% circa (con 10 centesimi di vincita ogni volta), avremmo indietro 44 euro, con una perdita secca di 6 euro, ben il

12% dei 50 euro giocati. Infatti si chiama il *Lancia&Perdi*. Si noti che su poche partite non ci accorgeremmo che la macchina gioca da disonesta, anzi, se giochiamo poche partite, potremmo pure guadagnarci qualcosa. Ma alla distanza perderemo comunque circa il 12% di quanto abbiamo giocato.

### Programma per la singola partita su TI-73

Ogni esecuzione del programma corrisponde ad una singola partita. Eseguendo il programma, si osservi come varia la durata della singola partita.

<b>PROGRAM: HANSEL</b>	Nome del programma
<b>:Disp "GIOCO..."</b>	Istruzione di I/O: stampa "GIOCO..."
<b>:3→T</b>	T, ossia <i>Trapdoor</i> , è la posizione della botola, inizializzata alla ascissa 3
<b>:0.52→P</b>	P, ossia <i>Probability</i> , è la probabilità con cui esce "testa" sulla moneta stregata di Gertrude, inizializzata a 52%
<b>:0→W</b>	W, ossia <i>Where</i> , è la posizione di Hansel, inizializzata nell'origine
<b>:0→J</b>	J è un <i>contatore</i> , che conterà la durata della partita in numero di lanci effettuati
<b>:While abs(W)&lt;T</b>	Fino a che Hansel non raggiunge la botola (dove $W = +3$ ) né la Scala della Salvezza (dove $W = -3$ ), cioè, fino a che il valore assoluto di <i>Where</i> resta (strettamente) minore di 3 ...
<b>:W+(rand≤.50)+(rand≤P)-1→W</b>	... somma a <i>Where</i> un numero random uguale a +1 oppure uguale a -1 ottenuto secondo la "regola" del gioco, e chiama ancora <i>Where</i> la nuova posizione.
<b>:J+1→J</b>	Memorizza che un nuovo lancio è stato fatto ...
<b>:Disp W</b>	... e scrivi la nuova posizione
<b>:End</b>	Fine del blocco da eseguire fino a che <i>Where</i> si mantiene diverso da 3 e da -3; la prossima istruzione verrà eseguita solo a gioco finito: con $W = -3$ (Hansel salvo) o $W = 3$ (Hansel arrosto)
<b>:Disp "-----"</b>	La partita è finita! Stampa una riga orizzontale ...
<b>:Disp "LANCI",J</b>	... e stampa il numero totale dei lanci effettuati.
<b>:If W&gt;0</b>	Se il gioco è finito con W positivo (e Hansel arrosto)
<b>:Then</b>	allora
<b>:Disp "HO PERSO"</b>	scrivi "HO PERSO"
<b>:Else</b>	oppure, se il gioco è finito con W negativo (e Hansel salvo alla Scala),
<b>:Disp "HO VINTO"</b>	scrivi "HO VINTO"
<b>:End</b>	Fine del blocco "IF"
<b>:Pause</b>	Ferma l'esecuzione e serve a non far scomparire gli output sul display; per riprendere premere ENTER

### Programma per un numero illimitato di partite e stima della probabilità di perdita del gioco con la TI-73

Programmiamo la **TI-73** perché giochi partite senza fine. Il programma è in un *loop* infinito. Ci dice solo quante partite abbiamo giocato e la percentuale di quante ne abbiamo perse fino a quel punto.

<b>PROGRAM: GERTRUDE</b>	Nome del programma
<b>:0→N</b>	Inizializzazione a 0 del numero N delle partite che saranno gicate.
<b>:3→T</b>	T, ossia <i>Trapdoor</i> , è la posizione della botola, inizializzata alla ascissa 3
<b>:0.52→P</b>	P, ossia <i>Probability</i> , è la probabilità con cui esce "testa" sulla

	moneta stregata di Gertrude, inizializzata a 52%
<code>:0 → R</code>	R, ossia <i>Right</i> , sarà il numero delle partite finite a destra, ovvero perse, inizializzato a 0.
<code>:0 → L</code>	L, ossia <i>Left</i> , sarà il numero delle partite finite a sinistra, ovvero vinte, inizializzato a 0.
<code>:Lbl 10</code>	Etichetta, da qui comincia una nuova partita
<code>:Disp "-----"</code>	Scrivi una riga orizzontale di separazione fra le partite
<code>:N+1 → N</code>	Aumenta di 1 il numero delle partite giocate
<code>:0 → W</code>	W, ossia <i>Where</i> , è la posizione di Hansel, inizializzata nell'origine
<code>:While abs(W) &lt; T</code>	Fino a che Hansel non raggiunge la botola (dove $W = +3$ ) né la Scala della Salvezza (dove $W = -3$ ), cioè, fino a che il valore assoluto di <i>Where</i> resta (strettamente) minore di 3 ...
<code>:W+(rand ≤ .50)+(rand ≤ P)-1 → W</code>	... somma a <i>Where</i> un numero random uguale a +1 oppure uguale a -1 ottenuto secondo la "regola" del gioco, e chiama ancora <i>Where</i> la nuova posizione. Non perdiamo tempo a scriverla.
<code>:End</code>	Fine del blocco da eseguire fino a che <i>Where</i> si mantiene diverso da 3 e da -3; quindi la prossima istruzione verrà eseguita solo a gioco finito, cioè con $W = -3$ (Hansel salvo) o con $W = 3$ (Hansel arrosto)
<code>:If W &gt; 0</code>	Se il gioco è finito con W positivo (e Hansel arrosto)
<code>:Then</code>	allora
<code>:R+1 → R</code>	aumenta di 1 il contatore delle partite perse
<code>:Else</code>	oppure, se il gioco è finito con W negativo (e Hansel salvo alla Scala),
<code>:L+1 → L</code>	aumenta di 1 il numero delle partite vinte
<code>:End</code>	Fine del blocco da eseguire se $W > 0$ è falso
<code>:Disp "GIOCATE" , N</code>	Scrivi quante partite sono state giocate finora.
<code>:Disp "PERSE" , R</code>	Scrivi quante partite abbiamo perso (noi "siamo" Hansel)
<code>:Disp "FREQUENZA" , R/N</code>	Scrivi la frequenza relativa delle partite perse (sulle N giocate)
<code>:Goto 10</code>	Inizia una nuova partita.

Si osservi che il programma può essere leggermente velocizzato sostituendo tutto il blocco

```

:If W > 0
:Then
:R+1 → R
:Else
:L+1 → L
:End

```

(dato che interessano solo le partite perse) con una singola istruzione che usa il test logico di confronto:

```

:R+(W > 0) → R

```

La modifica consente di aumentare sensibilmente la velocità di gioco. Abbiamo fatto giocare una **TI-73** per un'ora esatta (cronometrata con un timer da forno, tanto per restare in tema), e abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

Partite giocate	Partite perse	Probabilità di perdere
1959	1095	55.89%

Le stime della probabilità di perdere (per Hansel) risultano molto vicina alla teorica. È anche estremamente interessante osservare visivamente al display come questa probabilità si "stabilizza" intorno al 55-56% man mano che le partite proseguono.

### **Per finire, confronto con un computer**

Gli autori hanno infine stimato la probabilità di perdere con il metodo Monte-Carlo, simulando *centomila* partite di *Lancia&Perdi* (con i parametri detti: fine partita al terzo passo, probabilità di testa per la strega  $p = 0.52$ ) con un programma di *Mathematica 4* su un computer Macintosh PowerBook G3, ed hanno ottenuto una probabilità di cadere nella botola del 55.955% (ricordiamo che la probabilità teorica è 55.9745%). È evidente che in una simulazione come questa la calcolatrice è allo stesso livello del computer, mentre gli è sicuramente superiore sul piano didattico, in quanto, ad esempio, la velocità elevata di elaborazione del computer nasconde le diverse durate delle partite, che sembrano tutte lunghe uguali, ossia zero; le diverse durate sono invece più evidenti sulle TI. La simulazione al computer ha incluso anche una analisi statistica della durata delle partite (misurata in numero di lanci). È certamente possibile eseguire questa analisi sulle TI pur di trattare un numero minore di partite, compatibile con la loro memoria: lasciamo al lettore lo sviluppo di questo tema. Per quanto riguarda la durata delle partite, su 100000 partite giocate dal computer, è stata osservata una durata media di 17.9329 lanci (in ottimo accordo con la durata attesa teorica di 17.9236 lanci), mentre la durata più frequente è stata di 6 lanci (riscontrata in 5310 partite). La partita più lunga è durata 158 lanci (ma in precedenti simulazioni di prova abbiamo giocato una partita conclusasi dopo ben 176 lanci: se si giocasse veramente una simile lunghissima partita si potrebbe proprio dire che si tratta di una partita stregata).

---

### **Conclusioni e commenti finali**

- Il gioco del *Lancia&Perdi* si presta ad una analisi critica della nozione combinatorica (o classica) di probabilità, come rapporto fra numero dei "casi favorevoli" e del numero dei "casi possibili", mostrando la necessità di altre interpretazioni. Nel *Lancia&Perdi* risulta appropriata la nozione frequentista (che può essere accettata anche soggettivamente). Senza conoscere la teoria delle catene di Markov, la probabilità che Hansel finisca arrosto viene stimata con la frequenza relativa delle vittorie della strega su un numero "grande" di partite.
- Il *Lancia&Perdi* può essere programmato sulla **TI-73** a tre livelli:
  1. Singola partita reale con due giocatori: un giocatore impersonifica Hansel e gioca con una moneta vera, il secondo impersonifica Gertrude e gioca con la moneta stregata simulata dalla calcolatrice,
  2. Singola partita con un solo giocatore: il giocatore virtualmente è Hansel, la calcolatrice provvede a lanciare le due monete e gli comunica se ha vinto o perso.
  3. Serie di partite ad un solo giocatore giocate dalla calcolatrice.

Al livello 1 è difficile che chi gioca realizzi e/o quantifichi la iniquità del gioco, per la impossibilità pratica di effettuare un elevato numero di partite. Al livello 2 (dove le partite sono molto veloci) è possibile che chi gioca realizzi la iniquità del gioco, senza però poterla quantificare. Al livello 3, con circa 30 minuti di lavoro, si quantifica con la calcolatrice la probabilità di sconfitta (per Hansel) in circa il 56%.

- Per quanto precede, il *Lancia&Perdi* può avere una sua funzione di educazione del cittadino, vista la diffusione dei giochi del tipo "uomo contro macchina" (per esempio *VideoPoker*). Ricordiamo che nella presentazione del progetto SeT (Scienza e Tecnologia) del Ministero delle Pubblica Istruzione si richiamano esplicitamente gli educatori alla

discussione di quelle "situazioni di fronte alle quali, per mancanza di conoscenze scientifiche e tecnologiche, il cittadino rischia di trovarsi del tutto sprovvisto". Nei giochi citati infatti, una macchina è programmata per far perdere il giocatore con una certa probabilità  $p$  maggiore del 50% (per  $p$  ci sono comunque dei limiti superiori di legge). La condizione  $p > 50\%$  serve per assicurare al gestore della macchina un guadagno praticamente certo su un numero "grande" di partite (per l'ammortamento delle spese, per le spese vive di gestione - corrente elettrica, pulizia - per la manutenzione della macchina stessa, e per un giusto profitto di impresa). Il modello del *Lancia&Perdi* mostra come queste macchine possono funzionare, ed insegna che qualche partita di *VideoPoker* può anche essere vinta (in modo assolutamente casuale), ma su un numero "grande" di giocate è praticamente garantito che si va in perdita. Lo scopo di queste macchine è puramente vendere divertimento, e non vi si può cercare l'arricchimento. Il denaro perso, come il costo del biglietto del cinema o l'ingresso della discoteca, serve solo a comprare la ricreazione.

- Infine possiamo ricordare che strutture come il *Lancia&Perdi* (ovviamente più complesse) sono utilizzate per la simulazione di alcuni sport. La situazione sportiva più vicina al *Lancia&Perdi* è il *tennis*. Consideriamo una game di un ipotetico incontro Williams-Hingis che si trovi sul 40-40. Abbiamo 5 stati (invece di 7) e partiamo dal centro = 0. Ad ogni punto della Hingis il contatore si sposta di 1 a destra, ad ogni punto della Williams il contatore si sposta di 1 a sinistra. Vince il game la Hingis se il contatore raggiunge +2, vince la Williams se il contatore raggiunge -2. Se stimiamo che in uno scambio la probabilità che il punto sia della Hingis sia il 52% e sia il 48% per la Williams, ecco che possiamo simulare questo finale di game sulle calcolatrici.

*Post Scriptum*: il fatto che sia Martina Hingis e non Venus Williams a fare qui la parte della strega rivela a chi andrebbe il tifo degli autori.

# La probabilità con la TI-73

Elisabetta De Maria e Patrizia Donini, Istituto Comprensivo di Borgo Tossignano - Scuole medie di Fontanelice e Casalfiumanese

[Schede per gli studenti](#)

La TI – 73 sa simulare il lancio di una moneta (**coin**) o di uno o più dadi (**dice**).

- ❑ Vai al menù di MATH : PRB ( che contiene le funzioni relative alla probabilità)
- ❑ Seleziona la funzione 6: coin (
- ❑ Per lanciare la moneta 8 volte, scrivi il numero 8 e premi ENTER
- ❑ Ottieni una scrittura del tipo:  $\{1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\}$  : ti puoi spostare con le frecce verso destra e verso sinistra
- ❑ E' come se tu, lanciando una moneta, avessi ottenuto 5 volte croce (1) e 3 volte testa (0) ( o viceversa)
- ❑ Ci accordiamo che 0 corrisponde a testa e 1 a croce
- ❑ Si può simulare il lancio di una moneta o di un dado fino a 999 volte; se lanci 1000 volte, ti dà errore
- ❑ Ritorna quindi a MATH : PRB e seleziona la funzione 7: dice(
- ❑ Lancia un dado un numero di volte a piacere, premi ENTER e osserva cosa ottieni

## Calcolo delle frequenze lanciando una moneta

- ❖ Premi MATH e vai a PRB : seleziona 6: coin(
- ❖ Per lanciare una moneta 100 volte, scrivi 100 e premi ENTER
- ❖ Per stabilire quante volte hai ottenuto croce (1), procedi nel seguente modo:
- ❖ Memorizza i lanci della moneta in una lista (L1), premendo ANS: 2nd(-)
- ❖ Premi quindi STO
- ❖ Per selezionare poi L1, vai a 2nd LIST (STAT)
- ❖ Premi ENTER : devono comparirti i lanci dentro graffe
- ❖ Premi LIST: devi ottenere nella lista L1 i risultati dei lanci della moneta
- ❖ Sommi quindi i valori della lista nel seguente modo:
- ❖ Premi 2nd LIST (STAT) : MATH e selezioni 7: sum(
- ❖ Premi 2nd(-) (ANS) e ottieni in L1 un numero che è la somma dei risultati uguali a 1, quindi quante volte hai ottenuto croce, lanciando la moneta : hai ottenuto la frequenza assoluta (f.a.=.....)
- ❖ Per ottenere la frequenza relativa, si divide il totale ottenuto (frequenza assoluta) per il numero dei lanci (f.r.=.....); ricava la frequenza relativa anche in percentuale: f.r.(in perc.)=.....
- ❖ Ritorna a MATH – PRB, aumenta successivamente il numero di lanci della moneta e compila la seguente tabella:

num. lanci moneta	Freq. assoluta	Freq. relativa	Freq. rel. (in perc)
100			
400			
600			
900			

- ❖ Scrivi le tue osservazioni: come si comporta la frequenza relativa, aumentando il numero dei lanci ? .....
- ❖ A quale numero si avvicina?.....

ATTIVITA' DI CALCOLO DELLE PROBABILITA'

LANCIO DI UNA MONETA

---

```
coin(400)
C1 0 0 1 1 0 1 ...
Ans→L1
C1 0 0 1 1 0 1 ...
sum(Ans)      197
197/400      .4925
```

```
coin(900)
C1 1 1 1 0 0 0 ...
Ans→L1
C1 1 1 1 0 0 0 ...
sum(Ans)      453
453/900
.50333333333
```

## Calcolo delle frequenze lanciando un dado

### Problema

Quante volte, lanciando un dado, ottengo un dato numero (ad esempio 5) ?

- Premi MATH, seleziona PRB e 7: dice(
- Scrivi quindi quante volte vuoi lanciare il dado : ed esempio 300 e premi ENTER
- Inserisci i valori che hai ottenuto in una lista L1 nel seguente modo:
- Premi 2nd(-) (cioè ANS), quindi premi STO
- Seleziona la lista 1: L1 da 2nd LIST (cioè STAT), quindi premi ENTER
- Premi LIST per visualizzare i valori nella lista L1
- Per trovare quante volte ho ottenuto 5, trasformi tutti i 5 in 1 e gli altri numeri in 0, nel seguente modo:
  - premi 2nd List (STAT), selezioni L1, premi ENTER
  - Scrivi L1 = 5 da 2nd MATH (TEXT) e premi ENTER
  - Fai quindi la somma dei valori ottenuti, ottenendo così la frequenza assoluta nel modo seguente:
    - Premi 2nd LIST (STAT) MATH e seleziona sum(
    - Premi 2nd( ) (ANS) e ottieni il numero cercato :
    - La frequenza assoluta di 5 é.....
    - La frequenza relativa di 5 è f.ass./n.lanci=.....
    - La frequenza relativa in percentuale è.....
- Ritorna a dice(300 con i valori trovati nei lanci effettuati
- Trova adesso le frequenze assoluta e relativa degli altri cinque numeri (1,2,3,4,6)
- Compila la seguente tabella su carta

L1=numero ottenuto	L2=fr.assoluta	L3=fr.relativa	L4=fr.rel in perc.
1			
2			
3			
4			
5			
6			

- ❖ Compila le liste ottenute sulla calcolatrice
- ❖ Rappresenta con un diagramma a barre e con un aerogramma la situazione
  - Puoi ripetere tutta la procedura, aumentando il numero dei lanci e compilando altre tabelle e costruendo altri diagrammi statistici
  - Ogni frequenza relativa dovrebbe avvicinarsi sempre di più a ....., che esprime il valore della probabilità che si verifichi il fenomeno

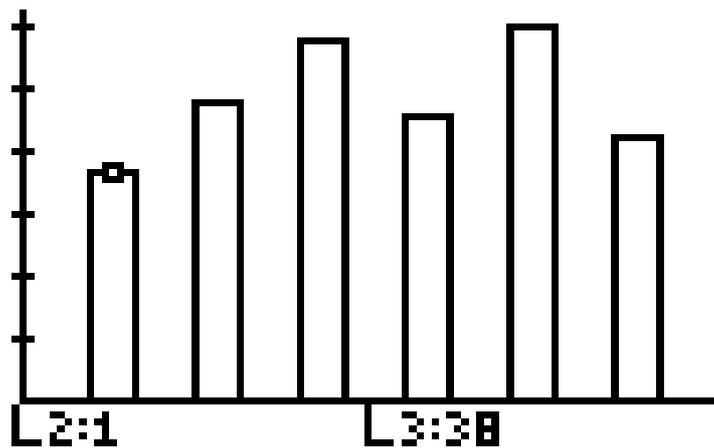
La probabilità (P) di un evento è infatti il rapporto fra il numero di casi favorevoli (F) e il numero dei casi possibili (N), se sono tutti ugualmente possibili:  $P = F/N$

ATTIVITA' DI CALCOLO DELLE PROBABILITA'

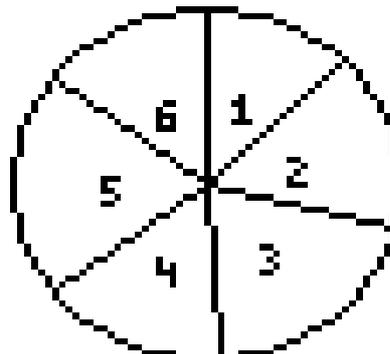
LANCIO DI UN DADO 300 VOLTE

L2	L3	L4	3
1	38	.126	
2	49	.163	
3	60	.200	
4	47	.156	
5	62	.206	
6	44	.146	

$L3(5) = 62$



- 1: 38
- 2: 49
- 3: 60
- 4: 47
- 5: 62
- 6: 44



L2:1

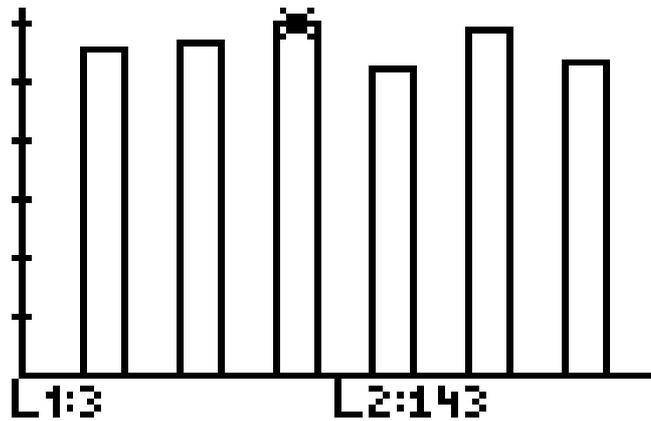
L3:38

# ATTIVITA' DI CALCOLO DELLE PROBABILITA'

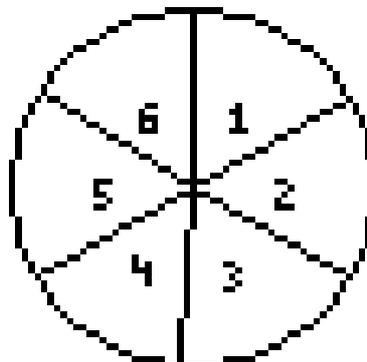
LANCIO DI UN DADO 800 VOLTE

L1	L2	L3	1
1	132	.16	
2	135	.16	
3	143	.17	
4	124	.15	
5	140	.17	
6	126	.15	
-----		-----	

$$L1(1) = 1$$



1: 132  
 2: 135  
 3: 143  
 4: 124  
 5: 140  
 6: 126



# La probabilita`

Maria Chiesa e Paola Schenone, IC n. 10 di Bologna - Scuola media "F. Besta"

## 1. La probabilita`

Scheda per l'insegnante

Metodologia e contenuto

Osservazioni

Schede per gli studenti

Lancio di una moneta

Lancio di un dado

Lancio simultaneo di due dadi

Lancio simultaneo di due monete

### Metodologia e contenuto

Le esperienze verranno eseguite dagli alunni (suddivisi in piccoli gruppi) sotto la guida del docente. Le attività prevedono anche l'utilizzo delle calcolatrici grafiche TI-73 e dei sensori di temperatura.

- Lancio di una moneta.
- Lancio di un dado.
- Lancio simultaneo di due dadi.
- Lancio simultaneo di due monete.

### Osservazioni

Si allega copia di alcune schede sulla probabilità preparate per gli alunni di classe terza. Per problemi di tempo delle quattro unità solo le prime due: LANCIO DI UNA MONETA E LANCIO DI UN DADO, sono state sperimentate da due gruppi di ragazzi di due diverse terze; quindi non è stato possibile verificare come avremmo voluto la validità del lavoro proposto.

Prima di iniziare tale attività e' necessario familiarizzarsi con i seguenti "ambienti":

1. LIST
2. MATH (PRB)
3. STO
4. STAT (Ls, OPS, MAT)
5. TEXT
6. PLOT
7. GRAPH
8. TRACE
9. WINDOW

[Schede per gli studenti](#)

**RICORDA**

La probabilità di un evento casuale è il **rapporto tra il numero di casi favorevoli e il numero di casi possibili** ammesso che siano tutti equiprobabili (cioè che hanno la stessa probabilità di verificarsi).

$$P_{(E)} = \frac{m}{n}$$

Se  $m = n \longrightarrow P_{(E)} = 1 = 100\%$  (evento del tutto certo)  
 Se  $m = 0 \longrightarrow P_{(E)} = 0 = 0\%$  (evento impossibile)

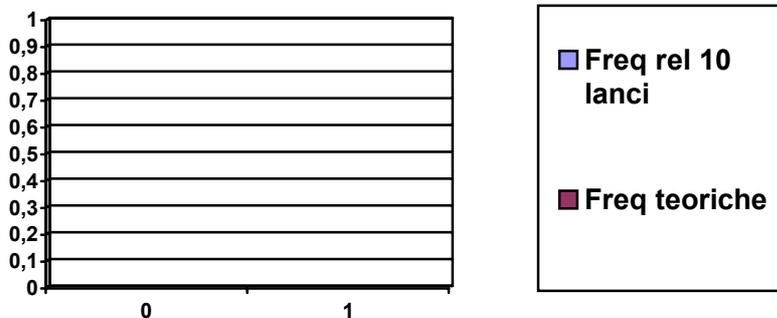
La probabilità di **un evento casuale** è quindi compresa tra 0 e 1  $\longrightarrow 0 < P_{(E)} < 1$

**LANCIO DI UNA MONETA** (*utilizzo della calcolatrice TI-73*)

1. Memorizza in **L<sub>1</sub>** le possibili uscite, cioè i valori 0, 1      LIST
2. Lancia **10** volte una moneta      MATH  $\rightarrow \rightarrow$  PBR 6 10)  
     **coin(10)**
3. Individua quante volte è uscito      2nd STAT  $\rightarrow \rightarrow$  7 2nd ANS)  
     **sum(ans)**  
     “1” sommando i valori
4. Per differenza trova quante volte è uscito “0”
5. Calcola le frequenze relative e      LIST  
     riportale nella lista **L<sub>2</sub>**
6. Riporta in **L<sub>3</sub>** le frequenze teoriche (0,5)
7. Riporta i dati ottenuti in tabella

	L <sub>1</sub>	Casi possibili	0	1
10 lanci	L <sub>2</sub>	Frequenza relativa		
	L <sub>3</sub>	Frequenza teorica		
800 lanci	L <sub>4</sub>	Frequenza relativa n°/800		

8. Costruisci ora il grafico:      2nd Plot 1 On  
 scegli il grafico a barre, CategList: L<sub>1</sub>; DataList1: L<sub>2</sub>; DataList2: L<sub>3</sub>      Vert 2 GRAPH  
 (Per inserire o cambiare le quattro liste presenti digita 2nd STAT)  
 (Con il tasto TRACE puoi visualizzare nel grafico le frequenze di ogni evento.)

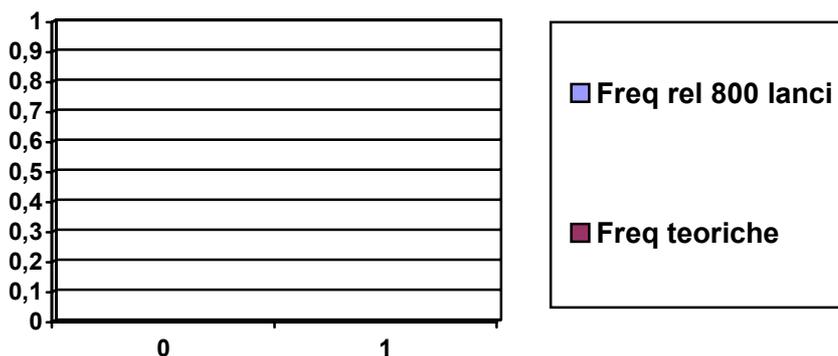


Confronta il tuo grafico con quello dei compagni:

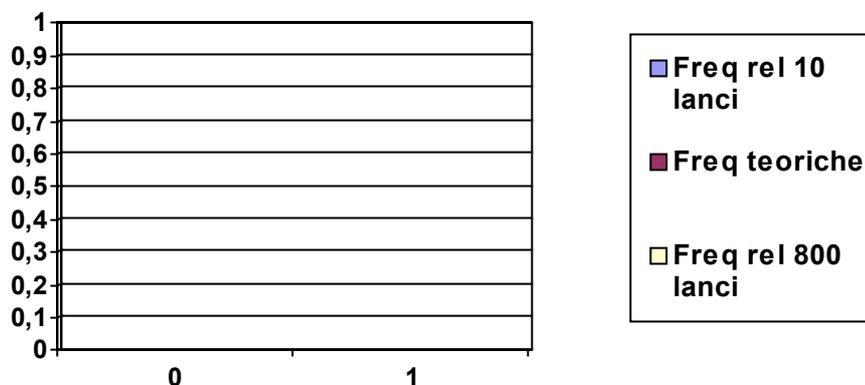
- La frequenza relativa è sempre uguale alla frequenza teorica? .....
- E' possibile dunque affermare che i due eventi possibili (0, 1) sono equiprobabili? .....

Ripeti ora l'esperienza aumentando il numero di lanci

1. Lancia ora 800 volte la moneta                      MATH → → PBR 6 800)                      **coin(800)**
2. Calcola quante volte è uscito "1"                      2nd STAT → →7 2nd ANS)                      **sum(Ans)**  
sommando i valori
3. Per differenza trova quante volte è uscito "0"
4. Calcola le frequenze relative ( $n^{\circ}/800$ ) e riportale in L<sub>4</sub>      LIST
5. Costruisci ora il grafico: 2nd Plot 1 (deselezionarlo) Off 2nd Plot 2 On  
scegli il grafico a barre, CategList: L<sub>1</sub>; DataList1: L<sub>3</sub>; DataList2: L<sub>4</sub>      Vert 2 GRAPH  
(Per inserire o cambiare le quattro liste presenti digita 2nd STAT)  
(Con il tasto TRACE puoi visualizzare nel grafico le frequenze di ogni evento.)



6. Puoi infine costruire un unico grafico: 2nd Plot 1 Off; 2nd Plot 2 Off; 2nd Plot 3 On  
scegli il grafico a barre CategList: L<sub>1</sub>; DataList1: L<sub>2</sub>; DataList2: L<sub>3</sub>; DataList3: L<sub>4</sub>; Vert 3 GRAPH



**Osservazioni:**

Confronta nei due grafici le barre delle frequenze relative ai 10 e agli 800 lanci con quelle delle frequenze teoriche. Che cosa osservi?

.....

.....

.....

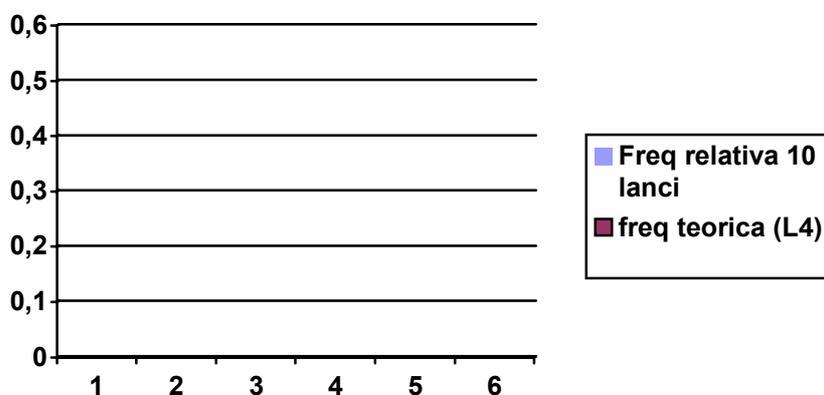
## LANCIO DI UN DADO

- |   |  |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Riporta nella lista <math>L_1</math> le possibili uscite nel lancio di un dado (1,2,3,4,5,6)</li> <li>2. “Lancia” 10 volte un dado</li> <li>3. Memorizza i 10 risultati nella lista <math>L_6</math><br/>(perché nelle prime5 liste memorizzeremo altri dati)</li> <li>4. Chiedi quante volte è uscito il <math>n^{\circ}1</math><br/>(con un test logico di uguaglianza)</li> <li>5. Ora somma i valori</li> <li>6. Ripeti i punti (4) e (5) per calcolare quante volte sono usciti gli altri numeri (2,3,4,5,6).</li> <li>7. Riporta poi le somme ottenute in una lista <math>L_2</math></li> <li>8. Calcola e poi riporta nella lista <math>L_3</math> le frequenze relative di 1,2,3,4,5,6 (<math>n^{\circ}</math> di uscite/10)</li> <li>9. Calcola e poi riporta nella lista <math>L_4</math> le frequenze teoriche (<math>1/6 = 0,1666\dots</math>)</li> </ol> | <p>LIST</p> <p>MATH <math>\rightarrow \rightarrow</math> PBR 7 10)    <b>dice(10)</b></p> <p>STO 2nd STAT 6                    <b>Ans <math>\rightarrow</math> <math>L_6</math></b></p> <p>2nd STAT 6 2nd TEXT = 1 <b><math>L_6 = 1</math></b></p> <p>2nd STAT <math>\rightarrow \rightarrow</math> 7 2nd ANS) <b>sum(ans)</b></p> <p>LIST</p> <p>LIST</p> |
|---|--|

Riporta i dati nella tabella

	$L_1$	Casi possibili	1	2	3	4	5	6
10 lanci	$L_2$	N° uscite						
	$L_3$	Frequenza relativa						
	$L_4$	Frequenza teorica						
800 lanci	$L_5$	Frequenza relativa						

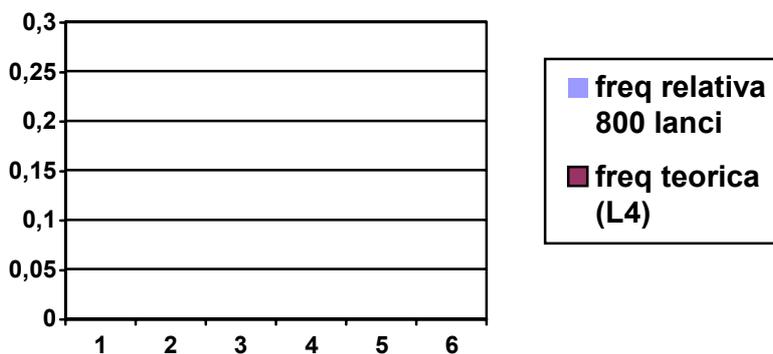
10. Costruisci ora il grafico:                    2nd Plot 1    On  
 scegli il grafico a barre; CategList:  $L_1$ ; DataList1:  $L_3$ ; DataList2:  $L_4$     Vert 2    GRAPH  
 (Per inserire o cambiare le liste presenti digita 2nd STAT)  
 (Con il tasto TRACE puoi visualizzare nel grafico le frequenze di ogni evento.)



Puoi osservare che la frequenza relativa è, in alcuni casi, molto diversa dalla frequenza teorica.

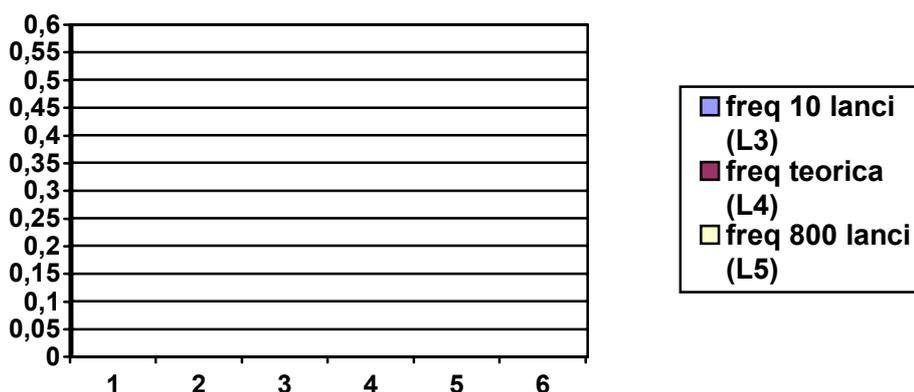
Ripeti ora l'esperienza aumentando il numero di lanci

1. Lancia ora un dado 800 volte MATH → → PBR 7 800 **dice(800)**
2. Riporta le frequenze relative lista L<sub>6</sub> STO 2nd STAT 6 **Ans** → L<sub>6</sub>
3. Con un'unica serie di comandi riporta nella lista L<sub>5</sub> le frequenze relative di 1,2,3,4,5,6  
 $2\text{nd STAT} \rightarrow 7 \text{ 2nd STAT} \rightarrow \rightarrow 7 \text{ 2nd STAT 6 2nd TEXT } = x),$   
 $x,1,6) \div 800 \text{ STO 2nd STAT 5 ENTER } \mathbf{seq(\text{sum}(L_6=x),x,1,6)/800} \rightarrow L_5$
4. Costruisci ora il grafico: 2nd Plot 1 (deselezionarlo) Off 2nd Plot 2 On e controlla che sia deselezionato anche il grafico 3 (2nd Plot 3 Off).  
 Scegli il grafico a barre, CategList: L<sub>1</sub>; DataList1: L<sub>5</sub>; DataList2: L<sub>4</sub>, Vert 2 GRAPH  
 (Per inserire o cambiare le liste presenti digita 2nd STAT)



Confrontando i due grafici puoi osservare che tanto più aumenta il numero delle prove tanto più il valore della frequenza osservata si avvicina alla probabilità calcolata teoricamente.  
**(Legge dei grandi numeri)**

5. Puoi infine costruire un unico grafico: 2nd Plot 1 Off ; 2nd Plot 2 Off 2nd Plot 3 On scegli il grafico a barre CategList: L<sub>1</sub>; DataList1: L<sub>3</sub>; DataList2: L<sub>4</sub>, DataList3: L<sub>5</sub> Vert 3 GRAPH



**Osservazioni:**

.....

.....

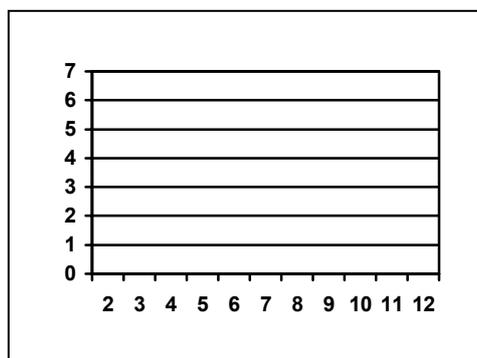
.....

## LANCIO SIMULTANEO DI DUE DADI

Nel lancio simultaneo di due dadi  
le possibili somme sono:

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>1</b>						
<b>2</b>						
<b>3</b>						
<b>4</b>						
<b>5</b>						
<b>6</b>						

Riportando su un istogramma le frequenze si ha:



### Con la calcolatrice:

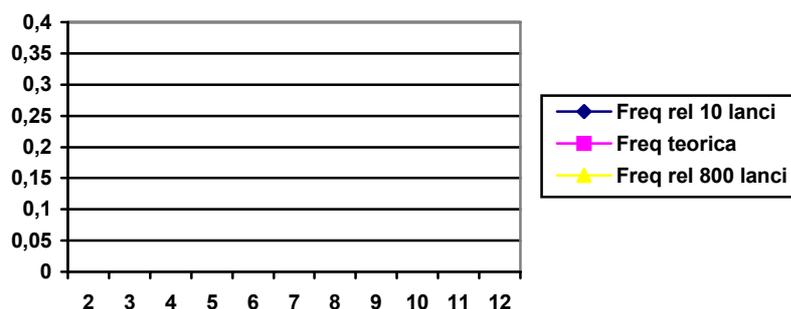
1. Memorizza nella L<sub>1</sub> le possibili somme  
"2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12"; **usa** il comando      2nd STAT→7 ...      **seq(x,x,2,12,1) → L<sub>1</sub>**
2. Lancia i due dadi 10 volte      MATH → → PBR 7 10,2)      **dice(10,2)**
3. Riporta i valori nella lista L<sub>6</sub>      STO 2nd STAT 6      **Ans → L<sub>6</sub>**
4. Riporta direttamente in L<sub>2</sub> le frequenze relative di 2,3,4,...      **seq(sum(L<sub>6</sub>=x),x,2,12,1)/10 → L<sub>2</sub>**
5. Calcola e poi riporta in L<sub>3</sub> le frequenze teoriche  
(1/36 = ..., 2/36 = ..., 3/36 = ..., ...)      LIST
6. Costruisci ora il grafico: poiché non è possibile costruire un grafico a barre con più di 11 barre, opta per il grafico a punti uniti (Line graph)  

}	2nd Plot 1 On xList= L <sub>1</sub> ; yList = L <sub>2</sub>	seleziona entrambi i grafici per vederli sovrapposti
	2nd Plot 2 On xList= L <sub>1</sub> ; yList = L <sub>3</sub>	
- Occorre modificare i valori di finestra **Window** (x min=0; x max=12; y min=0; y max= 0,2)
7. Lancia ora i due dadi 800 volte      MATH → → PBR 7 800,2)      **dice(800,2)**
8. Riporta le frequenze relative in L<sub>6</sub>      STO 2nd STAT 6      **Ans → L<sub>6</sub>**  
oppure, in alternativa ai punti 7 e 8:      **seq(randInt(1,6)+ randInt(1,6),x,1,800,1) → L<sub>6</sub>**
9. Riporta le frequenze relative di 2,3,4,... in L<sub>4</sub>      **seq(sum(L<sub>6</sub>=x),x,2,12,1)/800 → L<sub>4</sub>**
10. Ora costruisci il grafico a punti uniti (Line graph)  

2nd Plot 1 Off	2nd Plot 2 Off
2nd Plot 3 On	xList= L <sub>1</sub> ; yList = L <sub>4</sub>

(Si possono infine selezionare contemporaneamente due grafici per vederli sovrapposti: si può verificare che tanto più aumenta il numero delle prove tanto più il valore della frequenza osservata si avvicina alla probabilità calcolata teoricamente).

	L <sub>1</sub>	Casi possibili	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10 lanci	L <sub>2</sub>	Freq. relativa											
	L <sub>3</sub>	Freq. teorica											
800 lanci	L <sub>4</sub>	Freq. relativa											



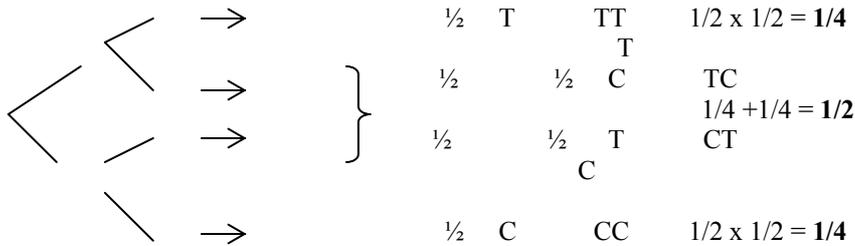
## LANCIO SIMULTANEO DI DUE MONETE

### Ricorda

Due eventi si dicono indipendenti se il verificarsi dell'uno non altera la probabilità del verificarsi dell'altro.

La probabilità di un evento composto da due eventi indipendenti  $E_1$  e  $E_2$  è data dal prodotto delle probabilità dei singoli eventi (**regola della probabilità composta**).

Es. Lanciando due monete, qual è la probabilità dell'evento: "esce in entrambe TESTA"?

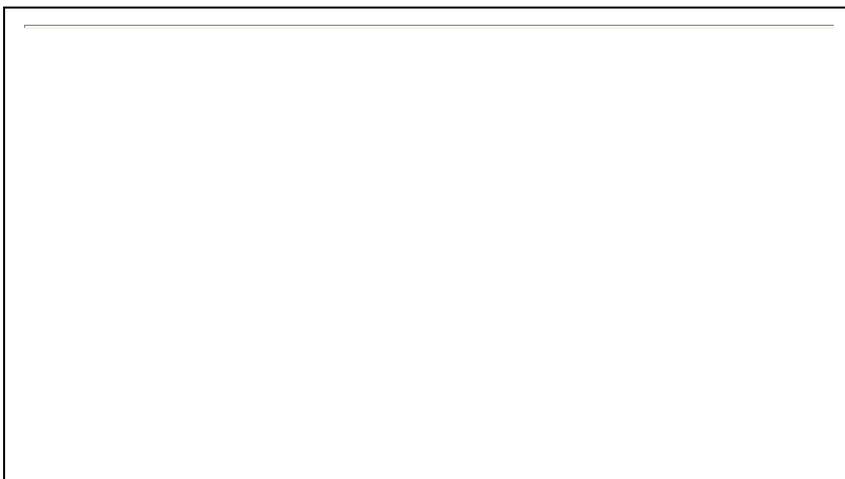


Con la calcolatrice:

1. Memorizza nella  $L_1$  le possibili uscite, cioè i valori 0, 1, 2 List
  2. Riporta in  $L_2$  le frequenze teoriche (0,25, 0,5, 0,25)
  3. Lancia 800 volte due monete MATH → → PBR 6 ... **coin(800) +**
  4. Memorizza i valori ottenuti in  $L_6$  STO 2nd STAT 6 **Ans → L<sub>6</sub>**
  5. Riporta in  $L_3$  le freq. relative di 0, 1 e 2 **seq(sum(L<sub>6</sub>=x),x,0,2,1)/800**
- $L_3$

Si può infine costruire un unico grafico (vedi scheda precedente)

	$L_1$	Casi possibili	0	1	2
	$L_2$	Frequenza teorica			
800 lanci	$L_3$	Frequenza relativa $n^\circ/800$			



## **Geometria analitica**

- La grafica con la TI-73
- Le rette nel piano cartesiano [IC di Borgo Tossignano (BO)]

# La grafica con la TI-73

## **Sergio Invernizzi**

Dipartimento di Scienze Matematiche, Università di Trieste, via A. Valerio 12/1, 34100 Trieste

## **Massimo Borelli**

Scuola Media Superiore Italiana, via Carducci 16, 52210 Rovigno d'Istria – Rovinj, Croazia

---

Nella TI-73, l'aspetto che di solito colpisce da principio l'utente è la capacità di tracciare e visualizzare dei grafici. In definitiva, il tutto è abbastanza semplice e si può realizzare con la serie di 5 tasti azzurri **Y=**, **WINDOW**, **ZOOM**, **TRACE** e **GRAPH**, che si trovano al di sotto del display. Vi proponiamo di provare voi stessi a farlo, seguendo le istruzioni che qui vi diamo passo passo.

Innanzitutto, per essere sicuri che queste istruzioni “funzionino”, conviene mettere le calcolatrici nella situazione iniziale, “pulendo” la memoria RAM. Per fare ciò, bisogna agire con la funzione **MEM** che si trova al di sopra della cifra **0**. Perciò, dopo aver acceso la calcolatrice, eseguite questa sequenza di tasti:

**2nd MEM 7 1 2**

Questa sequenza realizza il reset della memoria RAM (quindi tutti i dati che avevate vanno perduti!), e se la sequenza è stata eseguita correttamente, vi apparirà questo schermo:



---

## **I grafici delle funzioni**

Con il tasto **Y=** possiamo definire le funzioni che vogliamo rappresentare. Ad esempio, proponiamoci di visualizzare il grafico della retta  $y = 2x - 3$ . Premiamo dunque il tasto **Y=**, ci appare il seguente schermo:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=
\Y2=
\Y3=
\Y4=
```

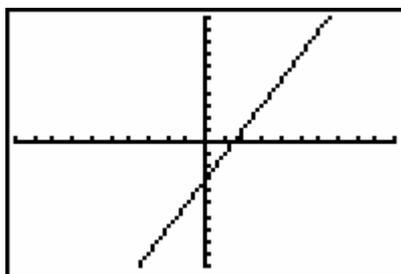
ed il cursore lampeggiante ci mostra che possiamo definire la prima delle quattro funzioni a nostra disposizione. Si tratta ora semplicemente di digitare una sequenza di quattro tasti:

$$2x - 3$$

utilizzando i tasti numerici, il simbolo di sottrazione e il tasto della variabile  $x$  (che si trova a sinistra della cifra 7). Lo schermo visualizza ora:

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=2X-3
\Y2=
\Y3=
\Y4=
```

Senza pensarci troppo ora premiamo il tasto **GRAPH**; ci appare il grafico della retta:



Se il grafico vi sembra realizzato in una scala "troppo piccola", potete modificare le dimensioni della finestra grafica. In pratica, potete scegliere voi gli estremi degli assi cartesiani  $x$  ed  $y$ . Premiamo il tasto **WINDOW** e leggiamo con attenzione quello che c'è scritto:

```
WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
ΔX=.2127659574...
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
```

è facile capire che la macchina ha scelto in modo automatico di far partire sia l'asse  $x$  che l'asse  $y$  dal valore minimo -10, ed arrestarsi al valore massimo 10; e che la scala di entrambi (l'unità di misura riportata sugli assi) è di 1 (non ci interessa per ora dire cosa rappresenta quel valore .2127659574...). Proviamo a modificare tali valori.

Ad esempio, vogliamo che l'asse delle  $x$  vada da -4 a 4, con scala 1; e che l'asse  $y$  vada da -11 a 5, con scala 2. Premiamo dunque questa lunga sequenza di sedici tasti:

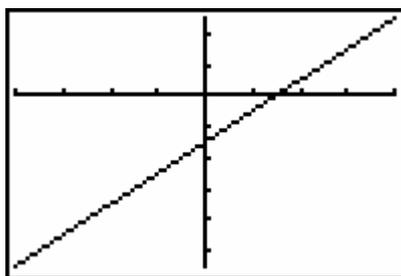
**(-) 4 ENTER 4 ENTER ENTER 1 ENTER (-) 1 1 ENTER 5 ENTER 2 ENTER**

ed il display alla fine si troverà in questa situazione:

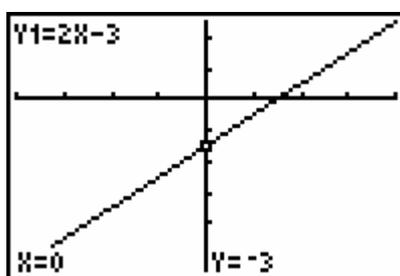
```

WINDOW
Xmin=-4
Xmax=4
ΔX=.0851063829...
Xscl=1
Ymin=-11
Ymax=5
Yscl=2
  
```

se adesso premiamo il tasto **GRAPH** otterremo il grafico della retta secondo le proporzioni che volevamo:



Proviamo ora a premere il tasto **TRACE**. Appare un cursore lampeggiante nel punto di coordinate (0,-3):



Possiamo ora utilizzare le frecce sinistra e destra per muovere il cursore, che rimane vincolato alla retta, evidenziando nel contempo le coordinate  $x$  ed  $y$  del grafico.

Infine, proviamo a premere il tasto **ZOOM**.



se vogliamo ritracciare il grafico della retta nelle proporzioni "standard" è sufficiente premere il tasto numerico 6. Ci riapparirà il grafico iniziale.

## I grafici statistici

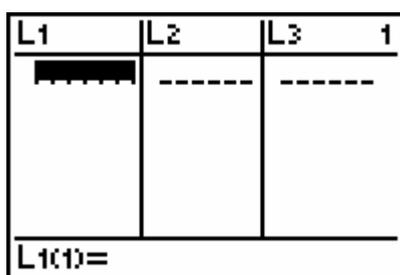
Prendiamo come esempio alcune temperature medie del mare, elaborate su dati del Laboratorio di biologia marina di Rovigno d'Istria, relative al periodo 1970/1986:

feb	apr	giu	ago	ott	dic
9.3	12.3	21.1	24.1	18.6	12.1

Vogliamo rappresentare questi dati con un istogramma. "Ripuliamo" come prima la memoria RAM con la sequenza di tasti:

**2nd MEM 7 1 2**

Ora dobbiamo inserire i dati di questa tabella nella TI-73: premiamo a tale proposito il tasto **LIST**, che si trova vicino alle frecce. Ci appare questo schermo:



digitiamo ordinatamente le temperature di febbraio, aprile, giugno..., premendo ogni volta il tasto **ENTER** per memorizzare il dato:

**9 . 3 ENTER 1 2 . 3 ENTER** e così via

Dopo aver inserito i sei dati, lo schermo ci appare in questo modo:

L1	L2	L3	1
9.3	-----	-----	
12.3			
21.1			
24.1			
18.6			
12.1			
-----			
L1(?) =			

Per tracciare un istogramma, dobbiamo utilizzare la funzione **PLOT**, che si trova al di sopra del tasto **Y=**. Premiamo dunque **2nd PLOT**, e vedremo questo schermo:

<b>2nd PLOT</b>	
1	Plot1...Off
	└─┬─ L1 ─┬─ L2
	□
2	Plot2...Off
	└─┬─ L1 ─┬─ L2
	□
3	Plot3...Off
	└─┬─ L1 ─┬─ L2
	□
4	PlotsOff

Ora premiamo il tasto **1** per attivare il primo grafico statistico dei tre a nostra disposizione:

Plot1	On	
Type:		
Xlist:	L1	
Ylist:	L2	
Mark:		+ .

Premiamo adesso **ENTER** per mettere il grafico statistico in stato "On", cioè "acceso". Successivamente, utilizziamo le frecce per scegliere l'istogramma, premendo una volta la freccia in giù e tre volte quella a destra: in altri termini, utilizziamo la sequenza di tasti:

↓ ⇒ ⇒ ⇒ ENTER

Osserviamo che lo schermo si è modificato:

Plot1		Off
Type:		
CategList:	L1	
DataList1:	L2	
DataList2:	L3	
DataList3:	L4	
View	Hor	2 3

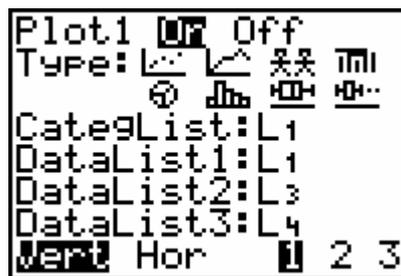
Ci rimane ora da compiere un'ultima operazione tecnica: comunicare alla TI-73 che avevamo memorizzato i dati nella lista "L1" (cioè nella prima colonna, quando avevamo premuto il tasto **LIST**): scendiamo perciò con le frecce di due posizioni...



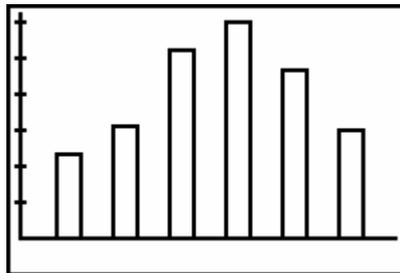
..e facciamo comparire il simbolo L1 al posto di L2. Questo si ottiene con la sequenza:

**2nd STAT 1**

(la funzione **STAT** si trova al di sopra del tasto **LIST**). Lo schermo ora si presenta così:



e tutto è pronto per tracciare l'istogramma, basta premere il tasto **GRAPH**. Ecco il risultato:



---

## Bibliografia

F.Stravisi, D.Suman, *La temperatura del mare a Rovigno e Trieste 1970-1986*, Dipartimento di Scienze della Terra, Università di Trieste, 2000.

D. Degobbis, *Serie di temperature medie mensili 1966-1992*, Istituto di biologia marina "Ruggero Boskovich", Rovigno d'Istria, 1992.

# Le rette nel piano cartesiano

Elisabetta De Maria e Patrizia Donini, Istituto Comprensivo di Borgo Tossignano (BO) - Scuole medie di Fontanelice e Casalfiumanese

[Scheda per gli studenti](#)

## Disegnare il grafico di una funzione

- Definisci fino a quattro funzioni nell'editor Y=
- Seleziona le y dei grafici che intendi rappresentare: evidenzia l'=' e premi ENTER per selezionare o deselezionare
- Imposta lo stile del grafico a sinistra di y
- Definisci i valori da WINDOW
- Traccia i grafici delle funzioni selezionate, utilizzando GRAPH, TRACE ed eventualmente ZOOM

## La creazione di una tabella

- ❖ Definisci fino a quattro funzioni nell'editor Y= , selezionalo e premi ENTER
- ❖ Visualizza le tabelle con 2nd TABLE

Per ogni funzione selezionata la calcolatrice organizza automaticamente le colonne dei valori di y.

## Esercitazione

- ❑ Rappresenta sul quaderno tabella e grafico delle seguenti funzioni:  
 $y = 7/2x - 3$  ;  $y = 7/2x$  ;  $y = 7/2x - 8$  ;  $y = 7/2x + 6$   
assegnando cinque valori alla variabile indipendente x (-2,-1,0,+1,+2)
- ❑ Rappresenta quindi i grafici delle stesse funzioni con la TI-73
- ❑ Visualizza le tabelle relative alle quattro funzioni
- ❑ Confronta le tabelle e i grafici da te costruiti con quelli della calcolatrice
- ❑ Con il tasto TRACE osserva la situazione punto per punto
- ❑ Qual è la posizione reciproca delle rette?
- ❑ Che cosa hanno in comune le equazioni delle quattro rette?
- ❑ Che cosa concludi?
- ❑ Cambia lo stile del grafico
- ❑ Rappresenta con la TI-73 i grafici e le tabelle delle funzioni  
 $y = 2x$ ,  $y = 2/3 x$ ,  $y = -5x$ ,  $y = -1/3 x$
- ❑ Che cosa hanno in comune queste rette?
- ❑ Quali appartengono al primo e al terzo quadrante e perché?
- ❑ Quali appartengono al secondo e al quarto quadrante e perché?
- ❑ Rappresenta con la calcolatrice grafici e tabelle delle funzioni  
 $y = -2/5 x - 3$ ,  $y = 4x - 5$ ,  $y = x + 4$
- ❑ Che cosa noti ?

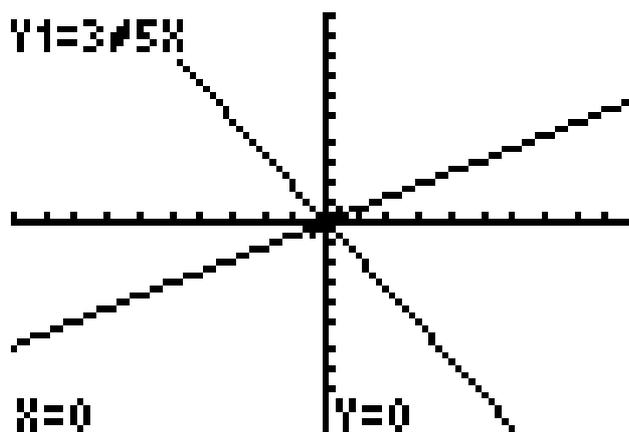
## ATTIVITA' DI GEOMETRIA ANALITICA

### RETTE PERPENDICOLARI

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=3/5X
\Y2=-5/3X
\Y3=
\Y4=
```

X	Y1	Y2
-4	-2.4	6.6667
-3	-1.8	5
-2	-1.2	3.3333
-1	-.6	1.6667
0	0	0
1	.6	-1.6667
2	1.2	-3.3333

X = -4

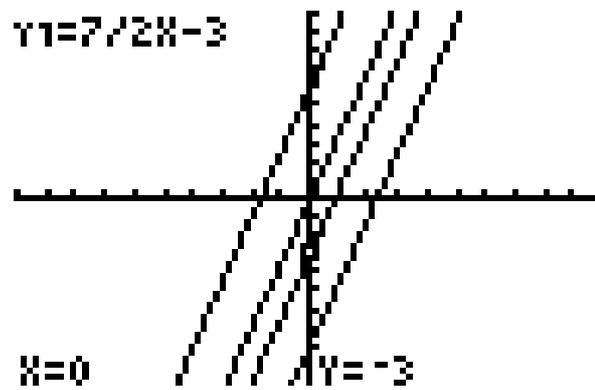


Ndr – Le rette  $y_1$  e  $y_2$  non appaiono perpendicolari perché sul display le unità di misura sui due assi non sono uguali. Se invece, attivando il comando WINDOW, stabiliamo ad esempio  $x_{min} = -12$ ,  $x_{max} = 12$  e  $y_{min} = -8$ ,  $y_{max} = 8$ , otteniamo sui due assi segmenti congruenti (sullo schermo) e quindi, nel caso precedente, rette perpendicolari (sullo schermo).

# ATTIVITA' DI GEOMETRIA ANALITICA

## RETTE PARALLELE

Plot1 Plot2 Plot3  
 $Y_1 = 7/2X - 3$   
 $Y_2 = 7/2X$   
 $Y_3 = 7/2X - 8$   
 $Y_4 = 7/2X + 6$



X	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	X	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>
-3	-13.5	-10.5	-3	-18.5	-4.5
-2	-10	-7	-2	-15	-1
-1	-6.5	-3.5	-1	-11.5	2.5
0	-3	0	0	-8	6
1	0.5	3.5	1	-4.5	9.5
2	4	7	2	-1	13
3	7.5	10.5	3	2.5	16.5

$Y_1 = 7.5$

$Y_4 = 16.5$

## **Statistica**

- Rielaborazione dei dati di una intervista sulla raccolta differenziata dei rifiuti [IC di Borgo Tossignano (BO)]

# Rielaborazione dei dati di una intervista sulla raccolta differenziata dei rifiuti domestici

Elisabetta De Maria e Patrizia Donini, Istituto Comprensivo di Borgo Tossignano (BO) - Scuole medie di Fontanelice e Casalfiumanese

[Schede per gli studenti](#)

## Creazione di una lista (Editor di lista LIST):

Analisi delle risposte alla domanda relativa ai materiali raccolti in modo differenziato

- ❑ Create una nuova lista, oltre L6, assegnando un nome a piacere (es:MATER), scegliendo le lettere dall'editor di testo 2nd (TEXT)
- ❑ Immettete gli elementi nella lista nominata (es. MATER)
- ❑ Le liste accettano sia elementi numerici che di testo (le liste che contengono elementi di testo sono chiamate liste categoriche)
- ❑ Inserite i nomi di sette materiali dell'intervista (escludendo filtri, stoffe, ingombranti e ferro), dall'Editor di testo 2nd (TEXT)
- ❑ Nel caso di liste categoriche, scrivere il primo elemento tra virgolette
- ✓ Per cancellare tutti gli elementi di una lista:  
2nd (STAT) OPS 3: ClrList ENTER
- ✓ Per cancellare tutti gli elementi di tutte le liste,  
2nd (MEM) 6: ClrAllLists ENTER
- ✓ Usate il menu 2nd STAT Ls per accedere ai nomi di liste conservate nel menu della calcolatrice (da L1 a L6) e quindi per accedere alle liste utente in ordine alfabetico.
- ❑ Inserite in un'altra lista, chiamata ad es.FREQ (frequenza assoluta), i valori della frequenza assoluta ottenuti nell'intervista.

## Definizione del diagramma statistico

Dopo aver memorizzato gli elementi nelle due liste rinominate, definite il diagramma statistico nel seguente modo:

- Impostazione di (WINDOW): decidere i valori Xmin (ad es.0), Xmax (ad es.10); Ymin (ad es. 0) e Ymax (ad es. 50)
- Premete 2nd (PLOT) per visualizzare lo schermo del menu STAT PLOT
- Selezionate PLOT1 e On
- Scegliete quindi il tipo di diagramma statistico, usando le frecce
- Selezionate L1 di CategList
- Premete i tasti 2nd STAT
- Selezionate la lista corrispondente all'asse delle x
- Selezionate quindi L2 di CategList
- Premete i tasti "2nd STAT
- Selezionate la lista corrispondente all'asse delle y
- Premete (GRAPH) per visualizzare il diagramma statistico (grafico a barre)
- Attivato il diagramma, potete premere (TRACE) e usare le frecce per muovervi da un punto all'altro
- Scegliete quindi un altro tipo di diagramma (aerogramma, ideogramma....)

- Continuate la costruzione di nuove liste e di diagrammi relativi agli altri dati dell'intervista sui rifiuti.

**Analisi statistica:** calcolo di alcuni valori di sintesi: media, moda, mediana

IL menu 2nd(STAT) MATH permette di eseguire analisi statistiche con liste:

- 1: min(            permette di trovare il minimo tra due numeri reali, liste, espressioni
- 2: max(            restituisce il massimo di due numeri reali di una lista
- 3: mean(           permette di trovare la media di tutti i valori di una lista
- 4: median(         restituisce la mediana dei valori di una lista
- 5: mode(           permetti di trovare il valore che capita più spessi in una lista
- 6: stdDev(         permette di trovare la deviazione standard dei valori di una lista
- 7: sum (            restituisce la somma di tutti i valori di una lista

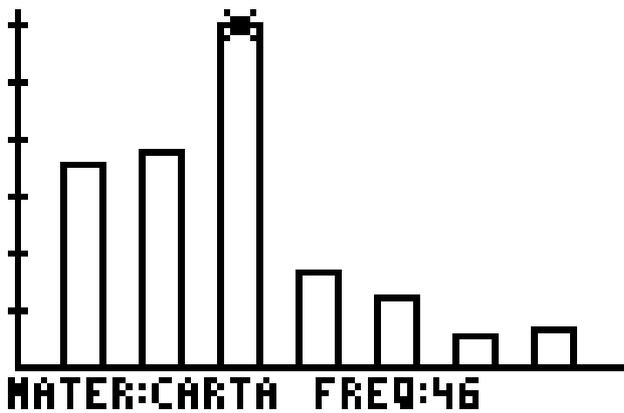
- Mode( MATER, FREQ) , da 2nd STAT MATH ENTER : si trova la moda .....
- Median(FREQ) ENTER: si trova la mediana .....
- Mean(FREQ) .....

### ATTIVITA' DI STATISTICA

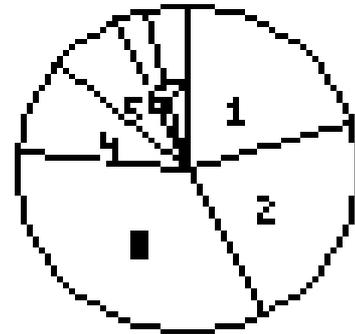
I RIFIUTI RACCOLTI IN MODO DIFFERENZIATO A FONTANELICE: DATI RICAVATI DA UN'INTERVISTA CHE I RAGAZZI HANNO PROPOSTO AD UN CERTO NUMERO DI FAMIGLIE DEL PAESE. I DATI DELL'INTERVISTA SONO STATI ELABORATI ANCHE CON EXCEL PER MIGLIORARE LA QUALITA' DELLA RAPPRESENTAZIONE

MATER c	FREQ	----- 7
VETRO	27	
PLAST	29	
CARTA	46	
ALLUM	13	
ORGAN	9	
PILE	4	
FARMA	5	

MATER(1)=VETRO



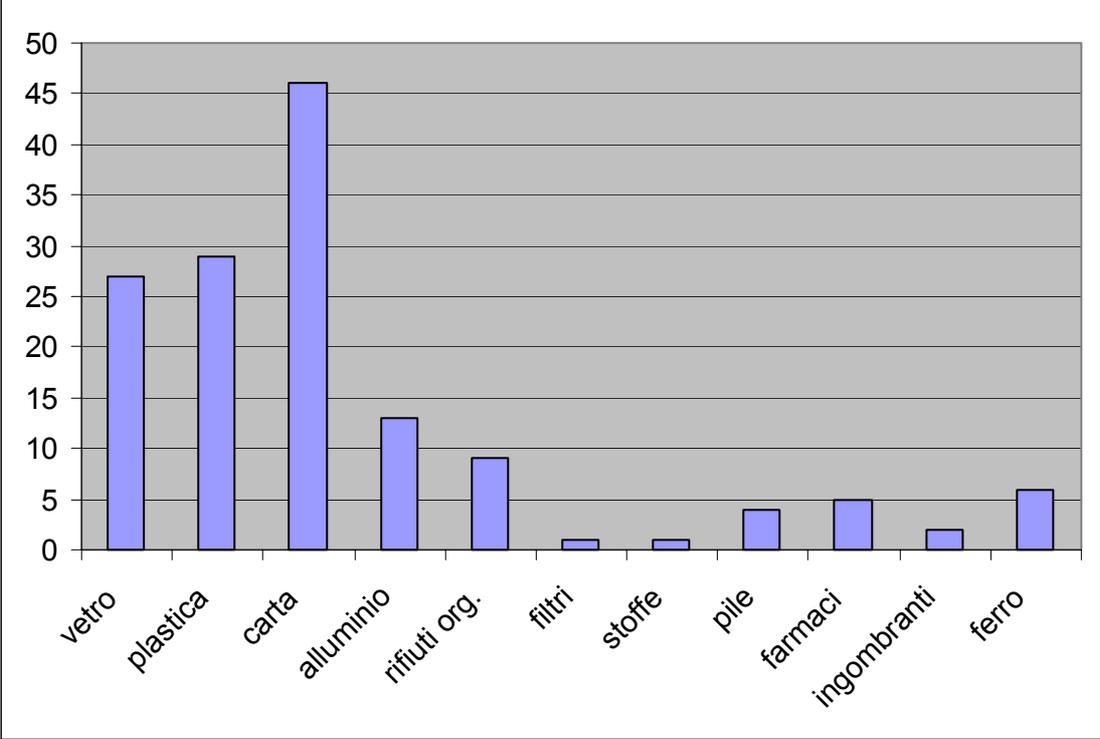
- 1: 27
- 2: 29
- 3: 46
- 4: 13
- 5: 9
- 6: 4
- 7: 5



MATER: CARTA FREQ: 46

```
mode( LMATER, LFRE
Q
      ("CARTA")
median( LFREQ    13
mean( LFREQ     19
```

Grafico Excel



## Calcoli

- Esplorazioni in campo matematico [SM "Via Ribolle" di Forlì ]
- Noi e la TI-73 [IC n. 10 di Bologna]

# Esplorazioni in campo matematico

Giuseppe Giacometti, Scuola media "Via Ribolle" di Forlì

## Esperienze in classe

### Come organizzare il lavoro in classe

Quando si vuole operare utilizzando il view-screen è consigliabile portarsi in un'aula-laboratorio.

La situazione ottimale si raggiunge avendo a disposizione una calcolatrice per alunno: il visore è piccolo ed in due si segue con fatica. Quando, invece, si lavora a coppie occorre guidare l'alternanza nell'uso della calcolatrice e nella trascrizione del lavoro svolto sul quaderno o sulla scheda o su foglio protocollo.

Si consiglia di consegnare la calcolatrice senza la busta protettiva che, per qualche alunno, potrebbe essere occasione di distrazione.

Molto utile, almeno durante le prime lezioni, risulta il riferimento al cartellone murale che riporta in grande la tastiera della calcolatrice sul quale l'insegnante può indicare, di volta in volta, la sequenza dei tasti da digitare mentre un alunno può operare direttamente sulla calcolatrice collegata al view-screen.

Durante le esercitazioni occorre procedere con calma, fermandosi a discutere insieme quando necessario, lasciando il tempo per trascrivere sui quaderni il lavoro svolto (rintracciabile sull'home-screen) avendo cura di ripetere più volte esercizi dello stesso tipo introducendo progressivamente qualche variante: per questo è opportuno dedicare ad ogni esercitazione due ore (o unità) di lezione.

La preventiva predisposizione di schede da parte dell'insegnante, che esprime accuratezza e riflessione, è raccomandabile ma non estremamente necessaria. Nelle scuole in cui sono i ragazzi stessi a pagare le fotocopie si può benissimo ovviare a costi eccessivi tramite schede realizzate su lucido e proiettate con la lavagna luminosa. Sempre è comunque raccomandabile che i ragazzi siano sollecitati a registrare sul loro quaderno il lavoro svolto per poterlo rendere oggetto di successive osservazioni.

Sono riportate, a scopo esemplificativo, alcune schede di attività svolte

**ESERCITAZIONE DI CALCOLO** ( classe prima – ripasso delle operazioni e delle loro proprietà – fine primo quadrimestre)

1. Puoi utilizzare solo i tasti indicanti le quattro operazioni ed il tasto 5. Devi ottenere come risultato 9. Qual è il minimo numero di tasti da premere per raggiungere il risultato assegnato?
2. Calcola quale superficie dovrebbe avere una piazza per poter permettere ai 107 000 abitanti di Forlì di potersi disporre in piedi con  $\frac{1}{4}$  di metro quadrato a disposizione. Confrontala con la piazza A. Saffi avente le dimensioni di 132 m e 88 m :
3. In una gara di calcolo mentale a coppie un giocatore enuncia l'operazione (ad es.  $9 \cdot 12$ ) e calcola il prodotto con la calcolatrice. L'altro giocatore calcola mentalmente, in 30 s, e scrive o dichiara il risultato. Dopo 10 operazioni i ruoli si scambiano. Vince chi totalizza il maggior punteggio su 100 prove.
4. Cerchia le operazioni che hanno risultato uguale a quella indicata nell'ovale:

$$20 \cdot (26 + 35)$$

$$(20 \cdot 26) + 35 =$$

$$26 \cdot (20 + 35) =$$

$$(20 \cdot 26) + (20 \cdot 35) =$$

$$(26 + 35) \cdot 20 =$$

$$20 \cdot 61 =$$

$$20 \cdot (35 + 26) =$$

5. Calcola i risultati delle seguenti moltiplicazioni e, generalizzando la disposizione delle cifre ottenute, prevedi direttamente gli ultimi prodotti indicati :

$$9 \cdot 9 =$$

$$9\,999 \cdot 9\,999 =$$

$$99 \cdot 99 =$$

$$99\,999 \cdot 99\,999 =$$

$$999 \cdot 999 =$$

$$999\,999 \cdot 999\,999 =$$

6. Calcola le somme seguenti e cerca la formula generale che le rappresenta tutte:

$$1^3 + 2^3 =$$

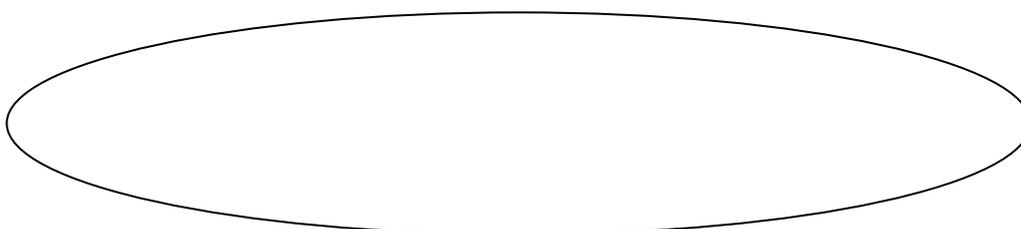
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 =$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 =$$



**SCHEDA DI LAVORO SULLE TERNE PITAGORICHE** (classe seconda - giugno - lavoro a coppie - 2 ore)

Le terne di numeri, naturali o decimali, che possono essere i lati di un triangolo rettangolo sono chiamate “terne pitagoriche” e, in generale, possono essere indicate con le lettere a, b e c

	a	b	c	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup> = c <sup>2</sup>
	7	24	25	49	576	625	49 + 576 = 625
*2							
*3							
*n							
/5							
/12							
/7							
/n							

Le terne pitagoriche formate dai più piccoli numeri naturali sono chiamate “terne pitagoriche primitive”. Da esse, infatti, moltiplicando o dividendo, per uno stesso numero, si possono derivare infinite altre terne.

**Se a è uno dei numeri della terna gli altri due si possono ricavare applicando queste formule**

$$b = \frac{a^2 - 1}{2} \qquad c = \frac{a^2 + 1}{2}$$

È interessante verificare l'esattezza di queste formule attraverso una serie di esempi, scelti a piacere:

Calcolo delle terne			Verifica			
a	b=(a <sup>2</sup> -1)/2	c=(a <sup>2</sup> +1)/2	a <sup>2</sup>	b <sup>2</sup>	c <sup>2</sup>	a <sup>2</sup> + b <sup>2</sup> = c <sup>2</sup>
2	1,5	2,5	4	2,25	6,25	4+2,25=6,25
3	4	5	9	16	25	9+16=25
4						
5						
6						
7						
10						
15						
91						
98						

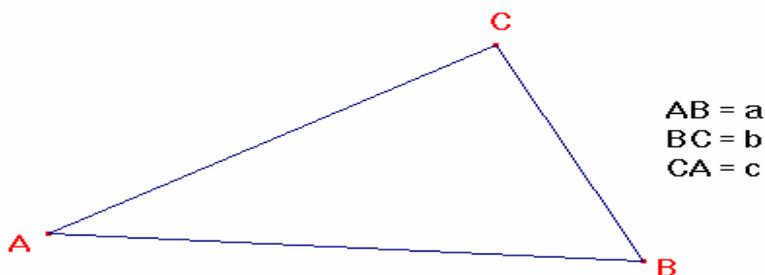
Osserva i risultati ottenuti e cerca di rispondere ai seguenti quesiti:

- cosa accade se ad a si attribuisce il valore 1?
- cosa accade quando ad a vengono attribuiti valori pari?
- cosa accade quando ad a vengono attribuiti valori dispari?
- è possibile attribuire ad a valori decimali?

## SCHEDA DI LAVORO SULLE TERNE ERONIANE (classe seconda - giugno – lavoro a coppie – 2 ore)

La formula di Erone, per il calcolo dell'area di un triangolo di cui siano note le lunghezze dei lati, è proposta dalla maggior parte dei libri di testo nonostante non sia possibile fornirne una giustificazione a causa delle limitate conoscenze degli alunni di seconda media. Vale la pena presentarla ai ragazzi di seconda media perché li rende capaci di calcolare l'area di qualsiasi "campo poligonale". Siccome non si ricava attraverso il ragionamento nessuno è tenuto a ricordarla mnemonicamente: per questo gli alunni sono invitati a produrre un congruo numero di cartelloni, riportanti l'algoritmo eroniano, che saranno dislocati alle pareti dell'aula in modo tale che tutti possano, in qualsiasi momento, avervi accesso.

$$a+b+c = p \quad ; \quad p:2 = p/2 \quad ; \quad S(ABC) = \sqrt{(p/2*(p/2-a)*(p/2-b)*(p/2-c))}$$



**Le terne di numeri interi che permettono di ottenere un valore esatto dell'area sono dette "terne eroniane". Verifica se le seguenti terne sono di questo tipo:**

a	b	c	a+b+c = p	p:2 = p/2	S(ABC)= $\sqrt{(p/2*(p/2-a)*(p/2-b)*(p/2-c))}$
4	13	15			
17	25	28			
25	39	40			
34	65	93			
35	53	66			
37	91	96			
52	73	75			
57	82	89			
76	89	95			
78	95	97			

Per renderti conto dell'effettiva affidabilità della formula di Erone risolvi i seguenti problemi:

- 1) Calcola l'area di un rettangolo avente le dimensioni di 5 e 12 unità sia con la formula base\*altezza sia con la formula di Erone (dopo aver calcolato la lunghezza della diagonale applicando il teorema di Pitagora).
- 2) Determina l'area di un trapezio rettangolo avente le basi di 91 e 11 unità, il lato obliquo di 100 unità, il lato perpendicolare alle basi di 60 unità sia mediante la formula usuale sia mediante la formula di Erone (dopo aver determinato la lunghezza delle due diagonali applicando il teorema di Pitagora).

Esplorazione di proprietà:

- 3) Se raddoppio tutte e tre le dimensioni di un triangolo come cambia la sua area?  
Se moltiplico per 5 tutte e tre le dimensioni di un triangolo ottengo un triangolo simile a quello dato? Verifica che l'area ottenuta è 25 volte più grande di quella del triangolo dato.

**SCHEDA DI LAVORO SULLA RADICE QUADRATA** (classe seconda - primo quadrimestre – due ore – lavoro a coppie)

Completa la seguente tabella seguendo l'esempio:

numero	cifre decimali	troncamento	approssimazione per difetto	approssimazione per eccesso	arrotondamento
8,7082039	1	8,7	8,7	8,8	8,7
8,7082039	2				
8,7082039	3	8,708	8,708	8,709	8,708
8,7082039	6				
$\sqrt{2}=1,4142\dots$	1				
$\sqrt{2}=1,4142\dots$	2				
$\sqrt{2}=1,4142\dots$	3				
$\sqrt{2}=1,4142\dots$	4				
$\sqrt{3}=1,732\dots$	1				
$\sqrt{3}=1,732\dots$	2				
$\sqrt{3}=1,732\dots$	3				
$\sqrt{5}=\underline{\hspace{2cm}}$	1				
$\sqrt{15}=\underline{\hspace{2cm}}$	2				
$\sqrt{35}=\underline{\hspace{2cm}}$	3				
$\sqrt{45}=\underline{\hspace{2cm}}$	4				

## OLTRE IL CALCOLO ARITMETICO (classe terza – secondo quadrimestre)

1. Conversione del valore da lire italiane ad euro:

lire it.	50	100	200	300	400	500	1000	10000	50000
euro									

Imposta la modalità di approssimazione alla seconda cifra decimale ( **MODE Float 2 ENTER 2<sup>nd</sup> QUIT**), esegui i calcoli indicati e, considerando i risultati ottenuti, stabilisci se si può affermare l'esistenza di una relazione di proporzionalità diretta fra il valore in lire italiane ed il valore in euro.

Puoi ripetere l'esercizio, in modo più veloce e sicuro, impostando come costante la divisione per 1936,27 ( **2<sup>nd</sup> SET C1= /1936,27 2<sup>nd</sup> QUIT**).

2. Trascrivi i valori numerici assegnati nella corrispondente notazione scientifica:

normale	100	450	500	1000	2350	3900	5550
Notazione scientifica							

normale	10000	44500	50000	110000	235000	1390000	25500000
Notazione scientifica							

Controlla l'esattezza del lavoro svolto mediante la calcolatrice TI 73 impostando la scrittura del numero in notazione scientifica ( **MODE Sci ENTER 2<sup>nd</sup> QUIT** )

3. Stabilisci il valore di verità delle seguenti scritture ( si conviene di attribuire al valore 1 il significato di "corretto, esatto, vero" ed al valore 0 "sbagliato, non corretto, falso" ) :

a)  $3 * 2 + 4 = 2 * 5 - 1$  \_\_\_\_\_                      b)  $3 * ( 2 + 4 ) = 2 * 5 + ( 2 * 3 * 2 )$  \_\_\_\_\_

c)  $4 + 3 > 2 * 3$  \_\_\_\_\_                                      d)  $18 : 3 - 4 * 2 < 15 : 3 - 5 + 3$  \_\_\_\_\_

e)  $12 : 6 + 8 : 2 \geq 4 + 2 * 1$  \_\_\_\_\_                      f)  $(4+3)*3 > 4^2 + 4^1$  and  $2^3 = 8$  \_\_\_\_\_

g)  $(-3)*(+7) = +21$  or  $(-20) : (-5) = +4$  \_\_\_\_\_                      h)  $(-3 + 5) * (+6 - 7) \leq 0$  and  $7 + 1 \neq 8$  \_\_\_\_\_

Controlla con la calcolatrice il lavoro svolto attivando gli operatori logici dal menu **2<sup>nd</sup> TEXT**.  
 Scrivi, poi, almeno dieci esercizi simili e sfida il tuo compagno di banco a stabilirne il valore di verità e tu controllane la correttezza con la calcolatrice.  
 Scambiate i ruoli.

## Noi e la TI-73

Paola Schenone e la 3R, Istituto Comprensivo n. 10 di Bologna - Scuola media Besta

Ad alcune schede riguardanti un modello di calcolatrice della Texas I. (Galaxy 40), prodotte anni fa all'interno di un corso di aggiornamento coordinato dalla Prof.ssa Rinaldi Carini, ne sono state aggiunte altre, fino a raggiungere un totale di 32 schede riguardanti i programmi di prima e seconda media.

Durante l'anno scolastico 2000-2001 ho illustrato quelle riguardanti il programma di seconda agli alunni della classe 3R nella quale insegnavo, approfittando del ripasso del programma dell'anno precedente che solitamente si effettua all'inizio di ogni anno scolastico.

I ragazzi si sono assunti il compito di riscrivere le schede, adattandole alla nuova calcolatrice TI-73.

Le schede prodotte sono state sperimentate anche quest'anno da altri alunni di terza, grazie alla collaborazione delle colleghe di Matematica di tali classi.

P. Schenone

Durante un'ora di L.O.I. (laboratorio orientamento pratica informatica), l'insegnante di matematica, avendo accettato assieme ad altri insegnanti della scuola la proposta di sperimentare una nuova calcolatrice scientifica della Texas Instruments, ha coinvolto per primo il nostro gruppo. La prof. ce ne aveva già parlato in classe infatti la scuola aveva avuto in prestito 12 calcolatrici perché potessero essere sperimentate dagli alunni.

La prof. Schenone si è seduta accanto a noi ed ha iniziato a darci le informazioni basilari: come accendere e spegnere, la possibilità di utilizzare le parentesi ed i tasti principali in modo da svolgere anche espressioni. Noi quattro eravamo molto interessati ed abbiamo iniziato subito a premere i tasti, tentando di capire le possibilità della calcolatrice. Il giorno seguente, durante l'ora di matematica, l'insegnante ci ha assegnato il compito di scrivere una scheda che riassume le informazioni principali per muoversi sulla calcolatrice. Successivamente la prof. ci ha illustrato alcune schede prodotte dai suoi vecchi alunni e riguardanti un modello di calcolatrice precedente e ci ha affidato il compito di riscriverle adattandole alla nuova.

Queste schede trattavano una serie di argomenti riguardanti il programma di seconda: approssimazione dei numeri decimali, semplificazione di una frazione, frazioni equivalenti potenze di frazioni, passaggio da frazione a numero decimale, ricerca del minimo fattore che renda un numero qualsiasi quadrato perfetto e la radice quadrata dei numeri non quadrati perfetti.

Con i nostri compagni abbiamo prodotto tredici schede per affrontare questi argomenti. In questo modo, mentre correggevamo le schede, portavamo avanti un utile ripasso del programma.

L. Jiang  
J. Mariotti  
A. Menabò  
L. Millaci  
A. Zani

<b>SCHEDA</b> 1	<b>Primo approccio con la calcolatrice TI 73</b>
--------------------	--

1. Per accendere premere il tasto **ON**
2. Per spegnere premere il tasto **2nd** e poi **ON**  
Per prolungare la durata delle pile la calcolatrice è dotata di un sistema di spegnimento automatico dopo alcuni minuti di non uso; i dati inseriti restano comunque in memoria.
3. Esegui alcune operazioni, ricordando che per ottenere i risultati devi premere il tasto **ENTER (=)**
  - Se vuoi scrivere la stessa operazione senza il risultato, invece di digitarla di nuovo premi il tasto **2nd ENTER**.
4. Per cancellare  
Proponi alla calcolatrice qualche operazione e ..... verifica i seguenti casi:
  - a) Se non hai ancora risolto l'operazione puoi cancellare un singolo carattere evidenziandolo con il cursore e premendo il tasto **CLEAR** oppure correggerlo portando il cursore sul carattere da cancellare e premere il numero corretto.
  - b) Se invece vuoi cancellare una sola riga, devi portare il cursore sulla riga stessa e premere il tasto **CLEAR**.
  - c) Un altro modo per cancellare è andare col cursore su un carattere e premere il tasto **DEL** (delete).
  - d) Se il cursore è sotto alle righe scritte, con il tasto **CLEAR** è possibile pulire completamente il monitor senza cancellare i dati che restano in memoria. Se si preme il tasto direzionale con la freccia verso l'alto, infatti, si ritrovano i dati che sembravano cancellati.
5. Per stabilire quante cifre decimali vuoi vedere nel risultato
  - premi il tasto **MODE**
  - porta il cursore sul numero voluto con i tasti direzione
  - fissa il numero scelto con **ENTER**.
  - esci dal menù premendo il tasti **2nd** e **QUIT**

<b>SCHEDA 20(a)</b>	<b>L'approssimazione dei numeri decimali</b>
-------------------------	--

1. Supponiamo di dover eseguire un'operazione:

a) Fissa in MODE il cursore dei decimali sull'1 (uno) ed esegui questo calcolo:

$$1 \times 2,4 = \dots\dots\dots$$

b) Ora, sposta il cursore dei decimali sul 2 (due) e prova con la stessa operazione:

$$1 \times 2,4 = \dots\dots\dots$$

Cosa cambia tra il primo ed il secondo risultato? .....

Quale cifra decimale è stata eliminata nel primo risultato? .....

2. Riproviamo

a) Prova ora con un'altra operazione:

$$12,12 + 1,004 = \dots\dots\dots$$

b) Porta ora il cursore dei decimali su 3 per riprovare lo stesso calcolo ma questa volta digita 2<sup>nd</sup> ENTER per non dover riscrivere gli addendi.

$$12,12 + 1,004 = \dots\dots\dots$$

Osserva i 2 risultati, perché il secondo è maggiore del primo? .....

.....

3. Esegui adesso questa serie di operazioni, fissando tre decimali sulle operazioni di destra e due decimali sulle operazioni di sinistra:

$$12,12 + 1,006 = \dots\dots\dots$$

$$12,12 + 1,006 = \dots\dots\dots$$

$$5,06 + 2,527 = \dots\dots\dots$$

$$5,06 + 2,527 = \dots\dots\dots$$

$$3,42 + 6,558 = \dots\dots\dots$$

$$3,42 + 6,558 = \dots\dots\dots$$

Osserva i centesimi ottenuti nelle tre operazioni di destra con quelli ottenuti in quelle di sinistra e scrivi qui sotto:

.....

che cosa noti? .....

.....

Osserva attentamente i millesimi ottenuti nelle tre operazioni di destra, scrivi qui di seguito:

e confrontali con i decimali che la calcolatrice ha eliminato nelle operazioni dei punti 1 e 2:

che differenza noti? .....





<b>SCHEDA</b> 22	Individuare il numero per cui semplificare una frazione
---------------------	---

Si usa essenzialmente il tasto **SIMP** che permette di far eseguire al calcolatore, quando possibile, la semplificazione di una frazione non ridotta ai minimi termini per un numero proposto dall'operatore.

Prima però controlla che la semplificazione non sia automatica in MODE selezionando **MANSIMP** con ENTER ed uscendo dal menu con 2nd QUIT.

1. Digita 15/27, leggi le osservazioni seguenti e scrivi quello che vedi sul visore:

- a) la frazione data non è ridotta ai minimi termini,
- b) prevedi per quale numero la puoi semplificare e verifica la tua previsione digitando SIMP n° previsto, .....
- c) se la previsione è corretta il calcolatore esegue la semplificazione e scrive la frazione semplificata a destra del visore, altrimenti ridà la frazione di partenza.  
.....

2. Prova quindi con 16/20 e ripeti b) e c) fino ad ottenere la frazione ridotta ai minimi termini e completa scrivendo i tasti da te usati e tutte le frazioni ottenute.

.....  
 .....  
 .....

### ESERCITAZIONE

$\frac{20}{40} =$  .....

$\frac{70}{35} =$  .....

$\frac{42}{60} =$  .....

$\frac{33}{66} =$  .....

<b>SCHEDA</b> <b>23</b>	<b>Come ottenere frazioni equivalenti ad una frazione assegnata</b>
----------------------------	---

La TI-73 esegue sulle frazioni tutte le operazioni dell'aritmetica.

E' anche in grado di trasformare, quando è possibile, una data frazione nella frazione decimale equivalente.

1. A questo scopo utilizziamo ancora il tasto  $\frac{\square}{\square}$  che trasforma sia la frazione in numero decimale, che il numero decimale in frazione decimale.

Ad esempio, digita 3 b/c 4  $\frac{\square}{\square}$  ENTER e ancora  $\frac{\square}{\square}$  ENTER

Scrivi ciò che vedi sul monitor e come si chiama l'ultima frazione che appare:

.....  
 .....

Ricordati (vedi schede 21 e 22) che col risultato compare sul visore una freccia che è il segno di "frazione riducibile" e che per ridurre la frazione ottenuta bisogna digitare:

SIMP ENTER e la semplificazione si compie automaticamente oppure

SIMP "n" ENTER e la semplificazione ha luogo se il numero "n" scelto divide numeratore e denominatore della frazione.

Ad esempio:

se si digita 20 b/c 4 SIMP ENTER

se si digita 20 b/c 4 SIMP 4 ENTER

Utilizzando il tasto SIMP, nell'una o nell'altra delle due forme indicate, si può trovare di ogni frazione la sua equivalente ma ridotta ai minimi termini.

Nell'eseguire questa operazione la calcolatrice applica il "principio di equivalenza" delle frazioni noto anche come "proprietà invariante".

**ESERCITAZIONE:**

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni e scrivi anche i risultati intermedi:

348/300 .....

144/360 .....

150/125 .....

Trova la frazione generatrice di 84/96 .....

<b>SCHEDA</b> <b>24</b>	<b>Per ottenere una classe di equivalenza</b>
----------------------------	---

Il principio di equivalenza delle frazioni si può applicare anche per ottenere la classe di equivalenza di una frazione data.

Allo scopo conviene utilizzare la memoria e si moltiplicherà la stessa frazione usando il tasto **CONST** per i fattori: 2/2, 3/3, 4/4, 5/5, 6/6..... come indicato di seguito.

Prima però controlla che la semplificazione non sia automatica in **MODE** selezionando **MANSIMP** con **ENTER** ed uscendo dal menu con **2nd QUIT**.

2nd SET x 5/7 ENTER 2nd QUIT 2/2 CONST 3/3 CONST.....

Continua tu e compila la tabella qui sotto con i risultati ottenuti:

$\frac{5}{7}$	—	—	—	—	—
---------------	---	---	---	---	---

**ESERCITAZIONE**

Calcola i primi cinque termini della classe di equivalenza delle frazioni 1/2 e 5/6 (come abbiamo fatto con 5/7) compilando le relative tabelle.

$\frac{1}{2}$	—	—	—	—	—
---------------	---	---	---	---	---

$\frac{5}{6}$	—	—	—	—	—
---------------	---	---	---	---	---

Quali altri tasti della calcolatrice potresti sfruttare per ottenere lo stesso scopo?.....

Fai una tua ipotesi e confronta i tempi di esecuzione dei calcoli per scegliere la strategia più veloce.

.....  
 .....  
 .....

<b>SCHEDA</b> <b>25</b>	<b>La frazione e il numero misto</b>
----------------------------	--------------------------------------

Questa scheda ci offre l'opportunità di scoprire un tasto nuovo ed efficace: il tasto **Ab/c↔d/e**.

1. Digita dunque i seguenti tasti senza digitare ENTER:

21 b/c 4 Ab/c↔d/e .....

scrivi che cosa vedi sul monitor ed esegui ancora una trasformazione:

26 b/c 3 Ab/c↔d/e .....

rispondi alle seguenti domande:

- Che tipo di frazioni ti sono state proposte? .....

- Prova a digitare il tasto ENTER; che cosa ottieni? .....

- Con quale operazione è stato ottenuto il primo numero? .....

Scrivile qui: .....

- Con quale operazione sono stati ottenuti i numeratori delle frazioni? ...

Scrivile qui: .....

2. Prova adesso ad eseguire le seguenti operazioni e confronta i risultati ottenuti con le risposte che hai appena dato:

$5 + 1 / 4 = \dots\dots\dots$

$8 + 2 / 3 = \dots\dots\dots$

**CONCLUDENDO**

Per trasformare una frazione ..... in un numero misto si ..... il ..... per il ....., al risultato si somma una ..... che ha per ..... il ..... della ..... e per ..... lo stesso della frazione data.

**ESERCITAZIONE**

Trasforma in numeri misti le seguenti frazioni:

$28/5 = \dots\dots\dots$

$25/24 = \dots\dots\dots$

$6/5 = \dots\dots\dots$

e calcola le seguenti addizioni:

$4+1/3 = \dots\dots\dots$

$3+1/7 = \dots\dots\dots$

$2+3/7 = \dots\dots\dots$

<b>SCHEDA 26(a)</b>	<b>Riassumendo per operare con le frazioni</b>
-------------------------	--

La calcolatrice possiede cinque tasti (vedi schede 21, 22, 23, 24, 25) che permettono di eseguire operazioni con le frazioni:

- Il tasto **b/c** per la linea di frazione.  
Ad esempio, per leggere sul visore la frazione  $3/4$  basta digitare appunto 3 b/c 4.
- Il tasto **F↔D** per la trasformazione di frazioni in numeri decimali e viceversa (entro i limiti della capacità del calcolatore per operazioni di questo tipo).  
Ad esempio digitando 3 b/c 4 F↔D si legge sul visore 0,75 e digitando 0,75 F↔D si legge sul visore la frazione decimale  $75/100$  che, semplificata, dà la frazione equivalente  $3/4$ .
- Il tasto **SIMP** per ridurre una frazione ai minimi termini mediante semplificazione successive. Per verificare se una frazione può essere semplificata basta digitarla seguita dal segno di uguale.  
Se si digita 3 b/c 4 =, sul visore non si osserva nessun cambiamento; se si digita 16 b/c 24 =, sulla destra del visore compare la freccia rivolta verso il basso, che indica che la frazione è riducibile.  
La riduzione delle frazioni con il tasto SIMP può effettuarsi in due modi diversi; ma ricordati di selezionare **MANSIMP** in MODE:
  - a) Lascia la scelta del divisore comune alla macchina la quale sceglie sempre, di volta in volta, il divisore più piccolo. Ad esempio:  
16 b/c 24 SIMP = 8/12 SIMP = 4/6 SIMP = 2/3  
30 b/c 75 SIMP = 10/25 SIMP 2/5
  - b) Il divisore comune al numeratore e al denominatore viene scelto dall'operatore.  
Ad esempio:  
16 b/c 24 SIMP 2 = SIMP 2 = SIMP 2 =  
oppure  
16 b/c 24 SIMP 8 =  
Se i termini della divisione non sono divisibili per il numero scelto, questo non viene accettato e sul visore permane la frazione introdotta.  
14 b/c 16 SIMP 3 = 14/16 SIMP 2 = 7/8

<b>SCHEDA</b> <b>26(b)</b>	<b>Riassumendo per operare con le frazioni</b>
-------------------------------	--

- Il tasto **A**  $b/c \leftrightarrow d/c$  per la trasformazione delle frazioni improprie. Se ad esempio, si digita  $4 \frac{b}{c} 3 \text{ A } \frac{b}{c} \leftarrow d/c$  sul visore si legge  $1 \frac{1}{3}$  che vuol dire 1 unità più  $\frac{1}{3}$ .
- L'ultimo tasto è **CONST**.  
Questo viene utilizzato quando si deve effettuare più volte la stessa operazione (vedi scheda 24).  
Se digitiamo  $2^{\text{nd}}$  SET possiamo inserire nella memoria della calcolatrice una costante scrivendo dopo il segno di uguaglianza l'operazione che vogliamo venga effettuata più volte.

### ESERCITAZIONE

Digita alla calcolatrice le espressioni indicate di seguito, stabilisci quali operazioni rappresentano; semplifica, se richiesto, i risultati che si leggono sul visore.

- $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \dots\dots\dots$   
 $\sqrt{\frac{4}{9}} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{4}{5} - \frac{4}{5} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{5}{8} : \frac{15}{7} = \dots\dots\dots$   
 $\frac{2}{3} x^2 = \dots\dots\dots$   
 $\sqrt{\frac{3}{5}} = \dots\dots\dots$

<b>SCHEDA 27</b>	<b>Potenza di frazione</b>
----------------------	----------------------------

In una scheda delle precedenti abbiamo usato il tasto **CONST** (operatore costante) per calcolare la classe di equivalenza di una figura data (vedi scheda 24).

Ora, conoscendo la funzione di questo tasto, potresti usarlo anche per calcolare le potenze di una frazione?

Prova a digitare:

2nd SET x 2/3 ENTER 2nd QUIT 1 CONST CONST CONST.....

Se noti, davanti al risultato, viene scritto l'esponente della potenza calcolata.

**CONSEGNA:**

Calcola le potenze delle seguenti frazioni:

$(3/5)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$

$(2/7)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$

$(4/3)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$

Se la tua esperienza è stata positiva, prova adesso a rispondere ad una nuova domanda:

- Secondo te, esiste un altro tasto che ti permette di calcolare le potenze di frazioni? .....

Confronta i due metodi: .....

.....

.....

<b>SCHEDA 28</b>	<b>Passaggio da frazione a numero decimale</b>
----------------------	--

Per riflettere su questo problema la calcolatrice ti offre due possibilità:

- a) eseguire direttamente la divisione tra numeratore e denominatore
- b) utilizzare il tasto **F↔D** che esegue la trasformazione dopo aver digitato ENTER.

1. Dopo aver controllato con il tasto **MODE** (vedi scheda 1) il numero di decimali voluto, completa i seguenti esercizi (nel gruppo di destra per scrivere la frazione utilizza il tasto b/c):

1 : 4 = .....	1 / 4 F↔D .....
5 : 6 = .....	5 / 6 F↔D .....
2 : 3 = .....	2 / 3 F↔D .....

2. Dopo aver effettuato questo confronto:

- osserva attentamente il denominatore delle seguenti frazioni e scrivilo nella tabella scomposto in fattori primi:

4/5      1/3      6/7      4/15      3/2      7/9      1/6      4/18

- calcola il numero decimale con il tasto che preferisci e dopo aver fissato molte decimali

- scrivi quale tipo di numero decimale (NDL, NDIPS, NDIPM) si è generato dalla trasformazione delle frazioni

- completa la tabella:

Frazione	Denominatore	Numero decimale	Tipo di numero decimale
4/5			
1/3			
6/7			
4/15			
3/2			
7/9			
1/6			
4/18			

Osserva attentamente l'ultima frazione che, in un certo senso, è diversa dalle altre. Che cosa ha di diverso? .....

.....

<b>SCHEDA 29(a)</b>	<b>Come prevedere quale numero decimale si ottiene dividendo fra loro i due termini di una frazione</b>
-------------------------	---

Se osservi attentamente i risultati che hai scritto nella tabella della scheda 28 sono diversi per cui puoi dividere le frazioni che li hanno originati in due gruppi:

- a) quelle che danno luogo a numeri decimali limitati
- b) quelle che danno luogo a numeri decimali illimitati periodici.

NDL		NDIP	
Frazione	Denominatore	Frazione	Denominatore

Dopo averle separate con cura e controllato che all'interno di MODE sia stato selezionato MANSIMP, prova a ritrasformarle in frazione usando il tasto F $\square$ D e rispondi alle seguenti domande:

- Che cosa ottieni dai numeri decimali limitati? .....
- Che cosa ottieni dai numeri decimali illimitati periodici? .....  
.....
- Come si chiamano le frazioni che ottieni dai primi? .....

Osserva ora i denominatori delle frazioni date, così separate nei due gruppi, come sono i fattori di scomposizione del primo gruppo? ..... e quelli del secondo?  
.....

<b>SCHEDA 29(b)</b>	<b>Come prevedere quale numero decimale si ottiene dividendo fra loro i due termini di una frazione</b>
-------------------------	---

Puoi dividere ancora questo gruppo in altri due? .....

NDIP .....		NDIP .....	
Frazione	Denominatore	Frazione	Denominatore

Se hai fatto una buona analisi dovresti essere ormai in grado di scrivere la relazione che lega i numeri decimali ottenuti ed i fattori di scomposizione dei denominatori delle frazioni che li hanno originati .....

.....

.....

..... **ESERCITAZIONE**

Per verificare le tue ipotesi esercitati con qualche altro esempio da completare:

$$0,6 = 6 / \dots$$

$$1,6667 = 5 / \dots$$

$$1,3334 = 4 / \dots$$

$$1,4 = 7 / \dots$$

<b>SCHEDA 30</b>	<b>Ricerca del minimo fattore che renda un numero qualsiasi, quadrato perfetto</b>
----------------------	--

1. - Scomponi il numero 147 ed estrai la radice quadrata.

$$147 \quad \sqrt{147} = \dots\dots\dots$$

- Il numero 147 è un quadrato perfetto?.....
- Ora prova a moltiplicarlo per 3 ed estrai la radice quadrata del prodotto ..... Il risultato è un quadrato? .....
- Come mai ti è stato proposto di moltiplicare per 3? (per rispondere scomponi il prodotto ottenuto e analizza attentamente i fattori) .....
- Come devono essere, dunque, i fattori di scomposizione perché un numero sia QUADRATO PERFETTO? .....

2. - Adesso prova a prendere in considerazione un altro numero, ad esempio il 425.

- Prova a scomporre il numero 425 in fattori primi e controlla gli esponenti.

$$425 = \dots\dots\dots$$

- Quale potrà essere il MINIMO FATTORE che manca al 425 perché diventi un quadrato? .....
- Prova a moltiplicarlo per esso ed estrai la radice quadrata del prodotto .....
- Per aiutarti ti informo che dovresti ottenere come risultato 85.

**ESERCITAZIONE**

N°	√	scomposizione	fattore manc.	quadrato perf.
.....	.....	2x3x5	.....	.....
.....	.....	.....	5	100
48	.....	.....	.....	.....
.....	11,22	.....	.....	1764
.....	.....	2x5x7	.....	.....

<b>SCHEDA 32(a)</b>	<b>Sintesi sulle operazioni con le frazioni ed i limiti delle capacità della calcolatrice nella rappresentazione di frazioni.</b>
-------------------------	---

- **Addizione** - La macchina calcola il mcm dei denominatori e dà il risultato segnalando l'eventuale necessità di riduzione.
- **Sottrazione** - La macchina procede come per l'addizione.
- **Moltiplicazione** - La macchina segue la regola nota: moltiplica fra loro i numeratori e fra loro i denominatori e chiede, se necessario, la semplificazione del risultato.
- **Divisione** - Anche in questo caso, la macchina segue la regola solita: moltiplica la prima frazione per il reciproco della seconda e segnala la eventuale riducibilità del risultato.
- **Elevamento al quadrato** - Si ottiene il quadrato di una frazione digitando, dopo di essa, come per i numeri interi e decimali, l'apposita funzione rappresentata dal tasto " $x^2$ ".
- **Elevamento a potenza qualsiasi** - Si ottiene usando, come per gli interi e le frazioni, il tasto CONST (costante) (vedi scheda 27).

Operando soprattutto con l'elevamento a potenza di una frazione si scoprono i limiti della calcolatrice nella loro rappresentazione.

Ad esempio, facendo calcolare le successive potenze di  $1/10$  si scopre che per le prime due (quadrato e cubo) la potenza viene data sotto forma di frazione, dalla quarta si passa alla notazione scientifica.

2nd SET X 1/10 ENTER 2nd QUIT Const 1/1000 Const 1.00000 x E<sup>-4</sup>

- **Radice quadrata** - Si ottiene, digitando prima della frazione, il tasto apposito " $\sqrt{\quad}$ ".
- **La frazione inversa** (o reciproca o simmetrica) - Viene data digitando dopo la frazione il tasto " $1/x$ ".
- **Classe di frazioni equivalenti** - Partendo da una certa frazione si ottiene applicando il principio di equivalenza e quindi moltiplicando numeratore e denominatore per 2, per 3, per 4 (vedi scheda 24).

# Parte III

## La TI-73 per le Scienze

### ▪ Introduzione ai sensori

- Lo strumento di misura classico
- Lo strumento universale
- Lo strumento universale nella didattica delle Scienze

### ▪ Temperatura e calore

- Specifiche tecniche dei sensori TI
- Il sensore per misurare le temperature
- Temperatura e calore [IC n. 10 di Bologna]
- Combustione degli alimenti [SM "Tasso - Boiardo" di Ferrara]
- Esperienze relative a temperatura e riscaldamento [SM "Via Ribolle" di Forlì ]

### ▪ Studio del moto

- Un percorso didattico con CBR
- Abbiamo disegnato il movimento [IC di Ozzano dell'Emilia (BO)]
- Forze e movimenti [SM di Finale Emilia (MO)]
- Osservazioni sul movimento di una persona [SM "Via Ribolle" di Forlì ]

## Introduzione ai sensori

- Lo strumento di misura classico
- Lo strumento universale
- Lo strumento universale nella didattica delle Scienze

# Lo Strumento di misura Classico

Barbara Pecori, Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

- **Uno strumento diverso per ciascuna misura**
- **Una struttura comune:**



Alcuni esempi

## Nel **termometro a mercurio**

- Il bulbo pieno di mercurio è il sensore
- Il capillare è l'interfaccia
- La scala graduata su cui scorre il menisco è l'indicatore

## Nel **cronometro**

- L'oscillatore è il sensore
- Gli ingranaggi sono l'interfaccia
- La lancetta che si muove sul quadrante è l'indicatore

## Nello **strumento a bobina mobile**

- la bobina piatta rotante attorno all'asse è il sensore,
- il magnete permanente e la molla di richiamo costituiscono l'interfaccia,
- la lancetta su scala graduata è l'indicatore.

**Questa struttura generale ci permette di intuire perchè l'elettronica ha potuto avere un impatto enorme nel mondo della strumentazione:**

- da un lato lo sviluppo tecnologico ha messo a disposizione una miriade di sensori che trasformano qualsiasi grandezza fisica in segnale elettrico
- dall'altro la straordinaria evoluzione della elettronica analogica e dei calcolatori digitali ha reso assolutamente più economico ed efficiente il processo di manipolazione di segnali elettrici rispetto a qualsiasi altro tipo di segnale.

# Lo Strumento Universale

Barbara Pecori, Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

➤ **Una struttura comune:**

**Sensore + Interfaccia + Microprocessore**

➤ **Lo stesso strumento per tutte le misure**

**La bilancia**, che utilizzava un dispositivo meccanico per confrontare la massa di un oggetto con quella di masse note, è oggi ovunque sostituita da un sensore di forza calibrato, da un circuito per la manipolazione del segnale da esso prodotto, e da un visore numerico che mostra il valore del segnale elaborato.

**Il termometro** a mercurio che sfruttava l'espansione del fluido per spostare il menisco in un capillare graduato è ormai soppiantato da un termistore il cui segnale, elaborato da un microprocessore viene mostrato su un display a cristalli liquidi.

**Il tachimetro** meccanico nelle vecchie automobili era costituito da un disco magnetizzato rotante, mosso da un cavo metallico collegato meccanicamente alle ruote, e affacciato ad un disco metallico mantenuto in posizione di riposo da una molla: le forze prodotte dalle correnti indotte nel disco metallico dal campo magnetico rotante lo fanno ruotare fino a che la forza elastica di richiamo produce una situazione di equilibrio, così che l'angolo di rotazione misura la velocità.

I moderni tachimetri usano invece un sensore di posizione che dà un segnale elettrico ad ogni giro della ruota della vettura: la frequenza degli impulsi viene tradotta da un circuito in un segnale che viene letto su un indicatore digitale.

**Il manometro** meccanico traduce la differenza di pressione tra l'interno e l'esterno di un tubo metallico curvo in uno spostamento della estremità chiusa del tubo (Bourdon Gauge): tale spostamento viene amplificato da un equipaggio meccanico che muove una lancetta davanti ad una scala graduata e ne permette la calibrazione in unità di pressione. Il manometro elettronico usa un sensore di forza (di solito piezoelettrico) che produce un segnale correlato allo sforzo applicato ad una membrana che separa i due ambienti a diversa pressione, un circuito per l'elaborazione di tale segnale ed un visore per la lettura del valore in uscita.

# Lo strumento universale nella didattica delle scienze

Barbara Pecori, Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

L'utilizzazione di uno strumento universale collegato ad un calcolatore (o ad una calcolatrice grafica) dotato di un software appositamente progettato consente:

- **rapidità e accuratezza** nell'acquisizione di **molti** dati relativi al fenomeno in esame
- possibilità di registrare i dati in formato facilmente **duplicabile e trasferibile**
- facilità e rapidità nella **rappresentazione grafica dei dati**
- facilità nella **manipolazione dei dati** (grafici, interpolazioni, confronti,...).

Nel laboratorio ciò consente notevole risparmio di tempo. Ma il risparmio di tempo e la semplificazione del lavoro sperimentale sono solo l'aspetto più appariscente: una analisi più accurata mostra che **le potenzialità didattiche** dell'uso di sistemi di acquisizione hanno uno spettro assai ampio.

- ◆ Rendendo disponibile una grande varietà di dati e immediatamente visualizzabili le loro interrelazioni, facilita il confronto fra i risultati di esperimenti in cui vengono fatti variare alcuni parametri significativi.
- ◆ L'utilizzazione di un solo sistema di acquisizione, invece dei singoli strumenti dedicati ad una specifica misura, offre allo studente maggiori possibilità di capire a fondo la logica della misura.
- ◆ La flessibilità d'uso dello strumento universale può stimolare l'iniziativa dei singoli studenti, portando i più intraprendenti a progettare e realizzare autonomamente esperimenti.
- ◆ Gli esperimenti possono essere condotti con attrezzatura portatile, direttamente in aule non attrezzate: si può portare il laboratorio agli studenti invece che gli studenti in laboratorio.
- ◆ Gli studenti possono riconoscere in questa strumentazione le stesse caratteristiche di molti moderni dispositivi: la *bilancia a due bracci* si trova oramai solo nella soffitta della nonna; fuori "nel mondo" si trovano ormai solo le bilance elettroniche. Nell'industria, nel terziario, nei laboratori di ricerca ormai tutti gli strumenti di misura sono costituiti da sensore-interfaccia-microprocessore e se vogliamo preparare studenti che sappiano affrontare le richieste del mondo del lavoro dobbiamo cominciare fin dai livelli più bassi di scolarità a fornire loro occasioni di utilizzare con spirito critico questo tipo di strumentazione.

## Temperatura e calore

- Specifiche tecniche dei sensori TI
- Il sensore per misurare le temperature
- Temperatura e calore [IC n. 10 di Bologna]
- Combustione degli alimenti [SM "Tasso - Boiardo" di Ferrara]
- Esperienze relative a temperatura e riscaldamento [SM "Via Ribolle" di Forlì ]

## SPECIFICHE TECNICHE DEI SENSORI TI

(versione semplificata liberamente tratta da CBL System Guidebook)

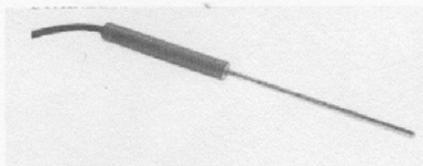
Il CBL2 è corredato di tre sensori per la misura della temperatura (in acciaio inossidabile), della luce emessa da una sorgente e della tensione.

Molti altri sensori possono essere utilizzati (per l'elenco aggiornato dei sensori e le loro caratteristiche consultare il sito web di Vernier all'indirizzo [www.vernier.com](http://www.vernier.com) ).

I sensori elencati sopra sono collegati al CBL2 attraverso connessioni dette "canali".

Il CBL2 dispone di tre canali analogici (CH1, CH2, CH3); la funzione di autoidentificazione del CBL2 consente all'unità di riconoscere automaticamente quale dei tre sensori è stato collegato.

### SENSORE per la misura della TEMPERATURA



Il sensore usa un termistore per misurare la temperatura.

L'unità di misura è il °C.

Il termistore è un resistore variabile la cui resistenza diminuisce in modo non lineare all'aumentare della temperatura.

Nel CBL2 risiede un software di autoidentificazione del sensore e per la conversione automatica della resistenza misurata in gradi centigradi.

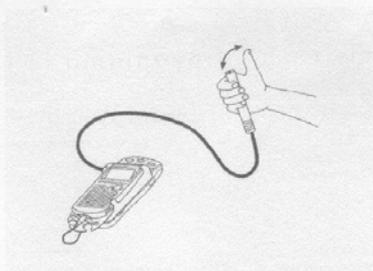
Il sensore è sensibile nell'intervallo  $-20\text{ °C}$  -  $+125\text{ °C}$ ; può essere immerso in acqua o acqua salata per non più di 24 ore.

Qualora si vogliano effettuare misure in soluzioni di acidi, basi, sali o in composti organici assicurarsi della compatibilità consultando la scheda tecnica completa.

ACCURATEZZA:  $\pm 2,50\text{ °C}$  da  $-20\text{ °C}$  a  $0\text{ °C}$   
 $\pm 1,25\text{ °C}$  da  $1\text{ °C}$  a  $85\text{ °C}$   
 $\pm 2,50\text{ °C}$  da  $86\text{ °C}$  a  $125\text{ °C}$

RISOLUZIONE: varia nell'intervallo di misura; a  $20\text{ °C}$  è circa 0,1; a  $100\text{ °C}$  è circa 0,5;  
a  $125\text{ °C}$  è circa 1,2.

### SENSORE per la misura della LUCE



Usa un fototransistor per misurare l'irradiazione. L'unità di misura è il milliwatt per centimetro quadrato  $\text{mW}/\text{cm}^2$ . Il sensore emette un segnale di tensione che è linearmente proporzionale all'intensità luminosa. Il software residente nel CBL2 identifica automaticamente il sensore e ne converte il segnale in  $\text{mW}/\text{cm}^2$ .

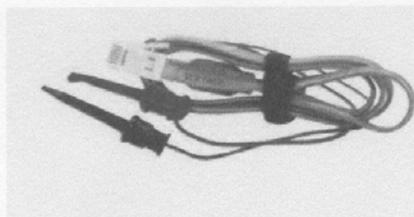
Il segnale è dipendente dalla direzione e raggiunge i massimi valori quando l'estremità del sensore è puntata direttamente verso la sorgente luminosa.

Il sensore di luce può lavorare solo in aria.

INTERVALLO di IRRADIAZIONE misurabile 0,01 - 1  $\text{mW}/\text{cm}^2$

ACCURATEZZA:  $\pm 20\%$

### SENSORE per la misura della TENSIONE ELETTRICA



Il software residente nel CBL2 riconosce automaticamente il sensore quando è collegato e indica direttamente il valore di tensione misurato.

Intervallo di misura  $\pm 10$  Volts ( *N.B.* potenziali diversi danneggiano il sistema)

Può essere collegato solo ai canali CH1 e CH2.

Può essere usato solo in aria.

Il morsetto nero deve essere collegato a terra, il morsetto rosso all'elettrodo di misura.

# Il sensore per misurare le temperature

Giuseppe Giacometti e Barbara Pecori

## Schede per gli studenti

Con questo esperimento avrai modo di esplorare una delle possibilità di utilizzazione del sensore per misurare le temperature e di individuarne le principali caratteristiche che ti saranno utili nello studio di fenomeni termici.

## **Procedimento per utilizzare il SENSORE per la misura della TEMPERATURA con la calcolatrice TI-73**

### **1) RESET della calcolatrice**

Innanzitutto, se nella memoria della calcolatrice non ci sono dati che vuoi conservare, conviene partire effettuando un RESET della calcolatrice (Attenzione: questa operazione cancella tutti i dati e i programmi contenuti nella memoria RAM della calcolatrice, resteranno quindi solo quelli residenti).

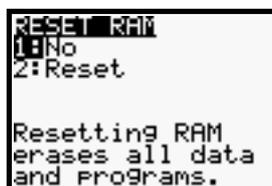
Per effettuare il RESET, accendi la calcolatrice e premi i tasti SECOND + MEM, comparirà questa schermata:



premi il tasto 7 e otterrai:



Per pulire tutta la memoria RAM premi ENTER (oppure 1) e la calcolatrice ti chiederà conferma delle tue intenzioni, segnalandoti che l'operazione richiesta cancellerà tutti i dati e i programmi memorizzati fino a questo momento.



Premi 2 se vuoi confermare (1 invece, se ci hai ripensato) e otterrai il seguente messaggio di conferma del RESET effettuato.



Premendo ENTER si pulisce lo schermo e si è pronti per iniziare qualsiasi operazione.

## 2) Avvio e gestione del programma GAUGE

Adesso è necessario avviare un programma che permette di acquisire dati mediante il SENSORE per la misura della TEMPERATURA.

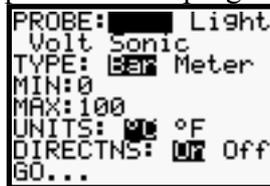
Premi il tasto APPS e otterrai questa schermata:



Premi 2 per passare all'ambiente di collegamento fra la calcolatrice e i sensori poi, come indicato premi un tasto qualsiasi per visualizzare il menù CBL/CBR:

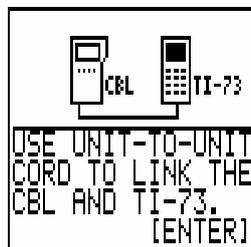


Poichè in questo esperimento vogliamo studiare le caratteristiche del Sensore per misurare la temperatura, premi ENTER (oppure 1) per avviare il programma GAUGE:

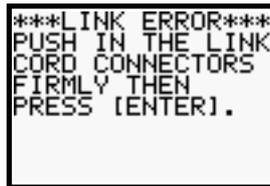


Premendo il tasto -> verso il basso puoi selezionare un'altra voce del menù.

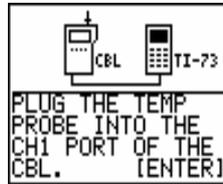
Adesso puoi scegliere il tipo di visualizzazione dei dati (TYPE) che preferisci (puoi lasciare la presente selezione che fa corrispondere ad ogni misura una barra di lunghezza proporzionale o scegliere l'opzione "Meter" che visualizza il valore della temperatura con un indice che si muove in un semicerchio descrivendo angoli ad essa proporzionali), i valori minimo (MIN) e massimo (MAX) previsti per la misura (puoi lasciare quelli già selezionati) e l'unità di misura (lascia l'unità °C, cioè gradi centigradi, già selezionata). Infine puoi decidere se vuoi ricevere istruzioni passo passo per realizzare le misure (per questa prima volta lascia ON, in seguito potrai scegliere OFF quando avrai acquisito confidenza con il sistema di misura, il programma salterà allora le seguenti due schermate). Selezionando GO e premendo ENTER il programma inizia la predisposizione del sistema alla misura attraverso le seguenti schermate



Esegui il collegamento mediante il cavetto nero e premi ENTER. La calcolatrice effettua ora un controllo sulla bontà del collegamento. Se non hai inserito a fondo i connettori appare questo messaggio di Errore:

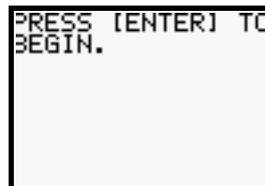


In questo caso controlla che il cavetto sia ben inserito ad entrambe le estremità e premi ENTER, appariranno, in sequenza, le seguenti schermate:



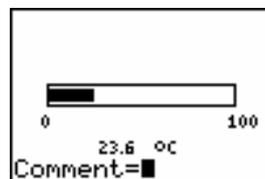
---

Premendo ENTER la calcolatrice segnala che è pronta per l'acquisizione dei dati, che può essere avviata battendo ancora ENTER:



A questo punto sullo schermo appare una barra di lunghezza variabile (minimo 0 e massimo 100) e un numero che rappresenta la temperatura in °C.

Se si vuole registrare un valore in memoria bisogna premere ENTER e poi scrivere un nome o un numero accanto alla scritta Comment; il valore verrà registrato in una apposita lista.



Quando si vuole interrompere la misura si preme il tasto CLEAR e si ritorna al menù di impostazione dell'acquisizione.

### ***Esplorazione delle caratteristiche del sensore per la misura della temperatura***

Utilizzando la procedura illustrata al punto 2) puoi cercare di capire quali sono le caratteristiche del sensore per la misura della temperatura.

Inizia ad acquisire dati lasciando il sensore appoggiato sul tavolo.

Qual è il significato della misura che leggi sullo schermo?

Stringi nel palmo della mano la parte metallica del sensore per qualche minuto: che cosa leggi ora?

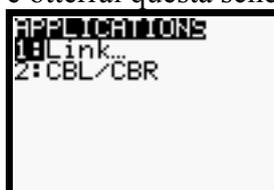
## Riscaldamento e raffreddamento dell'acqua

Con questo esperimento avrai modo di utilizzare il sensore di temperatura per misurare, a intervalli regolari di tempo, l'andamento della temperatura di una certa quantità d'acqua che si riscalda su un fornellino e poi si raffredda a contatto con l'ambiente.

Ti proponiamo il seguente percorso per acquistare confidenza con l'uso del programma DATA LOGGER, che potrai poi utilizzare per effettuare altri esperimenti con questo sensore e con gli altri contenuti nella confezione della interfaccia CBL 2.

### 1) Avvio e gestione del programma DATA LOGGER

Per avviare il programma che permette di acquisire dati mediante il SENSORE per la misura della TEMPERATURA premi il tasto APPS e otterrai questa schermata:



Premi 2 per passare all'ambiente di collegamento fra la calcolatrice e i sensori poi, come indicato premi un tasto qualsiasi per visualizzare il menù CBL/CBR:



Premi 2 per avviare il programma DATA LOGGER.

Ti appare il menù che serve per impostare i parametri della misura.



Ecco una breve spiegazione della diverse funzioni:

PROBE: Per selezionare il tipo di sensore che vuoi utilizzare, spostando il cursore sul nome corrispondente e battendo ENTER

#SAMPLES: Per fissare il numero di misure da effettuare (fino ad un massimo di 99), spostando il cursore sul numero che compare sullo schermo e scrivendo il numero desiderato

INTRVL(SEC): Per fissare la durata del tuo esperimento, procedendo come sopra

UNITS: Per scegliere fra gradi centigradi e gradi Fahrenheit, spostando il cursore sul simbolo corrispondente e battendo ENTER

PLOT: Per scegliere se fare il grafico dei punti sperimentali via via che vengono registrati (Real Tme), oppure solo una volta terminata l'acquisizione

DIRECTIONS: Per scegliere se si desidera avere istruzioni su come collegare le varie parti del sistema di acquisizione prima di avviare la raccolta dati

GO: Per far partire la raccolta dati

### 2) Allestimento dell'esperimento

Dalla finestra in cui ti trovi puoi scorrere le diverse voci muovendoti col cursore verso l'alto o verso il basso, all'interno di ciascuna voce puoi muoverti col cursore a destra e a sinistra.

Imposta le tua acquisizione come nella finestra seguente:

```

PROBE:Temp Light
Volt Sonic
#SAMPLES:99
INTRVL(SEC):10
UNITS: °F
PLOT:Realtime End
DIRECTNS: Off
GO...
    
```

Portando il cursore su GO e battendo ENTER ottieni queste istruzioni:

```

CBL TI-73
USE UNIT-TO-UNIT
CORD TO LINK THE
CBL AND TI-73.
[ENTER]
    
```

```

CBL TI-73
PLUG THE TEMP
PROBE INTO THE
CH1 PORT OF THE
CBL.
[ENTER]
    
```

La successiva schermata si riferisce all'utilizzo di una vecchia versione dell'interfaccia che doveva essere accesa, questo non è più necessario con la CBL 2 che stai usando.

```

CBL TI-73
TURN THE CBL ON.
[ENTER]
    
```

Se il collegamento non funziona appare un messaggio che invita a controllare che i cavi sia infilati bene fino in fondo; se tutto funziona appare prima un messaggio di conferma e poi l'indicazione che premendo ENTER si può avviare la raccolta dati.

```

***LINK ERROR***
PUSH IN THE LINK
CORD CONNECTORS
FIRMLY THEN
PRESS [ENTER].
    
```

```

NOW CHECKING THE
CALCULATOR CBL
LINK CONNECTION.
PLEASE WAIT....

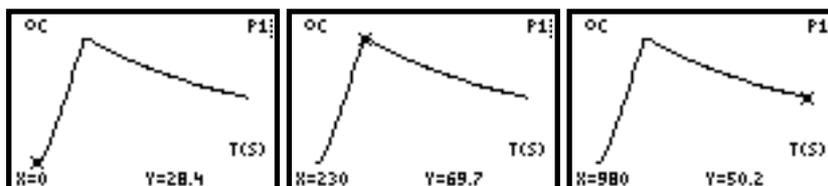
STATUS: O.K.
[ENTER]
    
```

### 3) Acquisizione dei dati

A questo punto puoi inserire il sensore di temperatura in un contenitore di vetro nel quale avrai versato circa 200 cc di acqua. Metti il tutto sul fornello e accendilo (per decidere a quale livello posizionare l'interruttore o quanto alzare la fiamma fai riferimento alla esperienza già effettuata al termine della scheda sull'utilizzo del programma GAUGE col sensore di temperatura).

Premi ENTER per avviare la raccolta dei dati. Dopo circa 5 minuti toglì il contenitore dal fornello e lascialo raffreddare finché l'acquisizione è terminata.

*Al termine dell'acquisizione otterrai un grafico di questo tipo:*



*I dati acquisiti sono adesso memorizzati in due liste: TTEMP per i valori del tempo e TEMP per i valori di temperatura. Se si vuole conservare i dati bisogna copiare il contenuto di queste liste su due liste con nome diverso come indicato nell'appendice alle schede sull'uso del sonar.*

Per abbandonare il programma battere ENTER poi 2<sup>nd</sup> QUIT e poi slezionare 4 QUIT e battere ENTER

#### 4) Analisi dei dati

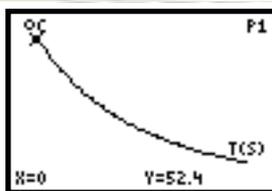
Anche se si è abbandonato il programma si può rivisualizzare il grafico premendo GRAPH. Muovendo il cursore verso destra o verso sinistra puoi percorrere tutto il grafico, in basso compaiono i valori di tempo (x) e di temperatura (y) corrispondenti a ciascun punto. Che cosa puoi osservare sul grafico? Sono confermate le osservazioni che avevi fatto utilizzando il programma GAUGE?

Come potresti modificare il tuo esperimento per studiare meglio la fase di riscaldamento? E quella di raffreddamento?

### Possibili sviluppi dell'indagine

#### a) riscaldamento /raffreddamento

Per studiare meglio l'andamento della curva di riscaldamento e di raffreddamento è necessario fare due acquisizioni separate con intervalli di tempo opportuni fra una misura e l'altra. Ecco due esempi ottenuti con intervalli di tempo rispettivamente di 1secondo e 30 secondi.



Si potrà così notare che mentre l'andamento della temperatura è praticamente lineare quando viene fornito calore dal fornello (ad un ritmo approssimativamente costante), l'andamento della temperatura nel raffreddamento è una curva (circa esponenziale).

Si possono fare molte considerazioni sia di tipo fisico (sorgente di calore nel primo caso, contatto con un termostato nell'altro) sia di tipo matematico, lavorando anche sulle liste che contengono i dati sperimentali (variazione costante di y per variazioni costanti di x, variazioni percentuali costanti di y per variazioni costanti di x).

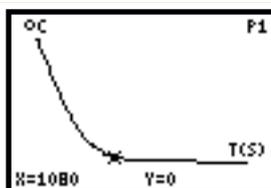
#### b) ruolo della quantità di liquido e del tipo di liquido

Naturalmente si può ripetere l'esperimento facendo variare i parametri in gioco, ad esempio la quantità di liquido oppure il tipo di liquido, per vedere che effetto hanno sul riscaldamento e sul raffreddamento.

#### c) passaggi di stato

Si può facilmente mettere in evidenza la temperatura caratteristica dei passaggi di stato, utilizzando anche liquidi diversi (che danno valori diversi) oppure quantità diverse di uno stesso liquido (che danno valori uguali).

In particolare l'uso di questo sistema di raccolta dati permette di vedere agevolmente la costanza della temperatura non solo durante l'ebollizione dell'acqua ma anche durante il congelamento in un bicchiere posto in freezer (il filo che connette il sensore può comodamente uscire passando fra il bordo e la guarnizione dello sportello)



# Temperatura e calore

Maria Chiesa e Graziella Gualandi, Istituto Comprensivo n. 10 - Scuola media "Besta" di Bologna

## LABORATORIO SCIENTIFICO OPZIONALE

### Metodologia e contenuto

Le esperienze verranno eseguite dagli alunni (suddivisi in piccoli gruppi) sotto la guida del docente. Le attività prevedono anche l'utilizzo delle calcolatrici grafiche TI-73 e dei sensori di temperatura.

- Misura della temperatura di un corpo
- Variazione della temperatura dell'acqua per effetto del riscaldamento e successivo raffreddamento
- Verifica sperimentale dei passaggi di stato
- Proprietà delle sostanze: solidificazione e fusione
- La misura del calore
- Misura del calore perduto durante il raffreddamento di due diverse masse d'acqua
- Il calore specifico – 1
- Il calore specifico – 2
- Prova di verifica

### Note finali

Si allega copia del lavoro svolto durante l'attività del laboratorio opzionale scientifico a cui hanno partecipato 16 alunni provenienti da classi seconde differenti.

L'attività si è svolta nei mesi di ottobre, novembre e dicembre 2001 per un totale di 14 ore.

Durante il lavoro si sono incontrate alcune difficoltà nell'attuazione sperimentale delle schede N.3, N.5 e N.6.

- **Scheda N.3** (verifica sperimentale dei passaggi di stato dell'acqua): difficoltà a registrare con il sensore temperature inferiori a 0°C.
- **Schede N.5 e N.6** (la misura del calore): esperienze non riuscite forse per la difficoltà a creare condizioni sperimentali ottimali durante le fasi del riscaldamento e del raffreddamento.

## MISURA DELLA TEMPERATURA DI UN CORPO.

### MATERIALE OCCORRENTE

Calcolatrice TI-73, CBL, sensore di temperatura, orologio (cronometro), becher, acqua, fornello, treppiede, reticella.

### PROCEDIMENTO

1. RESET della calcolatrice (2<sup>nd</sup> MEM; 7; 1;2; Enter)
2. Poiché il sensore di temperatura può misurare fino al decimo di grado circa è opportuno impostare l'approssimazione dei dati ad una sola cifra decimale (MODE; seleziona 1 nella riga Float; Enter)
3. Avvia il programma GAUGE che permette di acquisire dati mediante il sensore (APPS;2;1). Lascia il tipo di visualizzazione dei dati selezionati (TYPE: Bar; MIN: 0; MAX: 100; UNITS: °C; DIRECTNS: on; GO...)
4. Collega la calcolatrice al sensore e digita più volte ENTER fino a che sullo schermo appare una barra e un numero che rappresenta la temperatura in °C.
5. Registra i seguenti dati in tabella:

Oggetto	Temperatura (°C)

Variazione di temperatura	
Tempo	Temperatura(°C)

- a. La temperatura ambiente.
- b. La temperatura del palmo della tua mano (stringi nel palmo della tua mano la punta del sensore per qualche minuto).
- c. La temperatura dell'acqua del rubinetto (versa in un becher 100 mL di acqua).
- d. Scalda il becher con acqua su un fornellino; registra la temperatura ogni 2 minuti.
- e. Quando la temperatura raggiunge i 50°C toglì il becher dal fuoco e continua a misurare la temperatura dell'acqua ogni due minuti per quattro o cinque volte.
- f. Controlla anche se la temperatura misurata dipende dalla posizione del sensore all'interno del recipiente.
- g. Infine, per interrompere la misura, premi il tasto CLEAR e per uscire dal programma premi 2<sup>nd</sup> QUIT e poi seleziona 4 QUIT – ENTER)

Ora devi rielaborare i dati ottenuti:

- Riporta su un grafico i valori ottenuti nel riscaldamento dell'acqua (fino a 50°C) e del suo raffreddamento.
- Controlla il tuo grafico con quello dei tuoi compagni e annotati le differenze.

## VARIAZIONE DELLA TEMPERATURA DELL'ACQUA PER EFFETTO DEL RISCALDAMENTO E SUCCESSIVO RAFFREDDAMENTO

### MATERIALE OCCORRENTE

Calcolatrice TI-73, CBL, sensore di temperatura, becher, acqua, fornello, treppiede, reticella.

### PROCEDIMENTO

1. RESET della calcolatrice (2<sup>nd</sup> MEM; 7; 1;2; Enter)
2. Imposta l'approssimazione dei dati ad una sola cifra decimale (MODE; seleziona 1 nella riga Float; Enter)
3. Avvia il programma APPS; 2; 2(DATA LOGGER) che permette di acquisire, a intervalli regolari, dati sull'andamento della temperatura di una sostanza che viene riscaldata e poi raffreddata.
4. Fissa il numero di misure da effettuare: SAMPLES: 99; INTRVL(SEC): 10; UNITS: °C; PLOT: RealTme (per fare il grafico dei punti via via che vengono registrati); DIRECTNS: on; GO...
5. Collega la calcolatrice al sensore, inserisci il sensore nel becher contenente 100 mL di acqua, e poni il becher sopra al fornello.
6. Digita ENTER per far partire la raccolta di dati.
7. Dopo circa 5 minuti toglì il becher dal fornello e lascia raffreddare l'acqua fino a che l'acquisizione è terminata.
8. Analizza sulla calcolatrice il grafico ottenuto, compila la tabella "Temperatura/tempo in minuti" e, dopo aver scelto opportune unità di misura, riportalo su carta millimetrata.

Tempo (in minuti)	Temperatura (°C)
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Tempo (in minuti)	Temperatura (°C)
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	

9. Confronta il grafico con quello ottenuto nell'esperienza precedente e individua analogie e differenze. Scrivi le tue osservazioni.

.....

.....

.....

## PASSAGGI DI STATO DELL'ACQUA

### MATERIALE OCCORRENTE

Calcolatrice TI-73, CBL, sensore di temperatura, cronometro; becher, cubetti di ghiaccio, fornello, treppiede, reticella.

### PROCEDIMENTO

1. RESET della calcolatrice e imposta l'approssimazione dei dati ad una sola cifra decimale
2. Avvia il programma GAUGE che permette di acquisire dati mediante il sensore (APPS;2;1).  
Seleziona: TYPE: Bar; MIN: -10; MAX: 110; UNITS: °C; DIRECTNS: on; GO...)
3. Collega la calcolatrice al sensore, inserisci il sensore nel becher contenente i cubetti di ghiaccio, e poni il becher sopra al fornello acceso.
4. Digita ENTER per far partire la raccolta di dati.
5. Ogni minuto registra i dati della temperatura. Quando l'acqua comincia a bollire continua la raccolta di dati per qualche altro minuto.

Tempo	Temperatura (°C)
0	

Tempo	Temperatura (°C)

Tempo	Temperatura (°C)

6. Infine, per interrompere la misura, premi il tasto CLEAR e per uscire dal programma premi 2<sup>nd</sup> QUIT e poi seleziona 4 QUIT – ENTER)
7. Ora devi rielaborare i dati ottenuti: riporta su un grafico i valori ottenuti nel riscaldamento (Utilizza la carta millimetrata). Confronta il tuo grafico con quello dei tuoi compagni e poi rispondi:
  - a) Puoi individuare delle regioni distinte nel grafico? ..... Quante? .....
  - b) A quali fasi del processo di riscaldamento corrispondono le linee orizzontali?  
.....
  - c) Qual è la temperatura di fusione del ghiaccio? .....
  - d) Quanto tempo ha impiegato il ghiaccio a fondere completamente?.....
  - e) Dopo quanto tempo l'acqua comincia a bollire? .....
  - f) Qual è la temperatura di ebollizione dell'acqua? .....
  - g) Se continui a riscaldare l'acqua che bolle pensi che la sua temperatura a un certo punto riprenderà a salire? ..... Perché? .....

## LA MISURA DEL CALORE

### MATERIALE OCCORRENTE

Due becher da 250 ml, acqua distillata, fornello, treppiede, reticella, calcolatrice TI-73, sensore di temperatura.

### PROCEDIMENTO

1. Metti 100 mL (corrispondenti a 100 g) di acqua distillata in un becher e, dopo aver avviato il programma GAUGE, leggi e annotati il valore della temperatura iniziale.
2. Avvia ora il programma APPS; 2; 2(DATA LOGGER). Fissa le modalità dell'acquisizione dei dati (SAMPLES: 20; INTRVL(SEC): 30; UNITS: °C; PLOT: RealTme; DIRECTNS: on; GO...
3. Immergi il sensore nell'acqua, poni il becher sul fornello.
4. Accendi il fornello e digita ENTER per far partire la raccolta di dati.
5. Al termine dell'acquisizione, riporta su una tabella i dati ottenuti relativi al riscaldamento. (Puoi leggere i valori sul grafico).
6. Metti 200 mL di acqua nel secondo becher e ripeti lo stesso procedimento (la fiamma del fornello deve essere regolata nello stesso modo).
7. Al termine registra in tabella i valori richiesti e costruisci due grafici Tempo/Temperatura nello stesso foglio di carta millimetrata per meglio effettuare il confronto

Tempo (minuti)	Temperatura (°C) per 100 g	Temperatura (°C) per 200 g
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

Rispondi:

- Per quale quantità di acqua aumenta di più la temperatura per effetto del riscaldamento? .....
- C'è differenza nella temperatura finale dei due becher? ..... Che valore ha la differenza? .....
- Formula un'ipotesi che giustifichi il diverso aumento di temperatura:

.....  
.....  
.....

- Apparentemente questa scoperta ti potrà sembrare ovvia; ma se analizzi con attenzione i valori della tua tabella, puoi scoprire qualcos'altro di importante. L'aumento di temperatura nel

becher contenente 100 g di acqua è, negli stessi tempi, circa doppio di quello che viene registrato nel becher che ne contiene 200 g; e questo dato, compatibilmente con gli errori sperimentali, è rilevabile sia a ogni singolo intervallo che per la durata dell'esperimento.

- Ora calcola la differenza tra due letture successive, sia per la colonna relativa al becher contenente 100 g di acqua che per quella relativa all'altro becher. Moltiplica l'aumento di temperatura registrato in ogni singolo becher per la quantità d'acqua in esso contenuta (otterrai così la quantità di calore assorbita cioè il numero di calorie).
- Ricorda che **la caloria viene definita come la quantità di calore che deve essere fornita a un g di acqua distillata per elevare la sua temperatura da 14,5 °C a 15,5 °C.**

Letture	Massa acqua	Aumento di temperatura x massa (H <sub>2</sub> O)	Calorie
1	100 g		
	200 g		
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

- Dopo aver compilato la tabella, scrivi le tue osservazioni.

.....  
 .....

## MISURA DEL CALORE PERDUTO DURANTE IL RAFFREDDAMENTO DI DUE MASSE DIVERSE DI ACQUA.

### MATERIALE OCCORRENTE

Due becher, acqua distillata, fornello, treppiede, reticella, calcolatrice TI-73, sensore di temperatura, orologio.

### PROCEDIMENTO

1. Metti 100 g di acqua distillata in un becher, immergi il sensore nell'acqua (dopo aver avviato il programma GAUGE) e leggi il valore della temperatura.
2. Disponi il becher sul fuoco e guarda l'ora (dovrai togliere il becher dopo 5 minuti).
3. Avvia il programma APPS; 2; 2(DATA LOGGER). Fissa le modalità dell'acquisizione dei dati (SAMPLES: 20; INTRVL(SEC): 30; UNITS: °C; PLOT: RealTme; DIRECTNS: on; GO...
4. Dopo 5 minuti togli con cautela il becher dal fuoco, mescola l'acqua con un agitatore, inserisci il sensore al centro del liquido e digita ENTER per iniziare la raccolta di dati.
5. Compila la tabella e disegna il grafico relativo alle variazioni di temperatura di raffreddamento dell'acqua col passare del tempo.
6. Metti 50 g di acqua nel secondo becher e ripeti lo stesso procedimento.

Tempo (minuti)	Temperatura (°C) per 100 g	Temperatura (°C) per 50 g
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

7. Infine calcola le calorie cedute dalle due diverse masse di acqua nei 10 minuti di raffreddamento e riporta le tue conclusioni.

.....  
.....  
.....

## IL CALORE SPECIFICO -1

### MATERIALE OCCORRENTE

Un becher, 100 g di olio, fornello, treppiede, reticella, calcolatrice TI-73, sensore di temperatura.

### PROCEDIMENTO

1. Poni nel becher 100 g di acqua a temperatura ambiente, sistema il becher sul fornello.
2. Avvia il programma APPS; 2; 2(DATA LOGGER). Fissa il numero di misure da effettuare: SAMPLES: 11; INTRVL(SEC): 30; UNITS: °C; PLOT: RealTme; DIRECTNS: on; GO...
3. Immergi il sensore nell'acqua, poni il becher sul fornello.
4. Accendi il fornello e digita ENTER per far partire la raccolta di dati.
6. Al termine dell'acquisizione, riporta su una tabella i dati ottenuti relativi al riscaldamento.
7. Ripeti l'intera operazione ponendo nel becher l'olio a temperatura ambiente e poi completa la tabella:

Tempo (minuti)	Temperatura (°C) acqua	Temperatura (°C) olio
0		
1		
2		
3		
4		
5		

8. Riporta su un unico piano cartesiano i dati relativi al riscaldamento dell'acqua e dell'olio e confronta i due grafici ottenuti.
9. Rispondi:
  - Qual è stata la variazione di temperatura dell'acqua? .....
  - Qual è stata la variazione di temperatura dell'olio? .....
  - Quale delle due sostanze si è riscaldata di più? .....

### CONCLUSIONI

L'esperienza dimostra che, riscaldando nello stesso modo due masse uguali di sostanze diverse, queste subiscono variazioni di temperature diverse: l'olio si riscalda più rapidamente dell'acqua. Dato che le masse sono uguali, la diversità dipende evidentemente da un diverso comportamento delle sostanze al riscaldamento. Questo diverso modo di comportarsi, che varia da sostanza a sostanza, si chiama calore specifico, e con esso si intende **la quantità di calore necessaria per far aumentare di 1°C la temperatura di un grammo di una certa sostanza.**

$$C.s. = \frac{\text{Calore assorbito}}{(\text{diff. di } T) \times \text{massa}}$$

Calcola applicando la formula il calore specifico dell'acqua e dell'olio:

Cs.(H<sub>2</sub>O) = .....

Cs.(olio) = .....

## IL CALORE SPECIFICO - 2

### MATERIALE OCCORRENTE

Quattro becher, alcuni oggetti di materiale diverso aventi tutti lo stesso peso (es. alluminio, ferro, piombo), fili di cotone, fornello, treppiede, reticella, calcolatrice TI-73, sensore di temperatura.

### PROCEDIMENTO

1. Prepara tre becher contenenti 200 ml di acqua a temperatura ambiente. (Avvia il programma GAUGE e annotati la temperatura.)
2. Metti a scaldare un altro becher con circa 100 ml di acqua.
3. Lega un oggetto con un filo, immergilo nel becher e aspetta che l'acqua giunga a ebollizione. Solleva l'oggetto utilizzando il filo e immergilo velocemente in uno dei becher precedentemente preparati (esegui l'operazione il più rapidamente possibile per evitare che l'oggetto si raffreddi).
4. Agita delicatamente l'acqua in modo che il calore si distribuisca uniformemente.
5. Introduci nel becher anche il sensore e leggi le temperature per un po' di tempo.
6. Quando la temperatura non varia più, leggi il valore della temperatura finale e riportalo in tabella:

oggetto	quantità di acqua	Temperatura iniz. dell'acqua	Temperatura finale dell'acqua (con l'oggetto)	Innalzamento di temperatura	Calorie cedute

7. Ripeti il procedimento con i diversi oggetti, osserva i risultati ottenuti e poi rispondi:
  - Quando hai immerso i diversi oggetti nell'acqua, avevano tutti la stessa temperatura oppure no? (Cerca di motivare la tua risposta)  
.....  
.....
  - Quale oggetto ha determinato nell'acqua un innalzamento di temperatura maggiore?  
.....
  - Quale dei diversi oggetti ha ceduto all'acqua un maggior numero di calorie?  
.....
  - Quale ne ha cedute di meno?  
.....
  - Sapresti spiegare il perchè?  
.....
  - Nota bene

Se non riesci a trovare oggetti dello stesso peso, potresti comunque eseguire l'esperienza: calcolando il calore specifico delle diverse sostanze utilizzate.

Alunno: \_\_\_\_\_

data: \_\_\_\_\_

## PROVA DI VERIFICA

*(Temperatura e calore)*

Progetta ed esegui la seguente esperienza:

**MISURA IL CALORE PERDUTO DURANTE IL RAFFREDDAMENTO DI DUE MASSE DIVERSE DI ACQUA (O DI ALTRO LIQUIDO) PARTENDO DALLA STESSA TEMPERATURA (60 °C)**

- 1. Scrivi il materiale che ti occorre per eseguire l'esperienza e il procedimento che intendi seguire.**
- 2. Discuti con i compagni del tuo gruppo per individuare il progetto più valido.**
- 3. Esegui l'esperienza insieme ai tuoi compagni.**
- 4. Compila le tabelle relative alle curve di raffreddamento delle due masse della sostanza scelta.**
- 5. Rielabora i dati (devi calcolare il calore perduto da ciascuna sostanza durante il raffreddamento).**
- 6. Riproduci su carta millimetrata i grafici e scrivi le tue conclusioni.**

# Combustione degli alimenti

G. Balboni e A.C. Canella, Scuola Media “Boiardo – Tasso” di Ferrara

[Tutte schede per gli studenti](#)

## Calorie fornite da 100 grammi di alimenti

- Problema 1
- Materiali e mezzi
- Procedimento per ogni campione alimentare – Uso della scheda operativa A
- Osservazione 1
- Raccolta dati 1 – Tabella 1a
- Scheda di lavoro 1 – Elaborazione numerica dei dati
- Rielaborazione dati 1 – Confronti e controlli – Tabella 1b
- Scheda operativa A: Procedimento per l'uso della calcolatrice TI-73 già' connessa al sistema CBL e al sensore di temperatura
- Scheda operativa B: Procedimento per verificare la correttezza degli arrotondamenti dei dati inseriti nella tabella
- Scheda operativa C: Procedimento per calcolare la media aritmetica dei dati ottenuti nei gruppi, relativi alle calorie fornite da 100 grammi di alimento

## Processo di combustione degli alimenti

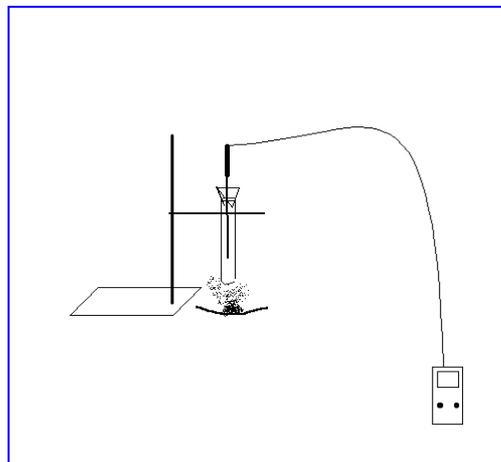
- Osservazione 2
- Problema 2
- Attività' preliminari alla costruzione dei grafici
- Scheda operativa D: Procedimento per costruire grafici
- Raccolta dati 2 – Tabella 2
- Scheda di lavoro 2 – Osservazione dei grafici relativi agli innalzamenti della temperatura durante le combustioni

## Calorie fornite da 100 grammi di alimenti

**PROBLEMA 1:** Quante calorie forniscono 100g di un determinato alimento ?

### Materiali e mezzi

- Campioni alimentari
- CBL2
- Sensore di temperatura
- TI-73
- Bilancia di precisione
- Pinza piccola
- Anello metallico
- Fiammiferi
- Acqua
- Becher
- Capsula in porcellana
- Sostegno metallico



### Procedimento per ogni campione alimentare

- Versare nel becher 200 ml di acqua
- Appoggiare il becher sull'anello del sostegno
- Inserire il sensore di temperatura nella pinza attaccata al sostegno
- Regolare l'altezza del sensore in modo che l'estremità inferiore sia immersa nell'acqua
- Sistemare al di sotto del becher, a circa 2,5 cm dal fondo, la capsula di porcellana
- Massare accuratamente il campione alimentare e riporlo nel contenitore di ceramica infilato in una graffetta aperta
- Innescare la combustione del campione alimentare con un fiammifero (relativamente lontano dal becher)
- Non appena il campione prende fuoco, disporre il contenitore sotto il becher
- Premere immediatamente ENTER sulla TI-73 (*per l'uso della calcolatrice segui il procedimento indicato nella scheda operativa A*)
- Non appena sul display compare il grafico definitivo, far cessare la combustione dell'alimento
- Massare accuratamente ciò che è rimasto del campione alimentare
- Rilevare dal grafico la temperatura iniziale e finale dell'acqua
- Compilare la tabella 1 di raccolta dei dati

**Osservazione 1** - Rilevare le temperature durante tutto il processo di combustione, per rispondere al prossimo PROBLEMA 2, cioè per la compilazione della tabella 2.

## Raccolta dati - Tabella 1a

Le misure di massa e di temperatura devono essere scritte nella tabella con tutti i decimali con cui compaiono sulla bilancia di precisione e sul grafico

Tabella 1a

CAMPIONE ALIMENTARE				ACQUA		
ALIMENTO	MASSA INIZIALE $g_1$	MASSA FINALE $g_2$	MASSA DELL'ALIMENTO BRUCIATA $\Delta g = g_2 - g_1$	TEMPERATURA INIZIALE $t_1$	TEMPERATURA FINALE $t_2$	AUMENTO DELLA TEMPERATURA $\Delta t = t_2 - t_1$
1°						
2°						
3°						

## SCHEDA DI LAVORO 1 - Elaborazione numerica dei dati

Utilizza una calcolatrice diversa dalla TI-73

### 1° Alimento

- la massa di alimento bruciato è di ..... grammi
- la combustione di questa massa di alimento ha fornito all'acqua:  
**200 g x  $\Delta t$  = ..... calorie**
- pertanto 1 grammo di alimento bruciato ha fornito:  
**calorie totali/grammi bruciati = .....calorie**
- allora 100 grammi di alimento forniranno ..... =.....calorie

### 2° Alimento

- la massa di alimento bruciato è di ..... grammi
- la combustione di questa massa di alimento ha fornito all'acqua:  
**200 g x  $\Delta t$  = ..... calorie**
- pertanto 1 grammo di alimento bruciato ha fornito:  
**calorie totali/grammi bruciati = .....calorie**
- allora 100 grammi di alimento forniranno ..... =.....calorie

### 3° Alimento

- la massa di alimento bruciato è di ..... grammi
- la combustione di questa massa di alimento ha fornito all'acqua:  
**200 g x  $\Delta t$  = ..... calorie**
- pertanto 1 grammo di alimento bruciato ha fornito:  
**calorie totali/grammi bruciati = .....calorie**
- allora 100 grammi di alimento forniranno ..... =.....calorie

## Rielaborazione dati 1 – Confronti e controlli - Tabella 1b

- Arrotonda i dati riportati nella scheda di lavoro 1 ai centesimi
- Verifica se hai arrotondato i dati ai centesimi in modo corretto seguendo il procedimento indicato nella scheda operativa B
- Prima di calcolare la media aritmetica dei dati ottenuti dai diversi gruppi, elimina, se necessario, il/i dato/i inadatto/i
- La media aritmetica dei dati deve essere calcolata seguendo il procedimento indicato nella scheda operativa C
- Verifica, usando la tua calcolatrice, la correttezza del procedimento seguito con la calcolatrice TI-73

**Tabella 1b**

ALIMENTO	CALORIE FORNITE DA 100g DI ALIMENTO					MEDIA
	Gruppo 1	Gruppo 2	Gruppo 3	Gruppo 4	Gruppo 5	
1°						
2°						
3°						

Confronta la media delle calorie ottenute per ogni tipo di alimento con quella indicata sulla tabella usata per l'analisi della tua dieta alimentare.

**Scheda operativa A:** Procedimento per l'uso della calcolatrice TI-73 già' connessa al sistema CBL e al sensore di temperatura

1. Accendi la calcolatrice → ON
2. Entra in applicazioni → APPS
3. Seleziona → freccia rivolta verso il basso: CBL/CBR
4. Premi → ENTER
5. Sul display deve comparire Texas Instruments CBL/CBR version 1.4
6. Premi → ENTER
7. Seleziona: DATA LOGGER
8. Premi → ENTER
9. Seleziona in successione i seguenti parametri:
  - temp (indagine relativo alla temperatura);
  - 99 (numero massimo di rilevazioni);
  - 1 (intervallo di tempo in secondi tra le rilevazioni);
  - °C (unità di misura della temperatura);
  - RealTme (costruzione del grafico in tempo reale);
  - On (conferma dei parametri scelti);
  - GO
10. Premi → ENTER per tre volte (sul display deve comparire: STATUS OK)
11. Premi → ENTER sul display deve comparire :PRESS [ENTER] TO BEGIN:

SEI PRONTO PER INIZIARE!

**Scheda operativa B:** Procedimento per verificare la correttezza degli arrotondamenti dei dati inseriti nella tabella

**1. Menu MODE**

2. Seleziona Normal
3. Seleziona Float: (usa la freccia rivolta verso il basso)
4. Scegli la cifra decimale a cui vuoi venga fatto l'arrotondamento: per i centesimi [2] (usa la freccia rivolta verso destra)
5. Premi → ENTER
6. Usa i comandi 2nd QUIT per pulire il display

**7. Menu MATH NUM**

8. Seleziona NUM (usa la freccia rivolta verso destra)
9. Seleziona 2: round (usa la freccia rivolta verso il basso)
10. Premi → ENTER
11. Sul display compare round (
12. Digita il dato ottenuto nel tuo gruppo, relativo alle calorie fornite da 100 grammi di ognuno dei campioni alimentari, con tutte le cifre decimali
13. Chiudi la parentesi tonda
14. Premi → ENTER
15. Compare il numero delle calorie arrotondato ai centesimi

HAI FATTO BENE ?

**Scheda operativa C:** Procedimento per calcolare la media aritmetica dei dati ottenuti nei gruppi, relativi alle calorie fornite da 100 grammi di alimento

DEVI PRIMA CREARE UNA LISTA NUMERICA

**1. Menu LIST**

2. Compaiono sullo display 3 liste: L1; L2; L3
3. Inserisci i dati contenuti nella tabella A:
  - ⇒ In L1 quelli ottenuti dai 5 gruppi relativi alle calorie fornite da 100 grammi del primo campione alimentare
  - ⇒ In L2 quelli ottenuti dai 5 gruppi relativi alle calorie fornite da 100 grammi del secondo campione alimentare
  - ⇒ In L3 quelli ottenuti dai 5 gruppi relativi alle calorie fornite da 100 grammi del terzo campione alimentare

PER IMMETTERE I DATI NELLA LISTA DEVI:

- a) Evidenziare il primo posto della lista L1 usando la freccia rivolta verso il basso
- b) Digitare il numero desiderato che comparirà nella riga sotto la prima colonna della lista
- c) Premere → ENTER
- d) Il numero andrà a posizionarsi al primo posto della lista L1

PROCEDI NELLO STESSO MODO PER INSERIRE GLI ALTRI DATI E PER LE ALTRE LISTE

PER PASSARE DA UNA LISTA ALL'ALTRA USA LA FRECCIA RIVOLTA VERSO DESTRA O VERSO SINISTRA

SE SBAGLI A SCRIVERE UN DATO RITORNA CON LA FRECCIA SUL DATO ERRATO E DIGITA QUELLO CORRETTO POI

PREMI → ENTER

*SEI PRONTO PER CALCOLARE LA MEDIA ARITMETICA DEI DATI*

**1. Menu 2nd STAT MATH**

2. Selezionare 3:mean con la freccia
3. Premere → ENTER
4. Sul display compare mean (
5. Tornare al Menu 2nd STAT e evidenziare, usando la freccia, la lista in cui si trovano i dati di cui si vuole la media
6. Premere → ENTER
7. Sul display dentro la parentesi compare il nome della lista selezionata
8. Chiudere la parentesi
9. Premere → ENTER
10. Sul display compare la media aritmetica dei dati contenuti nella lista

## Processo di combustione degli alimenti

Osservazione 2 -\_Durante l'esperimento si ottengono grafici distinti e quindi non confrontabili

**PROBLEMA 2:** E' possibile individuare un procedimento per confrontare le variazioni di temperatura dell'acqua durante la combustione dei tre alimenti ?

### Attività preliminari alla costruzione dei grafici

Crea quattro liste numeriche con il metodo imparato per il calcolo della media, mettendo in:

- ⇒ L1 il tempo
- ⇒ L2 le temperature dell'acqua durante la combustione del primo campione alimentare
- ⇒ L3 le temperature dell'acqua durante la combustione del secondo campione alimentare
- ⇒ L4 le temperature dell'acqua durante la combustione del terzo campione alimentare

SUL DISPLAY DEVE COMPARIRE LA TABELLA DI RACCOLTA DATI N° 2

## Scheda operativa D: Procedimento per costruire grafici

1. Menu 2nd PLOT
2. Selezionare PLOT 1
3. Premere → ENTER
4. Selezionare ON
5. Premere →ENTER
6. Scegliere, spostandosi con la freccia, il tipo di grafico Type: il diagramma a linee (secondo) è il più adatto per evidenziare l'andamento dei dati
7. Premere → ENTER
8. Usando la freccia spostarsi su Xlist:
9. Usando il menu 2nd STAT scegliere la lista i cui dati andranno inseriti sull'asse delle x (L1)
10. Premere → ENTER
11. La lista L1 comparirà scritta dopo Xlist:
12. Premere → ENTER
13. Usando la freccia spostarsi su Ylist:
14. Usando il menu 2nd STAT scegliere la lista i cui dati andranno inseriti sull'asse delle x (L2)
15. Premere → ENTER
16. La lista L2 comparirà scritta dopo Ylist:
17. Premere → ENTER
18. Usando la freccia selezionare il carattere (quadrato, crocetta, punto) con il quale si vuole costruire il grafico
19. Ritornare al menu PLOT e selezionare PLOT 2
20. Seguire le stesse istruzioni date per PLOT 1, unica variazione selezionare per l'asse Y la lista L3
21. Ritornare al menu PLOT e selezionare PLOT 3
22. Seguire le stesse istruzioni date per PLOT 1, unica variazione selezionare per l'asse Y la lista L4
23. Scegliere il menu ZOOM
24. Selezionare 7 ↓ Zoom Stat
25. Usare il Menu TRACE per visualizzare i punti

## Raccolta dati 2 – Tabella 2

- Le misure di temperatura devono essere scritte nella tabella con tutti i decimali con cui compaiono sul grafico
- Usa le frecce per percorrere il grafico
- Fermati in corrispondenza dei tempi (x) scritti in tabella
- Leggi i corrispondenti valori di temperatura (y)

Tabella 2

TEMPO (in secondi)	TEMPERATURA RAGGIUNTA DALL'ACQUA		
	1° campione	2° campione	3° campione
0			
0.20			
0.40			
0.60			
0.80			
0.99			

## Scheda di lavoro 2 – Osservazione dei grafici relativi agli innalzamenti della temperatura durante le combustioni

Osserva i grafici che compaiono sul display e rispondi

- Quale alimento ha prodotto un numero maggiore di calorie durante la sua ombustione?

.....

- Giustifica la tua risposta

.....

.....

- Quale alimento ha prodotto un numero minore di calorie durante la sua combustione?

.....

- Giustifica la tua risposta

.....

- Descrivi con le tue parole l'andamento dei grafici ottenuti

1° grafico .....

2° grafico .....

3° grafico .....

- Leggi direttamente sul grafico la temperatura raggiunta dall'acqua dopo 50 secondi dall'inizio della combustione di ognuno dei tre campioni alimentari

1° .....

2° .....

3° .....

# Esperienze relative a temperatura e riscaldamento

Giuseppe Giacometti, Scuola Media Statale “Via Ribolle” di Forlì

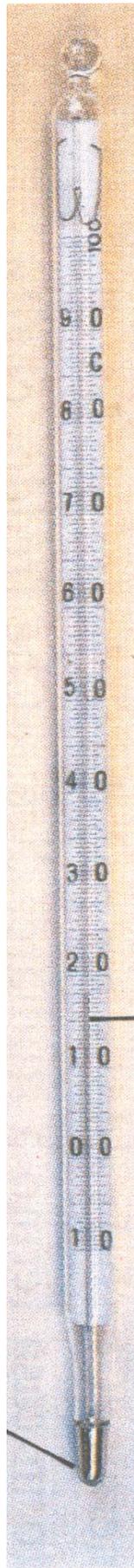
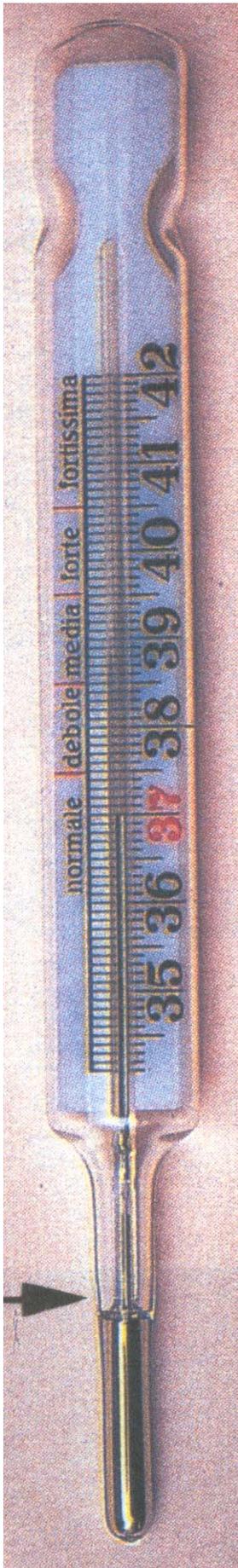
## Osservazioni sul riscaldamento

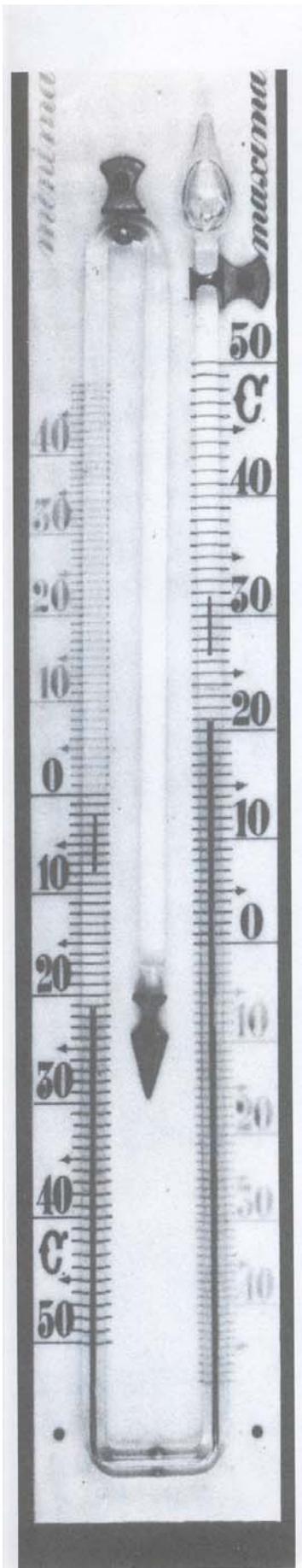
Il lavoro è stato proposto alla classe prima durante il mese di ottobre .

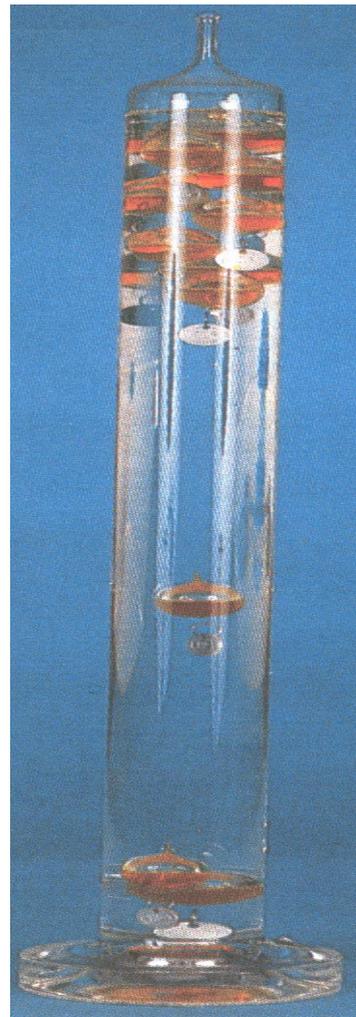
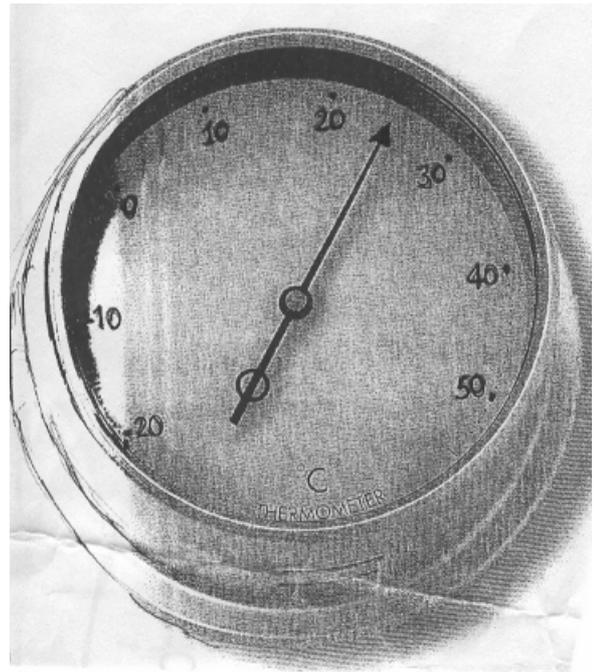
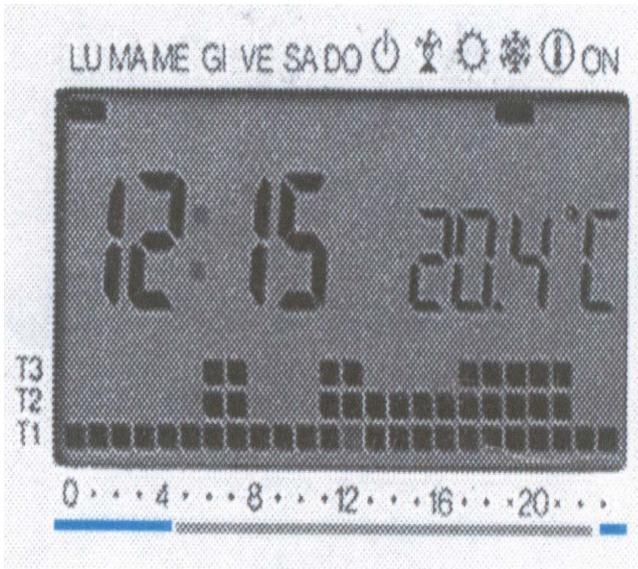
Si è partiti dal riferimento a situazioni quotidiane per giustificare la necessità di definire la grandezza “temperatura” per descrivere, in modo non soggettivo, lo “stato termico” di un corpo (È caldo? È freddo? È più caldo di ...).

Ci si è riferiti ai vari tipi di termometro che i ragazzi già conoscono per la misura della temperatura (termometri a mercurio o ad alcol colorato per la misura della temperatura degli ambienti, termometri di minima e massima per acquisire informazioni meteorologiche, termometro clinico sia a mercurio che elettronico, termometro basato sul galleggiamento di sferette attribuito a Galileo, termometri digitali esposti accanto alle insegne di alcuni negozi, termometri a cristalli liquidi,...).

**TANTI TERMOMETRI DIVERSI FRA LORO**

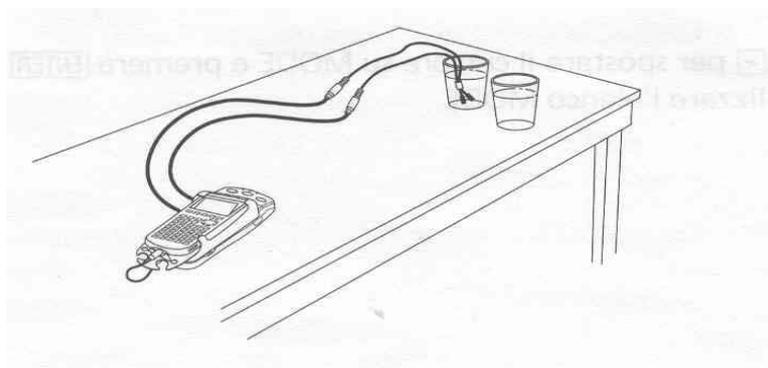






I ragazzi conoscevano già l'uso di sensori per la temperatura utilizzati per stabilire la temperatura dell'asfalto durante le corse automobilistiche ed è stato quindi abbastanza facile introdurre il sensore per la temperatura ( o termistore). Di ciascun tipo di termometro, anche se in modo semplice, si è discusso e verificato in laboratorio il principio di funzionamento (dilatazione di un corpo liquido, solido o gassoso, galleggiamento di un corpo in un liquido, variazione della resistenza elettrica, ...).

***Si è discusso anche delle diverse scale termometriche attualmente in uso (scala centigrada o Celsius, scala Fahrenheit , scala assoluta o Kelvin ) ponendole in relazione fra loro con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.***

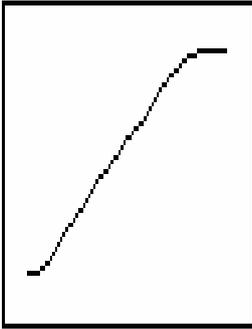


Il sensore per la temperatura è stato utilizzato sia nella modalità GAUGE per acquisire singoli valori riferiti a particolari situazioni (temperatura ambiente nell'aula e nel corridoio, temperatura della mano, temperatura ascellare, temperatura di un liquido,...) sia nella modalità DATA LOGGER per raccogliere e registrare la temperatura di un corpo durante il suo riscaldamento o raffreddamento.<sup>1</sup>

Verificando che i diversi corpi presenti nel medesimo ambiente assumono col tempo la medesima temperatura si giunge a riconoscere il principio dell'equilibrio termico, un principio fondamentale della termodinamica.

---

<sup>1</sup> Le modalità per l'uso del sensore di temperatura sono dettagliatamente spiegate nella nota "Il sensore per misurare la temperatura" distribuito ai partecipanti al corso residenziale di Bellaria. I risultati di una esperienza sul confronto del riscaldamento di acqua-olio di semi e sabbia sono già stati illustrati nell'articolo "In classe con la TI73" pubblicato sul bollettino Cabriirsae n.30 del gennaio 2002. Si ritiene opportuno rammentare che il sensore per la temperatura è utilizzabile nel campo di temperature da  $-20^{\circ}\text{C}$  a  $+125^{\circ}\text{C}$ , questo lo rende poco adatto per studiare il riscaldamento dell'olio che raggiunge velocemente temperature maggiori di  $125^{\circ}\text{C}$ .

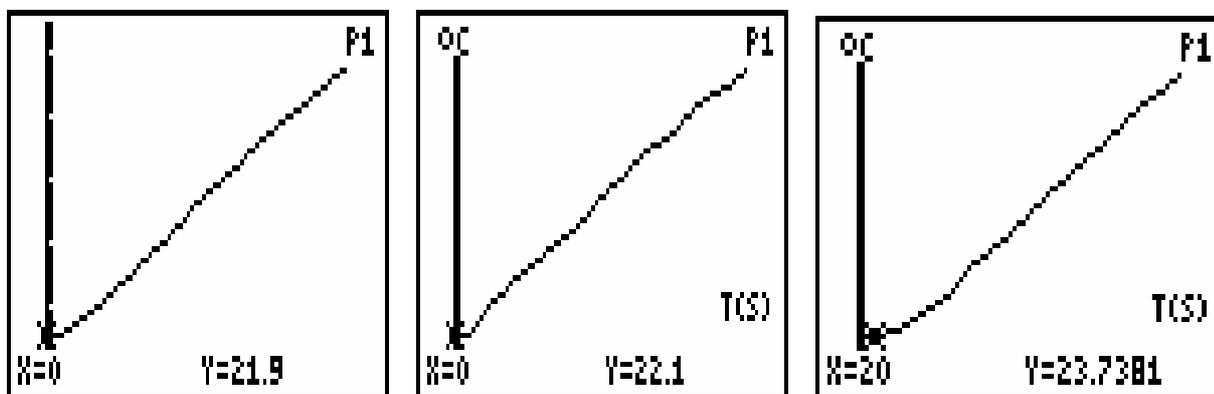


Il grafico rappresenta la registrazione delle temperature durante il riscaldamento di un campione di acqua del rubinetto.

**È importante sottolineare la costanza della temperatura durante l'ebollizione rappresentata dal tratto orizzontale finale.**

## Relazione di una esperienza

Abbiamo riscaldato, nelle stesse condizioni, la medesima quantità (200 g) di acqua del rubinetto, di olio di semi e di sabbia. Abbiamo registrato l'andamento delle temperature durante il riscaldamento col sensore collegato al CBL raccogliendo, in ciascun caso 18 letture ad intervalli di 20 secondi. Riportiamo i grafici temperatura/tempo e le tabelle relative.



acqua

olio

sabbia

Tempo in s	T acqua in °C	T olio in °C	T sabbia in °C
0	21,9	22,1	23,8
20	21,9	22,2	23,7
40	24,5	31,1	25,0
60	26,1	38,3	28,4
80	29,3	42,7	32,5
100	32,1	46,9	37,1
120	35,0	52,6	42,1
140	37,5	57,3	47,1
160	40,6	64,4	52,3
180	44,1	71,2	57,4
200	46,2	75,6	62,5
220	48,8	83,2	67,5
240	51,9	86,8	72,5
260	54,3	92,2	77,6
280	56,8	97,7	82,4
300	59,4	103,4	87,4
320	61,7	105,9	91,8
340	63,9	111,3	96,2

Dall'esame dei dati risulta ben evidente come i tre campioni, partendo dalle stesse condizioni iniziali, abbiano raggiunto temperature sensibilmente diverse fra loro confermando, sperimentalmente, quanto poteva essere previsto facendo riferimento all'esperienza quotidiana. Poiché risulta praticamente impossibile leggere un termometro mentre una sostanza si sta riscaldando (la colonna di mercurio sale continuamente!) è evidente il guadagno formativo che si ottiene impiegando queste tecniche nella pratica di laboratorio.

## Questionario di verifica

n°	cognome e nome	classe	data
----	----------------	--------	------

**1. Disegna e descrivi alcuni tipi di termometri fra quelli osservati.  
Descrivi il funzionamento di almeno un tipo.**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**2. La temperatura è una delle grandezze fondamentali per descrivere la realtà. Illustra qualche situazione in cui è necessario misurare la temperatura di un corpo o di un ambiente.**

---

---

---

---

---

**3. Con quali unità di misura si esprime la misura della temperatura?**

---

---

---

**4. Esponi alcune delle osservazioni compiute durante il riscaldamento di acqua e olio riferendoti ai dati e ai grafici riportati nel cartellone appeso in classe.**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

ELEMENTI DI VALUTAZIONE

- Capacità di osservazione \_\_\_\_\_
- Comprensione ed uso del linguaggio scientifico \_\_\_\_\_

## Studio del moto

- Un percorso didattico con CBR
- Abbiamo disegnato il movimento [IC di Ozzano dell'Emilia (BO)]
- Forze e movimenti [SM di Finale Emilia (MO)]
- Osservazioni sul movimento di una persona [SM "Via Ribolle" di Forlì ]

# Un percorso didattico con CBR

B. Pecori, M. Turra, G. Salami Dipartimento di Fisica, Università di Bologna

CBR è uno strumento che permette di registrare la posizione di un corpo ad intervalli regolari di tempo. Si connette direttamente alla calcolatrice grafica e utilizza il programma RANGER che è residente nella calcolatrice.

Questa semplice apparecchiatura permette di studiare il moto di un corpo che si muove in linea retta di fronte a un sensore, fornendo direttamente i grafici della posizione, della velocità e della accelerazione del corpo in funzione del tempo.

Mediante questo sistema è possibile introdurre gli studenti ai concetti fondamentali di cinematica, attraverso attività interessanti e stimolanti, che possono essere realizzate con l'intero gruppo classe o a piccoli gruppi di studenti.

Presenteremo uno schema di percorso didattico che può essere realizzato a livello di Scuola Media; la flessibilità caratteristica di questo sistema di acquisizione permette comunque di progettare molte varianti di tale percorso in funzione delle esigenze della classe.

In corrispondenza di due punti del percorso abbiamo preparato anche esempi di schede di lavoro per gli studenti per dare un'idea del tipo di attività proposto e delle domande che possono stimolare gli studenti ad approfondire anche individualmente i concetti affrontati.

## Schema del percorso

### “Come descrivere il moto?”

Come possiamo descrivere il moto di una persona che cammina? (a parole ->individuazione delle variabili, scelta di strumenti di misura)

Studiamo un caso semplice: moto rettilineo (tabella posizione/tempo, con metro e cronometri)

Cerchiamo uno strumento che permetta una descrizione più precisa:

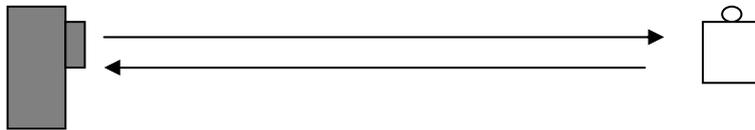
- il sonar come misuratore di distanza (elementi sul funzionamento)
- il sonar per descrivere il moto di una persona (grafico distanza/tempo)
- il sonar per mettere alla prova la nostra capacità di leggere un grafico distanza/tempo (distance match)
- il sonar per vedere come variano la velocità e l'accelerazione nel tempo

Utilizziamo il sonar per studiare un fenomeno (macchinina su piano inclinato, palla che rimbalza)

## Sensore di posizione

Si tratta di un sensore di posizione acustico (sonar): per misurare la distanza di un oggetto, si sfrutta la riflessione da parte dell'oggetto stesso di un'onda sonora emessa dal sensore e si ricava la distanza misurando il tempo impiegato dal segnale a percorrere i tratti di andata e ritorno e assumendo come nota la velocità del suono.

Il sensore è costituito quindi da un generatore/ricevitore di brevi treni di impulsi ultrasonori che misura l'intervallo di tempo trascorso tra l'emissione dell'impulso e la ricezione dello stesso dopo essere stato riflesso dall'oggetto di cui si vuole misurare la posizione.



Se  $\tau$  è il tempo di andata e ritorno del segnale, allora la distanza  $X$  dell'oggetto dal sonar si ricava dalla relazione:  $X = v_s \tau / 2$ , dove  $v_s$  è la velocità del suono in aria. A temperature vicine a quella ambiente la dipendenza di  $v_s$  dalla temperatura è approssimata dall'espressione:

$$v_s \approx (331 + 0.6 T) \text{ m/s, con } T \text{ temperatura in Celsius.}$$

Nel sensore usato (Motion Detector Vernier) la frequenza dell'onda sonora è dell'ordine di alcune decine di kHz e l'angolo di apertura del fascio è dell'ordine di  $15^\circ$ . Dato che è necessario un intervallo minimo tra l'istante in cui termina la trasmissione dell'impulso sonoro e quello in cui inizia la ricezione dell'eco, vi è un limite (40cm) per la distanza minima misurabile. Inoltre poiché l'intensità dell'impulso dipende dall'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente esiste anche un limite massimo per le distanze misurabili (circa 10m).

## Schede per gli studenti

### **Il sonar per misurare le distanze**

Con questo esperimento avrai modo di esplorare le possibilità di utilizzazione del SONAR come misuratore di distanze e di individuarne le principali caratteristiche che ti saranno utili poi nello studio del moto che effettuerai in altri esperimenti.

#### Procedimento per utilizzare il SONAR con la calcolatrice TI-73

##### **1) RESET della calcolatrice**

Innanzitutto, se nella memoria della calcolatrice non ci sono dati che vuoi conservare, conviene partire effettuando un RESET della calcolatrice (Attenzione: questa operazione cancella tutti i dati e i programmi contenuti nella memoria RAM della calcolatrice, resteranno quindi solo quelli residenti).

Per effettuare il RESET, accendi la calcolatrice e premi i tasti SECOND + MEM, comparirà questa schermata:



premi il tasto 7 e otterrai:



Per pulire tutta la memoria RAM premi ENTER (oppure 1) e la calcolatrice ti chiederà conferma delle tue intenzioni, segnalandoti che l'operazione richiesta cancellerà tutti i dati e i programmi memorizzati fino a questo momento.



Premi 2 se vuoi confermare (1 invece, se ci hai ripensato) e otterrai il seguente messaggio di conferma del RESET effettuato.



Premendo ENTER si pulisce lo schermo e si è pronti per iniziare qualsiasi operazione.

## 2) Avvio e gestione del programma GAUGE

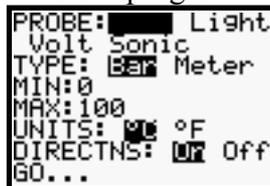
Adesso è necessario avviare un programma che permette di acquisire dati mediante il SONAR. Premi il tasto APPS e otterrai questa schermata:



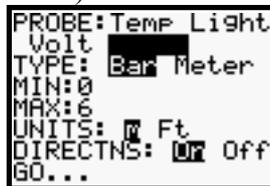
Premi 2 per passare all'ambiente di collegamento fra la calcolatrice e i sensori poi, come indicato premi un tasto qualsiasi per visualizzare il menù CBL/CBR:



Poichè in questo esperimento vogliamo solo studiare le caratteristiche del Sonar come misuratore di distanza, premi ENTER (oppure 1) per avviare il programma GAUGE:

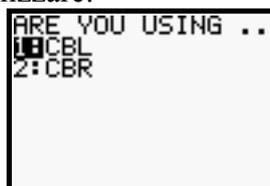


La prima voce di questo menù (PROBE) permette di scegliere il sensore che si vuole utilizzare (porta il cursore -> su Sonic e premi ENTER):



Premendo il tasto -> verso il basso puoi selezionare un'altra voce del menù.

Adesso puoi scegliere il tipo di visualizzazione dei dati (TYPE) che preferisci (puoi lasciare la presente selezione che fa corrispondere ad ogni misura una barra di lunghezza proporzionale), i valori minimo (MIN) e massimo (MAX) previsti per la misura (puoi lasciare quelli già selezionati) e l'unità di misura (lascia l'unità m, cioè metri, già selezionata). Infine puoi decidere se vuoi ricevere istruzioni passo passo per realizzare le misure (per questa prima volta lascia ON, in seguito potrai scegliere OFF quando avrai acquisito confidenza con il sistema di misura, il programma salterà allora le seguenti due schermate). Selezionando GO e premendo ENTER il programma chiede quale sistema di misura vuoi utilizzare:



Poichè userai un sensore CBR, premi 2. Lo schermo mostra come connettere la calcolatrice al CBR:



Esegui il collegamento mediante il cavetto nero e premi ENTER. La calcolatrice effettua ora un controllo sulla bontà del collegamento. Se non hai inserito a fondo i connettori appare questo messaggio di Errore:

```
***LINK ERROR***
PUSH IN THE LINK
CORD CONNECTORS
FIRMLY THEN
PRESS [ENTER].
```

In questo caso controlla che il cavetto sia ben inserito ad entrambe le estremità e premi ENTER, apparirà questa schermata:

```
NOW CHECKING THE
CALCULATOR CBR
LINK CONNECTION.
PLEASE WAIT....

STATUS: O.K.

[ENTER]
```

Premendo ENTER la calcolatrice segnala che è pronta per l'acquisizione dei dati, che può essere avviata battendo ancora ENTER:

```
PRESS [ENTER] TO
BEGIN.
```

A questo punto sullo schermo appare una barra di lunghezza variabile (minimo 0 e massimo 6) e un numero che rappresenta la distanza in metri tra il sonar e l'oggetto scelto. Se si vuole registrare un valore in memoria bisogna premere ENTER e poi scrivere un nome o un numero accanto alla scritta Comment; il valore verrà registrato in una apposita lista.

```
0 2.329 Meters 6
Comment=■
```

Quando si vuole interrompere la misura si preme il tasto CLEAR e si ritorna al menù di impostazione dell'acquisizione.

## Esplorazione delle caratteristiche del sonar

Utilizzando la procedura illustrata al punto 2) puoi cercare di capire quali sono le caratteristiche del sonar come strumento di misura della distanza.

Inizia ad acquisire dati lasciando il Sonar appoggiato sul tavolo e rivolto verso l'alto.

A che oggetto pensi che corrisponda la distanza che leggi sullo schermo?

Porta una mano circa 1 m sopra al Sonar, che cosa leggi?

Sapresti posizionare ora la tua mano esattamente ad 1m di distanza dal sonar?

Comincia ad avvicinare la tua mano al Sonar e leggi via via i valori sullo schermo. Che cosa osservi? Lo strumento misura sempre la distanza della tua mano dal Sonar?

Che cosa succede se sposti un po' la tua mano lateralmente, mantenendola circa alla stessa distanza dal Sonar? C'è una posizione oltre la quale il Sonar non effettua più la misura che vorresti?

Prova a puntare il Sonar contro diversi oggetti e osserva la misura che ottieni.

Riassumi qui di seguito le osservazioni fatte

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Se ti sembra di aver capito come utilizzare il Sonar per misurare delle distanze, prova ad effettuare le seguenti misure, scegliendo il modo per ottenere le misure più precise possibile:

1. Misura le dimensioni dell'aula
2. Misura l'altezza della finestra dal piano terra
3. Misura l'altezza di un tuo compagno

## Il sonar per descrivere il movimento di una persona

Con questo esperimento avrai modo di utilizzare il sonar per misurare, a intervalli regolari di tempo, la distanza di una persona che si muove davanti ad esso.

Ti proponiamo il seguente percorso per acquistare confidenza con l'uso del programma RANGER, poi potrai realizzare gli esperimenti che desideri.

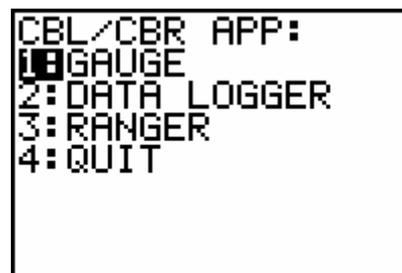
### 1) Avvio e gestione del programma RANGER

Adesso è necessario avviare un programma che permette di acquisire dati mediante il SONAR.

Premi il tasto APPS e otterrai questa schermata:



Premi 2 per passare all'ambiente di collegamento tra la calcolatrice e i sensori poi, come indicato, premi un tasto qualsiasi per visualizzare il menu CBL/CBR:



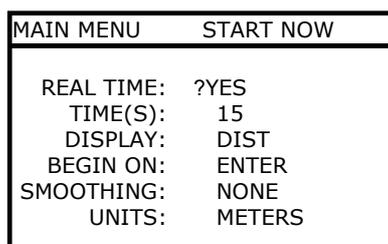
Premi 3 per avviare il programma RANGER



Premi ENTER come indicato e ti apparirà il menu principale:



Premi ENTER (oppure 1) per entrare in SETUP/SAMPLE.



Ti appare il menu principale che serve per impostare i parametri della misura. Ecco una breve spiegazione:

**REAL TIME:** Puoi scegliere se far graficare i dati contemporaneamente all'acquisizione (YES) o appena terminata (NO).

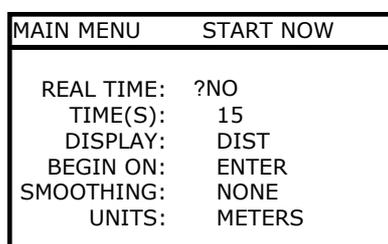
**TIME(S):** Puoi scegliere la durata in secondi dell'acquisizione.

**DISPLAY:** Puoi scegliere il primo grafico che vuoi vedere (DIST.=distanza, VEL=velocità, ACCEL= accelerazione).

**BEGIN ON:** Puoi scegliere come dare il via all'acquisizione (battendo ENTER oppure premendo il tasto TRIGGER sul Sonar).

**SMOOTHING:** Puoi scegliere le modalità per la costruzione dei grafici di velocità e accelerazione (cioè su quanti punti effettuare il calcolo).

**UNITS:** Puoi scegliere l'unità di misura delle distanze (METERS=metri, FEET=piedi).



## 2) Allestimento dell'esperimento

Dalla finestra in cui ti trovi puoi scorrere le diverse voci muovendoti col cursore verso l'alto o verso il basso.

Posizionati su REAL TIME, premendo ENTER più volte ti si propongono le diverse possibilità, scegli NO.

Posizionati su TIME(S) e scegli 15.

Posizionati su DISPLAY e scegli DIST.

Posizionati su BEGIN ON e scegli ENTER.

Posizionati su SMOOTHING e scegli NONE.

Posizionati su UNITS e scegli METERS.

Col cursore raggiungi START NOW (in alto a destra), premi ENTER e sei pronto per partire.

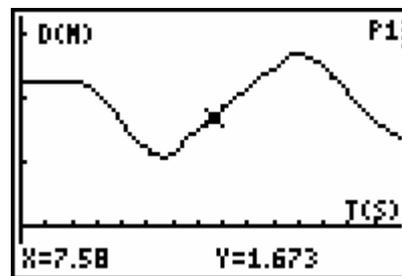
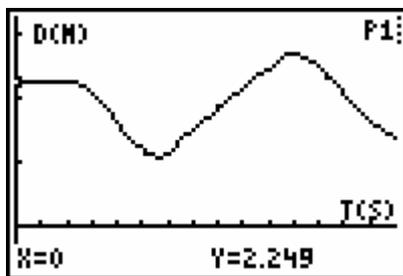
Chiedi al tuo compagno di mettersi a una distanza di circa 2 metri di fronte al SONAR che tu terrai in mano. Digli di tenere un quadernone appoggiato al corpo, che serve per far rimbalzare il segnale del SONAR su una superficie rigida.

Punta il SONAR in direzione del quadernone e tienilo il più possibile fermo durante tutto l'esperimento.

## 3) Acquisizione dei dati

Chiedi al tuo compagno di prepararsi a camminare avanti e indietro lungo una linea retta. Dagli il via qualche secondo dopo aver premuto ENTER.

Quando il sonar smette di acquisire dati (il ticchettio si interrompe), dovrai attendere qualche istante e sullo schermo apparirà il grafico della distanza in funzione del tempo.



## 4) Analisi dei dati

Movendo il cursore verso destra o verso sinistra puoi percorrere tutto il grafico: è come se tu ripercorressi il moto del tuo compagno.

Prova a rispondere a queste domande.

Che cosa rappresenta il primo punto del grafico?

A che cosa corrispondono i numeri che compaiono sotto il grafico?

Quali zone del grafico rappresentano il moto di avvicinamento al SONAR?

Quali il moto di allontanamento?

Qual è la distanza massima che ha raggiunto il tuo compagno? In quale istante?

Qual è la distanza minima che ha raggiunto il tuo compagno? In quale istante?

Ci sono dei momenti in cui si è fermato? In quale istante? Per quanto tempo?

Prova a ripetere l'esperimento facendo fare al tuo compagno un movimento con caratteristiche diverse.

# Abbiamo disegnato il movimento

Alessandra Iacuzzi, Maria Giovanna Papoff, Rita Rettaroli, Istituto Comprensivo di Ozzano dell'Emilia (BO) - Scuola Media "Panzacchi"

## Progetto "POSSIAMO DISEGNARE UN MOVIMENTO?"

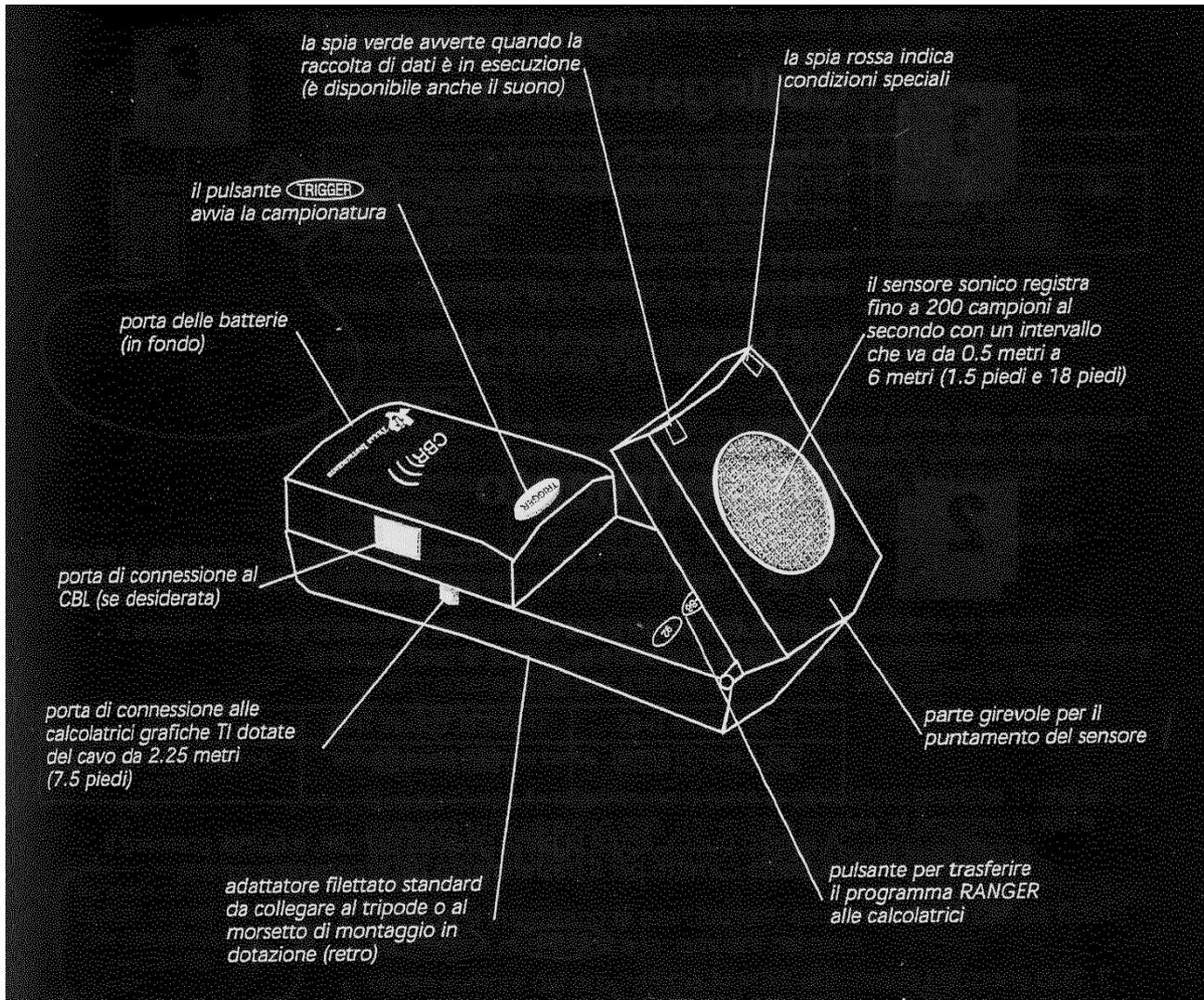
### Scansione delle attività in moduli orari

- 1 ora Concetti di: *sistema di riferimento, quiete e di moto* ( relazione tempo  $x$  e posizione  $y$ )- Concetti teorici e possibilità di espressione grafica sulla base di situazioni ipotetiche. ( a questo livello Pre- test sulla lettura di grafici di relazioni tra dati sperimentali)
- Come potenziamento concetto di *accelerazione* matematicamente formalizzato.
- 1 ora *Esperienze sul moto*: gare di corsa 60m e 80m piani, con rilevazione e registrazione dei tempi, possibilmente anche a metà percorso. I ragazzi consegneranno all'insegnante di educazione fisica la modulistica da loro preparata per registrare i dati. (*Attuato ricorrendo ad altre soluzioni rispetto a quelle progettate*)
- 1 ora *Discussione sulla quantità di informazioni e sulla qualità delle rilevazioni* in base alla sensibilità e alla portata degli strumenti utilizzati e alla bontà dell'operatore.
- Esiste uno strumento per rappresentare in maniera continuativa il moto?
- 1 ora *Presentazione della calcolatrice grafica TI-73*, illustrazione e prove di uso per tastiera, comandi, funzioni e menu, esclusivamente finalizzata all'uso successivo. (necessaria lavagna luminosa e view screen) Lavoro a coppie.
- 2 ore *Confronto tra metodi tradizionali e uso dei sensori nelle rilevazioni dei dati*, descrizione del sensore per rilevare il moto, scoprire i limiti e le possibilità dello strumento con attuazione di attività operative a gruppi e acquisizione di misure rilevabili anche con metodi convenzionali e confrontabili. Preparazione di tabelle per la raccolta dei dati cercati, prima di eseguire la sperimentazione. (compresenza con un altro insegnante formato all'uso della TI-73)
- 1 ora *Programmazione consapevole della calcolatrice* per predisporla alla funzione di elaborazione grafica dei dati, con comprensione delle scelte proposte in lingua inglese nei vari menu che saranno utilizzati. (compresenza con l'insegnante di lingua straniera)
- 1 ora *Lavoro a gruppi per acquisizione dei dati relativi al movimento di una persona*, graficati in tempo reale. Discussione dei risultati guidata su scheda dall'insegnante. (compresenza con un altro insegnante formato all'uso della TI-73)
- 1 ora *Raccolta dei grafici prodotti da tutti i gruppi di lavoro entro un' unica cartella nel PC* con possibilità di esercitazione e interpretazione grafica su un numero elevato di prove e registrazione degli interventi e considerazioni. Il grafico in oggetto sarà proposto dall'insegnante con ALICE (*Realizzato da una classe*)
- 2 ore *Muoversi per riprodurre un grafico*, valutando la bontà e i difetti del proprio movimento: in modo particolare si dovrà considerare la pendenza dei tratti rettilinei, arrivando al concetto di velocità. (compresenza con un altro insegnante formato all'uso della TI-73)
- 1 ora *ripetizione del test iniziale* e verifica dell'insegnante con la classe dell'eventuale incremento di capacità di lettura e interpretazione dei grafici da parte dei ragazzi
- **Totale ore di lavoro in classe** 12 ore, pari ad un mese circa di attività scientifiche.
- **Tempi per la preparazione del materiale didattico** indispensabile per lo svolgimento del progetto, 18 ore, per tutte e tre le classi.
- **Ore di insegnamento eccedenti per classe**: 5 ore.
- **Periodo di realizzazione**: 10 gennaio – 19 febbraio 2002

**Materiale** : calcolatrici grafiche, view screen, forniti in comodato gratuito dall'IRRE Emilia Romagna, lavagna luminosa, cavetto di collegamento tra la calcolatrice e il computer.

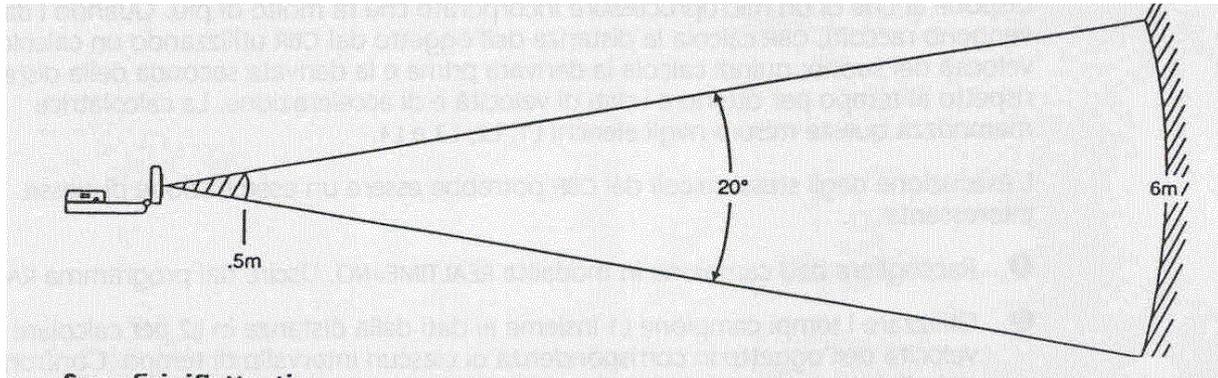
## Sonar

ESPLORAZIONE DELLE CARATTERISTICHE DEL SONAR (strumento di misura della distanza)



- 1) Lascia il sonar appoggiato sul tavolo e rivolto verso l'alto. A che oggetto pensi corrisponda la distanza che leggi sullo schermo?
- 2) Porta un quadernone a circa 1m di fronte al Sonar: che cosa leggi?
- 3) Sapresti posizionare ora il quadernone esattamente ad 1 metro di distanza dal Sonar?
- 4) Comincia ad avvicinare il quadernone al Sonar e leggi via via i valori sullo schermo. Che cosa osservi?  
Lo strumento misura sempre la distanza del quadernone dal Sonar?  
Al di sotto di quale distanza, il Sonar sbaglia la lettura?
- 5) Disponi il Sonar appoggiato sul tavolo, segna con il nastro adesivo la verticale rispetto alla sorgente. Che cosa succede se sposti un po' il quadernone lateralmente, mantenendolo circa alla stessa distanza dal Sonar?
- 6) C'è una posizione oltre la quale il Sonar non effettua più la misura che vorresti?
- 7) Come puoi calcolare l'angolo del fascio del CBR?
- 8) Prova a puntare il Sonar contro diversi oggetti e osserva la misura che ottieni

Oggetto	Misura



9) Riassumi qui di seguito le osservazioni fatte:

- ***il sonar è in grado di eseguire misure di spazio comprese tra 0,50 e 4 m***
- ***il sonar è in grado di percepire i corpi che si trovano entro un'ampiezza di 15° a destra e 15° a sinistra del sonar stesso***

10) Se ti sembra di aver capito come utilizzare il Sonar per misurare delle distanze, prova ad effettuare le seguenti misure, prima con il metro, poi con il Sonar.

- misura l' altezza del banco con il metro e con il Sonar
- misura l' altezza di un tuo compagno con il metro e con il Sonar.



## Laboratorio Sonar

### Raccolta di dati sul moto con il sonar

Il sonar **raccoglie gli ultrasuoni di ritorno** e calcola la posizione del “target”, mette in ascissa il tempo in secondi e in ordinata la distanza in metri. Puoi **vedere il grafico mentre viene fatto** se nel MAIN MENU ( principale) alla voce setup scegli **real time yes, lo vedi dopo qualche secondo** dalla fine della prova, se scegli **real time no. Scegliere no è meno divertente, ma è più conveniente perché** :

Ø Si può staccare il sonar dalla calcolatrice e riattaccarlo dopo il movimento premendo enter.

Ø Si possono diminuire i “rumori”, cioè le perturbazioni del cammino degli ultrasuoni dovute a cause involontarie, con smoothing medium.

Ø Si può scegliere di cominciare la prova con il tasto trigger del sonar, anche lontano dalla calcolatrice.

Ø Si possono fare i grafici  $v(t)$  e  $a(t)$

*Ricorda che il tuo movimento viene rilevato allo stesso modo sia che l’ostacolo si avvicini al sonar, sia che il sonar si avvicini all’ostacolo perché in entrambi i casi la distanza sonar-ostacolo diminuisce!*

*Tutti i componenti del gruppo devono fare la prova proposta e tutti devono riportare sul proprio quaderno la prova di ogni compagno del gruppo con:*

- 1- il titolo del grafico ( es. moto di avvicinamento, moto di Sansone Pernienti )
- 2- Le unità di misura sull’asse x come risultano sul riferimento grafico
- 3- Le unità di misura sull’asse y come risultano sul riferimento grafico
- 4- Tutte le scritte e i numeri che compaiono sul grafico.

*Sotto ogni grafico scrivi questi dati:*

- Che cosa rappresenta il primo punto del grafico e quanto vale.
- A che cosa corrispondono i numeri sotto il grafico.
- Quali zone del grafico rappresentano il moto di avvicinamento al sonar.
- Quali il moto di allontanamento.
- Quale distanza massima ha raggiunto il tuo compagno e in quale istante.
- Quale distanza minima ha raggiunto il tuo compagno e in quale istante.
- In quali momenti il compagno si è fermato, in quale istante e per quanto tempo.

*Puoi preparare anche una tabella a doppia entrata che riporti tutte le caselle per le informazioni richieste.*

DEVI PREPARARE LE TAVOLE PER L’ ACQUISIZIONE DEI DATI DURANTE IL LAVORO IN ANTICIPO RISPETTO ALL’ ESECUZIONE, DALLA QUALE SARAI ALTRIMENTI ESCLUSO PER MOTIVI DI TEMPO.

#### **PROVE proposte**

- - grafico  $s = f(t)$  con il sonar fermo 1) previsione 2)esecuzione
- - grafico  $s = f(t)$  con il sonar in avvicinamento 1) previsione 2)esecuzione
- - grafico  $s = f(t)$  con il sonar in allontanamento 1) previsione 2)esecuzione
- - grafico  $s = f(t)$  con il sonar in allontanamento per 5” , in avvicinamento per 5” e fermo per 5” 1) previsione 2)esecuzione

## 1° esercizio - Il tempo passa: sto fermo

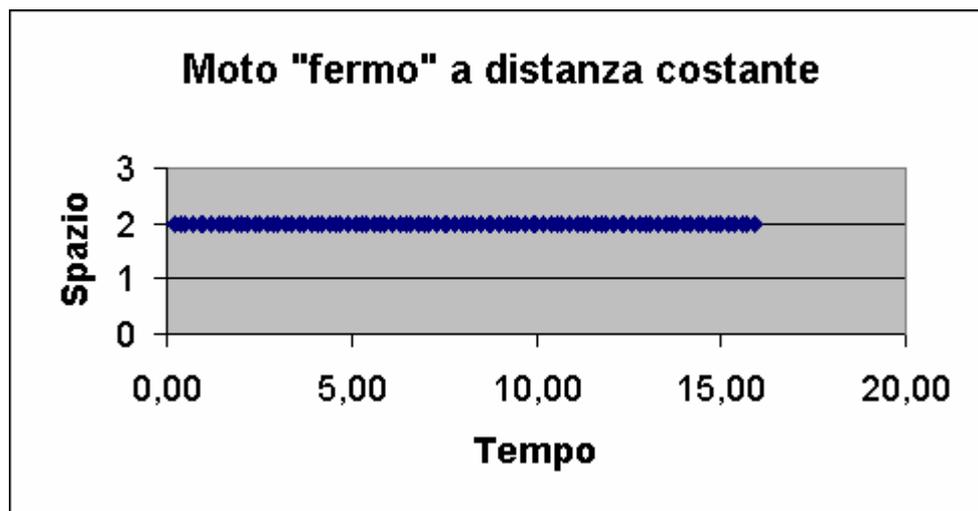
Distanza 2  
 Tempo 0 0,20 0,40 0,50 0,70 0,90 1,00 1,20 1,40 1,50 1,70 1,90 2,00 2,20 2,40 2,50 2,70 2,90 3,00 3,20 3,40 3,60 3,70

Distanza 2  
 Tempo 3,90 4,10 4,20 4,40 4,60 4,70 4,90 5,10 5,30 5,40 5,60 5,80 5,90 6,10 6,30 6,50 6,60 6,80 7,00 7,10 7,30 7,50 7,60

Distanza 2  
 Tempo 7,80 8,00 8,10 8,30 8,50 8,69 8,79 8,99 9,19 9,29 9,49 9,69 9,89 9,99 10,19 10,39 10,59 10,69 10,89 11,09 11,29

Distanza 2  
 Tempo 11,39 11,59 11,79 11,89 12,09 12,29 12,39 12,59 12,79 12,99 13,09 13,29 13,49 13,69 13,79 13,99 14,19 14,39 14,49

Distanza 2 2 2 2 2 2 2 2  
 Tempo 14,69 14,89 14,99 15,19 15,39 15,59 15,69 15,89



Il sonar manda impulsi per 15 secondi al max. La distanza è rimasta costante durante tutto il periodo di funzionamento dell'apparecchio. Le liste di dati sono state scaricate direttamente dalla memoria della calcolatrice ed il grafico è stato realizzato in Excel.

## 2° esercizio - Il tempo passa: mi avvicino

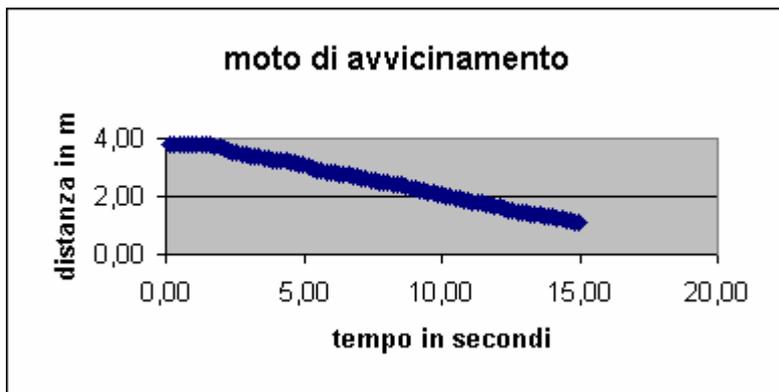
Distanza 3,77 3,77 3,77 3,77 3,77 3,78 3,78 3,78 3,78 3,78 3,77 3,75 3,70 3,65 3,60 3,55 3,50 3,46 3,43 3,40 3,38 3,36 3,33  
 Tempo 0 0,16 0,32 0,48 0,65 0,81 0,97 1,13 1,29 1,45 1,61 1,77 1,94 2,10 2,26 2,42 2,58 2,74 2,90 3,06 3,23 3,39 3,55

Distanza 3,30 3,27 3,25 3,23 3,21 3,19 3,16 3,12 3,08 3,03 2,97 2,92 2,87 2,83 2,81 2,79 2,78 2,76 2,74 2,72 2,69 2,65 2,61  
 Tempo 3,71 3,87 4,03 4,19 4,35 4,52 4,68 4,84 5,00 5,16 5,32 5,48 5,64 5,81 5,97 6,13 6,29 6,45 6,61 6,77 6,93 7,10 7,26

Distanza 2,58 2,54 2,51 2,49 2,47 2,44 2,42 2,39 2,35 2,30 2,26 2,21 2,17 2,14 2,11 2,08 2,05 2,02 1,98 1,94 1,90 1,86  
 Tempo 7,42 7,58 7,74 7,90 8,06 8,22 8,39 8,55 8,71 8,87 9,03 9,19 9,35 9,51 9,68 9,84 10,00 10,16 10,32 10,48 10,64 10,80

Distanza 1,83 1,81 1,79 1,76 1,74 1,70 1,67 1,63 1,58 1,54 1,50 1,47 1,45 1,42 1,40 1,38 1,36 1,34 Tempo  
 10,97 11,13 11,29 11,45 11,61 11,77 11,93 12,09 12,26 12,42 12,58 12,74 12,90 13,06 13,22 13,38 13,55 13,71

Distanza 1,28 1,31 1,24 1,21 1,18 1,15 1,13 1,12  
 Tempo 13,87 14,03 14,19 14,35 14,51 14,67 14,83 15,00



Il sonar manda impulsi per 15 secondi al max. L'avvicinamento al sonar è avvenuto a velocità abbastanza costante, di circa  $3 / 15 = 0,20$  m/s.

Le liste di dati sono state scaricate direttamente dalla memoria della calcolatrice ed il grafico è stato realizzato in Excel.

### 3° esercizio - Il tempo passa: mi allontano

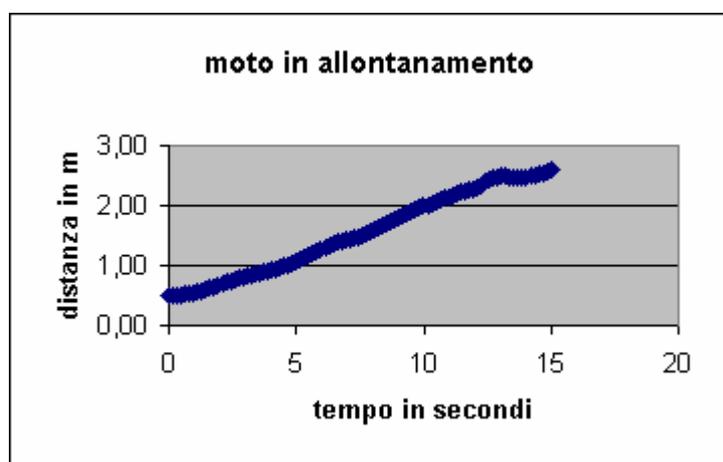
**distanza** 0,50 0,51 0,51 0,51 0,52 0,53 0,54 0,55 0,57 0,60 0,62 0,65 0,67 0,70 0,72 0,74 0,76 0,78 0,80 0,82 0,84 0,85 0,87  
**tempo** 0 0,16 0,32 0,48 0,65 0,81 0,97 1,13 1,29 1,45 1,61 1,77 1,94 2,10 2,26 2,42 2,58 2,74 2,90 3,06 3,23 3,39 3,55

**distanza** 0,89 0,90 0,92 0,94 0,96 0,99 1,01 1,04 1,08 1,11 1,15 1,18 1,21 1,25 1,28 1,31 1,34 1,37 1,39 1,41 1,42 1,44 1,46  
**tempo** 3,71 3,87 4,03 4,19 4,35 4,52 4,68 4,84 5,00 5,16 5,32 5,48 5,64 5,81 5,97 6,13 6,29 6,45 6,61 6,77 6,93 7,10 7,26

**distanza** 1,48 1,50 1,53 1,56 1,59 1,62 1,66 1,70 1,73 1,77 1,80 1,84 1,87 1,90 1,93 1,96 1,99 2,01 2,04 2,07 2,10 2,12  
**tempo** 7,42 7,58 7,74 7,90 8,06 8,22 8,39 8,55 8,71 8,87 9,03 9,19 9,35 9,51 9,68 9,84 10,00 10,16 10,32 10,48 10,64 10,80

**distanza** 2,15 2,18 2,20 2,22 2,25 2,27 2,28 2,30 2,33 2,39 2,44 2,46 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48 2,48  
**tempo** 10,97 11,13 11,29 11,45 11,61 11,77 11,93 12,09 12,26 12,42 12,58 12,74 12,90 13,06 13,22 13,38 13,55 13,71 13,87

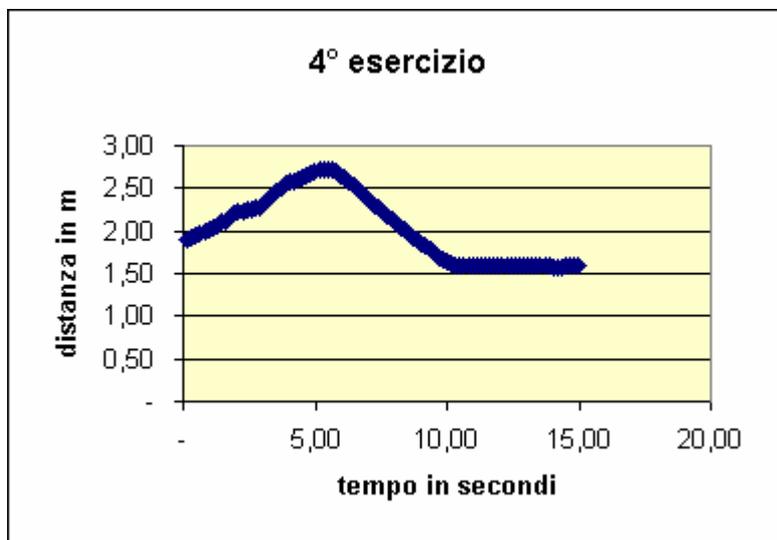
**distanza** 2,48 2,49 2,50 2,52 2,54 2,57 2,59  
**tempo** 14,03 14,19 14,35 14,51 14,67 14,83 15,00

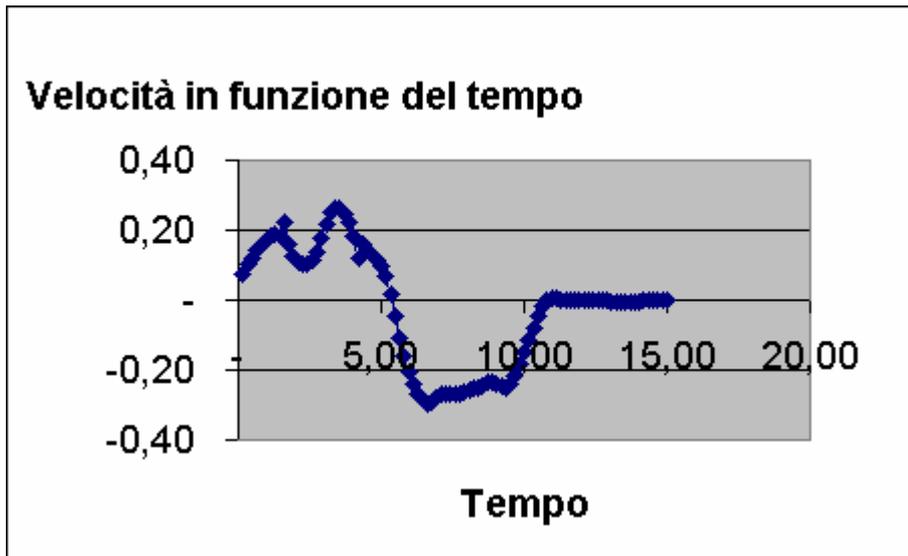


Il sonar manda impulsi per 15 secondi al max. L'allontanamento dal sonar è avvenuto a velocità abbastanza costante, di circa  $2,50 / 15 = 0,17$  m/s  
Le liste di dati sono state scaricate direttamente dalla memoria della calcolatrice e il grafico è stato realizzato in excel.

## 4° esercizio - Il tempo passa: in allontanamento per 5 s, in avvicinamento per 5 s, fermo per 5 sec.

Lista3 Velocità	0,04	0,07	0,10	0,12	0,14	0,16	0,17	0,18	0,19	0,18	
0,22	0,16	0,12	0,11	0,10	0,10	0,11	0,14	0,18	0,22	0,25	0,26
0,26	0,25	0,22	0,18	0,12	0,16	0,15	0,13	0,11	0,10	0,07	0,02 -
0,04 -	0,11 -	0,16 -	0,20 -	0,24 -	0,27 -	0,29 -	0,29 -	0,29 -	0,28 -	0,27 -	0,27 -
0,27 -	0,27 -	0,27 -	0,26 -	0,26 -	0,25 -	0,25 -	0,24 -	0,24 -	0,24 -	0,24 -	0,25 -
0,25 -	0,24 -	0,22 -	0,18 -	0,15 -	0,11 -	0,08 -	0,05 -	0,02	0,00	0,01	0,01
0,00 -	0,00 -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00 -	0,00 -	0,00 -
0,01 -	0,01 -	0,01 -	0,01 -	0,00 -	0,00 -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Lista2 distanza	1,89	1,90	1,92	1,94	1,96	1,99	2,01	2,04	2,07	2,10	
2,12	2,17	2,20	2,22	2,23	2,24	2,25	2,26	2,28	2,32	2,36	2,41
2,46	2,51	2,55	2,57	2,57	2,61	2,64	2,66	2,68	2,70	2,71	2,72
2,72	2,71	2,69	2,66	2,62	2,58	2,53	2,48	2,43	2,39	2,35	2,31
2,26	2,22	2,17	2,13	2,09	2,05	2,01	1,97	1,93	1,89	1,86	1,82
1,78	1,73	1,69	1,66	1,63	1,61	1,60	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59
1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59	1,59
1,59	1,59	1,59	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58	1,58
Lista1 tempo 0	0,16	0,32	0,48	0,65	0,81	0,97	1,13	1,29	1,45	1,61	
1,77	1,94	2,10	2,26	2,42	2,58	2,74	2,90	3,06	3,23	3,39	3,55
3,71	3,87	4,03	4,19	4,35	4,52	4,68	4,84	5,00	5,16	5,32	5,48
5,64	5,81	5,97	6,13	6,29	6,45	6,61	6,77	6,93	7,10	7,26	7,42
7,58	7,74	7,90	8,06	8,22	8,39	8,55	8,71	8,87	9,03	9,19	9,35
9,51	9,68	9,84	10,00	10,16	10,32	10,48	10,64	10,80	10,97	11,13	11,29
11,45	11,61	11,77	11,93	12,09	12,26	12,42	12,58	12,74	12,90	13,06	13,22
13,38	13,55	13,71	13,87	14,03	14,19	14,35	14,51	14,67	14,83	15,00	





La calcolatrice grafica sistema in 4 diverse liste i dati relativi a distanza, tempo, velocità, accelerazione. E' possibile quindi valutare anche altre relazioni espresse in grafico, ma non ci è parso produttivo per difficoltà di elaborazione matematica

## Liste di dati disponibili per esercitazioni didattiche

lista1	lista2	lista3	lista4
tempo	dist	vel	accel
0	1,89	0,04	0,17
0,16	1,90	0,07	0,22
0,32	1,92	0,10	0,21
0,48	1,94	0,12	0,16
0,65	1,96	0,14	0,10
0,81	1,99	0,16	0,05
0,97	2,01	0,17	0,04
1,13	2,04	0,18	0,03
1,29	2,07	0,19	0,02
1,45	2,10	0,18 -	0,01
1,61	2,12	0,22	0,18
1,77	2,17	0,16 -	0,16
1,94	2,20	0,12 -	0,27
2,10	2,22	0,11 -	0,25
2,26	2,23	0,10 -	0,16
2,42	2,24	0,10 -	0,01
2,58	2,25	0,11	0,16
2,74	2,26	0,14	0,32
2,90	2,28	0,18	0,39
3,06	2,32	0,22	0,34
3,23	2,36	0,25	0,18
3,39	2,41	0,26 -	0,02
3,55	2,46	0,26 -	0,19
3,71	2,51	0,25 -	0,30
3,87	2,55	0,22 -	0,30
4,03	2,57	0,18 -	0,19
4,19	2,57	0,12	0,16
4,35	2,61	0,16 -	0,05
4,52	2,64	0,15 -	0,05
4,68	2,66	0,13 -	0,07
4,84	2,68	0,11 -	0,11
5,00	2,70	0,10 -	0,18
5,16	2,71	0,07 -	0,25
5,32	2,72	0,02 -	0,33
5,48	2,72 -	0,04 -	0,37
5,64	2,71 -	0,11 -	0,37
5,81	2,69 -	0,16 -	0,34
5,97	2,66 -	0,20 -	0,28
6,13	2,62 -	0,24 -	0,22
6,29	2,58 -	0,27 -	0,15
6,45	2,53 -	0,29 -	0,05
6,61	2,48 -	0,29	0,03
6,77	2,43 -	0,29	0,09
6,93	2,39 -	0,28	0,09
7,10	2,35 -	0,27	0,03
7,26	2,31 -	0,27 -	0,03
7,42	2,26 -	0,27 -	0,05
7,58	2,22 -	0,27 -	0,02
7,74	2,17 -	0,27	0,03
7,90	2,13 -	0,26	0,05
8,06	2,09 -	0,26	0,05
8,22	2,05 -	0,25	0,03
8,39	2,01 -	0,25	0,03
8,55	1,97 -	0,24	0,05
8,71	1,93 -	0,24	0,03
8,87	1,89 -	0,24 -	0,02
9,03	1,86 -	0,24 -	0,06
9,19	1,82 -	0,25 -	0,05

9,35	1,78	-	0,25	0,01
9,51	1,73	-	0,24	0,09
9,68	1,69	-	0,22	0,17
9,84	1,66	-	0,18	0,22
10,00	1,63	-	0,15	0,25
10,16	1,61	-	0,11	0,26
10,32	1,60	-	0,08	0,25
10,48	1,59	-	0,05	0,20
10,64	1,59	-	0,02	0,12
10,80	1,59		0,00	0,03
10,97	1,59	0,01	-	0,01
11,13	1,59	0,01	-	0,02
11,29	1,59	0,00	-	0,01
11,45	1,59	-	0,00	0,00
11,61	1,59	-	0,00	0,00
11,77	1,59		0,00	0,00
11,93	1,59		0,00	0,01
12,09	1,59		0,00	0,01
12,26	1,59		0,00	0,01
12,42	1,59	0,00	-	0,00
12,58	1,59	0,00	-	0,01
12,74	1,59	0,00	-	0,01
12,90	1,59	-	0,00	0,01
13,06	1,59	-	0,00	0,01
13,22	1,59	-	0,01	0,01
13,38	1,59	-	0,01	0,01
13,55	1,59	-	0,01	0,00
13,71	1,58	-	0,01	0,01
13,87	1,58	-	0,00	0,01
14,03	1,58	-	0,00	0,01
14,19	1,58	-	0,00	0,01
14,35	1,58		0,00	0,01
14,51	1,58		0,00	0,00
14,67	1,58		0,00	0,00
14,83	1,58	0,00	-	0,00
15,00	1,58	0,00	-	0,00

## L'uomo invisibile

**Prima di proporti un gioco**, scopri che differenza c'è fra due grafici spazio-tempo che ricavi con un movimento lento di avvicinamento al sonar, e con un movimento veloce. Devi fissare i valori iniziali e quelli finali di spazio e rispettarli in tutte le prove.....

### ***Gioco a premi: RIPRODUCI IL GRAFICO DELL'UOMO INVISIBILE***

***indispensabile il view-screen per mostrare a tutti il grafico da imitare e consentirne lo studio***

Storia: ...un uomo invisibile si è mosso davanti ad un sonar e l'apparecchio ha registrato via – via le sue posizioni. Una calcolatrice grafica ha recuperato i dati e ti da la possibilità di ripetere perfettamente il percorso dell'uomo invisibile. 4 punti max se ci riesci e se vinci otterrai il grafico D' ORO

#### **Regole:**

Ø ogni squadra prepara tanti bigliettini uguali con i nomi dei suoi componenti e gli insegnanti li numerano all'esterno

Ø ogni squadra studia (sottovoce per non farsi sentire dalle altre) per 5' in gruppo il grafico proposto dal programma distance match del CBR ed elabora una strategia per ripetere il percorso dell'uomo invisibile.

Ø Verrà chiamato per la prova un componente del gruppo, in base al numero assegnato sui biglietti.

Ø A giudizio dei docenti e delle squadre avversarie vengono assegnati da 0 a 4 punti, in base alla somiglianza del percorso proposto con quello realizzato.

Ø Una squadra può far ripetere la prova ad un altro componente, questa volta sorteggiato, ma i punti assegnati arriveranno solo a 3 anche in presenza di una prestazione perfetta. In questo caso vale l'ultimo punteggio ottenuto.

Ø La squadra che raggiunge prima i 12 punti ha vinto il **grafico d'oro!**

Ø Si possono guardare i secondi sull'orologio e ogni squadra può dare indicazioni di tempo e posizione al proprio concorrente .

Ø Ogni disturbo da parte delle altre squadre viene penalizzato con un punto in meno.

Per imparzialità diamo a tutti gli stessi consigli e la raccomandazione di collaborare tutti perché non si sa chi sarà chiamato a fare il gioco...

1. stabilire a quale distanza si deve partire
2. in quali intervalli di tempo ci si deve avvicinare
3. in quali intervalli ci si deve allontanare
4. in quali intervalli si deve stare fermi

VIA!

**Avvia il programma RANGER e quando arrivi al MAIN MENU scegli 3:APPLICATIONS. Scegli METERS - enter e in APPLICATIONS 1: DIST MATCH - enter : ti compare il grafico da imitare . Parti con enter. Quando hai finito con enter entri nelle opzioni: scegli SAME MATCH se vuoi ripetere lo stesso percorso, NEW MATCH se vuoi un nuovo percorso.**

# Forze e movimenti

M. Cavazzoni, Scuola media di Finale Emilia (MO)

## Le forze e il moto

- Obiettivi:
- Materiali:
- CBR Set up
- Allestimento dell'esperienza e raccolta dei dati
- Ricorda
- Analisi dei dati: fase 1
- Analisi dei dati: fase 2

## Il moto di caduta di un corpo

- Obiettivi:
- Materiali:
- CBR Set up
- Raccolta dei dati
- Analisi dei dati.

## La palla che rimbalza

- Obiettivi:
- Materiali:
- CBR Set up
- Analisi dei risultati.
- Analisi avanzate (con l'aiuto dell'insegnante)

## Il pendolo

- Obiettivi:
- Materiali:
- CBR Set up
- Raccolta dei dati
- Analisi dei risultati.
- Analisi avanzate (con l'aiuto dell'insegnante)
- Esempi di risultati ottenuti nello studio del Moto Armonico

## LE FORZE E IL MOTO

### Obiettivi:

- Studiare per via sperimentale la 2<sup>a</sup> Legge della dinamica.

### Materiali:

- CBR Cavetto GRAPH LINK
- TI-73 e cavo di collegamento tra calcolatrice e CBR Software TI-GRAPH LINK
- View-Screen Automobile giocattolo
- Lenza da pesca Piombini da pesca: 1, 2, 3, 4, 5 g

### CBR Set up

1. Collega la calcolatrice TI-73 al CBR mediante il cavo specifico
2. Accendi la calcolatrice e avvia il programma RANGER che permette di acquisire dati con il SONAR:

- Premi il tasto APPS e osserva la schermata:



- Seleziona 2 [ENTER] per visualizzare il menu CBR/CBL:



- Seleziona 3 [ENTER] per avviare il programma RANGER



- Premi [ENTER] e ti apparirà il MAIN MENU:

```
MAIN MENU
1: SETUP/SAMPLE
2: SET DEFAULTS
3: APPLICATIONS
4: PLOT MENU
5: TOOLS
6: QUIT
```

- Premi **[ENTER]** per entrare in SET UP/SAMPLE e visualizzare le impostazioni del SONAR:

```
MAIN MENU    START NOW
-----
REALTIME: NO
TIME(S): 2
DISPLAY: DIST
BEGIN ON: TRIGGER
SMOOTHING: LIGHT
UNITS: METRES
```

- Seleziona con le frecce **▼ ▲** e premi **[ENTER]**. Nella condizione REALTIME: NO i dati sono acquisiti e temporaneamente memorizzati dal CBR poi trasferiti alla calcolatrice TI-73 ed il tempo di acquisizione può essere impostato secondo le necessità dello sperimentatore. L'acquisizione dei dati relativi al moto di caduta di un corpo può essere iniziata tramite il comando [ TRIGGER ] sul CBR.
- Al termine delle operazioni , premi **▼ ▲** fino a quando il cursore si trova su START NOW e premi **[ENTER]**.
- La calcolatrice TI-73 suggerisce di puntare il SONAR (CBR) al bersaglio e di premere **[ENTER]** per iniziare l'acquisizione dei dati sperimentali.

```
POINT CBR
AT TARGET

TO START PRESS
ENTER ON TI-73
```

- Premi **[ENTER]**.

```
PRESS TRIGGER
ON CBR TO START

REPEAT IF
DESIRED, THEN
REATTACH CBR AND
PRESS ENTER
```

La calcolatrice TI-73 suggerisce di premere [ TRIGGER ] sul CBR per iniziare l'acquisizione dei dati. Si dovrà poi riconnettere il CBR alla TI-73 e premere **[ENTER]**, per consentire il trasferimento di informazioni. Attendi.

### Allestimento dell'esperienza e raccolta dei dati:

1. Fissa un piombino da pesca ( massa = 1g) ad un' estremità di un filo di nylon lungo circa 1,5 m ed aggancia all'altra estremità un'auto giocattolo (massa = 25 g ).

2. Posa l'automobilina su un tavolo e lascia pendere il pesetto dal bordo; chiedi ad un compagno di trattenere l'automobilina con la mano.
3. Avvia il SONAR con il comando [TRIGGER]. Quando la spia verde inizia a lampeggiare, chiedi al tuo compagno di lasciar andare l'automobilina.

Ricorda che in queste condizioni sperimentali, l'auto si muoverà trainata da una forza costante

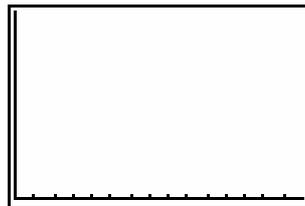
$$F = m \cdot g$$

dove:  $m$  = massa del piombino  
 $g$  = accelerazione di gravità ( $9,8 \text{ m/s}^2$ )

Ndr - La forza agente sull'automobilina in moto è in realtà inferiore a  $mg$ , sia per la presenza di attrito, sia perchè anche la massa del piombino deve essere conteggiata nella massa totale del sistema al quale si applica la forza; quindi l'automobilina si muove con una accelerazione inferiore a  $g$ . Di conseguenza sarebbe consigliabile rivedere criticamente l'esperimento una volta consolidata la conoscenza della seconda legge della meccanica.

### Analisi dei dati: fase 1

1. Riproduci il grafico Distanza – Tempo ed osserva. Quali informazioni ti fornisce sul moto dell'auto?  
 .....  
 .....



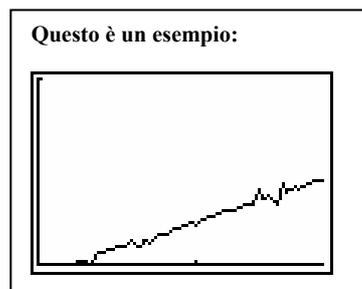
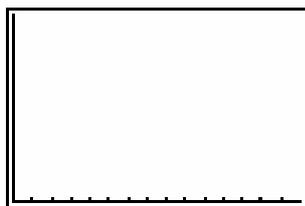
2. Visualizza il grafico Velocità -Tempo:

➤ Premi [ENTER] e osserva il PLOT MENU:

```

PLOT MENU
1: DIST-TIME
2: VEL-TIME
3: ACCEL-TIME
4: PLOT TOOLS
5: REPEAT SAMPLE
6: MAIN MENU
7: QUIT
  
```

➤ Seleziona 2 : VEL – TIME [ENTER]. Rappresenta il grafico Velocità – Tempo:



3. Secondo te, come varia la velocità nel tempo ?.....  
 Cosa puoi affermare sul moto dell'auto ? .....

4. Supponiamo si tratti di un moto rettilineo uniformemente accelerato, sapresti calcolare l'accelerazione dal grafico ?.....  
 .....

- Premi **[ENTER]** per entrare in PLOT MENU, seleziona 7: QUIT **[ENTER]**.
- I dati sperimentali acquisiti con il SONAR e il programma RANGER vengono automaticamente memorizzati in Liste:

L1: tempo  
 L2: distanza  
 L3: velocità  
 L4: accelerazione che sono cancellate in una nuova acquisizione .

- Copia: L1 → TIME Home Screen  
 L2 → DIST

Esegui le istruzioni: **[2nd]** **[LIST]** 1: L1 **[ENTER]** **[STO▶]** **[2nd]** **[MATH]** [TIME] DONE **[ENTER]**

**[2nd]** **[LIST]** 2: L2 **[ENTER]** **[STO▶]** **[2nd]** **[MATH]** [DIST] DONE **[ENTER]**

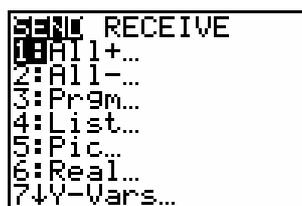
- Trasferisci le liste L3 e L4, al Personal Computer mediante il software TI-GRAPH LINK ( Ti-73 ) e lo specifico cavo GRAPH LINK, secondo le istruzioni:

**Calcolatrice Ti-73:**

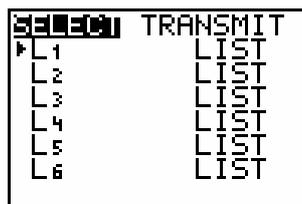
- Premi **[APPS]** :



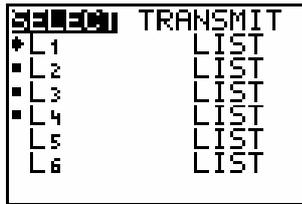
- Seleziona 1: LINK **[ENTER]**



- Seleziona SEND e 4: List **[ENTER]**



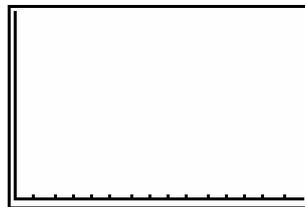
- Seleziona le Liste da inviare al Personal Computer con il tasto **[ENTER]** e la freccia **[↓]**, poi seleziona TRANSMIT



**Personal Computer:**

- Avvia il software TI-GRAPH LINK
- Nel Main Menu, seleziona LINK
- Seleziona l'opzione: Receive
- Segui le istruzioni del computer per scegliere i files da trasferire (L3, L4) e la loro destinazione ( C:\ PROGETTO TI-73 \MOTO\....)
- Premi OK sul computer oppure **ENTER** sulla calcolatrice grafica.

Supponi di ripetere l'esperimento dopo aver aggiunto 2 o 4 piombini da pesca all'estremità del filo ( massa = 2, 4 g ); come pensi varierà il moto dell'auto giocattolo ? Formula un'ipotesi e rappresentala in forma grafica.



- Acquisisci i dati sperimentali secondo le modalità descritte sopra; poni grande attenzione nella copiatura delle liste e nel loro trasferimento al PC.

**Analisi dei dati: fase 2**

1. Confronta i grafici relativi al moto dell'auto nelle tre condizioni sperimentali:

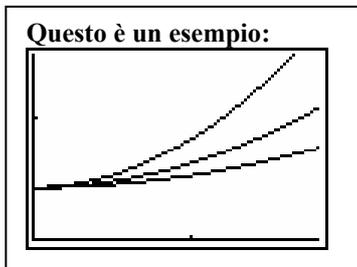
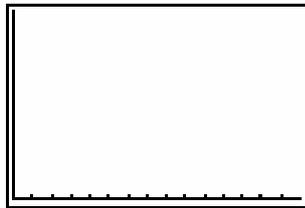
- Premi la funzione **2nd** [PLOT].



- Premi **ENTER** per attivare il 1° grafico a tua disposizione.



- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 1 [ENTER] e [2nd] [LIST] 2 [ENTER]
- Premi la funzione [2nd] [PLOT] e attiva il 2° grafico.
- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 5: TIME [ENTER] e [2nd] [LIST] 6: DIST [ENTER]
- Premi la funzione [2nd] [PLOT] e attiva il 3° grafico.
- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 7: TEMPO [ENTER] e [2nd] [LIST] 8: SPAZIO [ENTER]
- Premendo la funzione [GRAPH], potrai visualizzare sullo schermo della calcolatrice TI-73 i grafici Distanza - Tempo ottenuti nelle tre condizioni sperimentali. Cosa puoi osservare ? .....



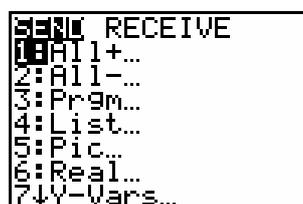
- Indica con una freccia orientata la direzione di crescita della Forza applicata.
2. Confronta i grafici relativi alla velocità dell'auto nelle tre condizioni sperimentali:
- Trasferisci le liste L3, contenenti dati sulla velocità del corpo nelle varie condizioni sperimentali:

**Calcolatrice Ti-73:**

- Premi [APPS] :



- Seleziona 1: LINK [ENTER]



- Seleziona RECEIVE [ENTER]

**Personal Computer:**

- Avvia il software TI-GRAPH LINK
- Nel Main Menu, seleziona LINK
- Seleziona l'opzione: Send
- Segui le istruzioni del computer per scegliere i files da trasferire (L3). Premi OK .

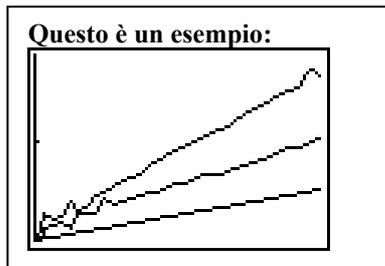
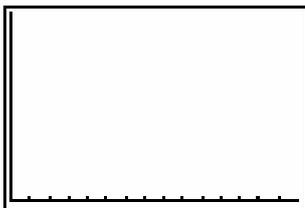
➤ Crea il grafico Velocità – Tempo per le tre condizioni esaminate:

- Premi la funzione [2nd] [PLOT].
- Premi [ENTER] per attivare il 1° grafico a tua disposizione.
- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 1 [ENTER] e [2nd] [LIST] 3 [ENTER]
- Premi la funzione [2nd] [PLOT] e attiva il 2° grafico.
- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 5: TIME [ENTER] e [2nd] [LIST] 9: VELOC [ENTER]
- Premi la funzione [2nd] [PLOT] e attiva il 3° grafico.
- Seleziona le Liste: [2nd] [LIST] 7: TEMPO [ENTER] e [2nd] [LIST] 10: VEL [ENTER]

➤ Premendo la funzione [GRAPH], potrai visualizzare sullo schermo della calcolatrice TI-73 i grafici Velocità - Tempo ottenuti nelle tre condizioni sperimentali. Cosa puoi osservare ? .....

.....

.....



- Indica con una freccia orientata la direzione di crescita della Forza applicata.
- Ricorda che:  $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ ; sperimentalmente , l'accelerazione del corpo è calcolata come pendenza del grafico Velocità –Tempo. Calcola il suo valore per ciascuna condizione esaminata.

**Costruisci la Tabella :**

Condizione sperimentale	Forza applicata (*)	Accelerazione (**)
1	0.0098	
2	0.0196	
3	0.0392	

$$(*) \quad F = m \cdot g$$

dove:  $m$  = massa del piombino

$g$  = accelerazione di gravità ( $9,8 \text{ m/s}^2$ )

$$(**) \quad a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

dal grafico

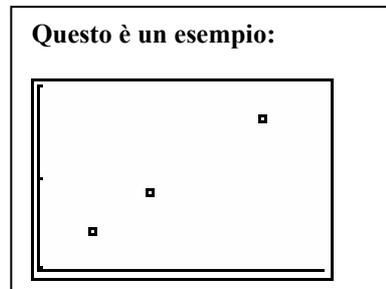
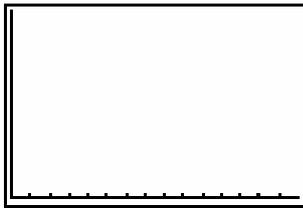
Cancella tutte le memorie della calcolatrice Ti-73:

$\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{MEM}} \boxed{7}$ : Reset  $\boxed{\text{ENTER}}$   $\boxed{1}$ : All Ram  $\boxed{\text{ENTER}}$   $\boxed{2}$ : Reset  $\boxed{\text{ENTER}}$

$\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{QUIT}} \boxed{\text{CLEAR}}$

### Costruisci il Grafico:

- Premi  $\boxed{\text{LIST}}$  ed inserisci in L1 i valori della Forza applicata ed in L2 i valori di accelerazione; premi  $\boxed{\text{ENTER}}$
- Premi la funzione  $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{PLOT}}$ .
- Premi  $\boxed{\text{ENTER}}$  per attivare il 1° grafico a tua disposizione.
- Seleziona le Liste:  $\boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{LIST}} \boxed{1} \boxed{\text{ENTER}}$  e  $\boxed{\downarrow} \boxed{2\text{nd}} \boxed{\text{LIST}} \boxed{2} \boxed{\text{ENTER}}$
- Premendo  $\boxed{\text{GRAPH}}$  potrai visualizzare il grafico: Accelerazione vs Forza.



# IL MOTO DI CADUTA DI UN CORPO

## Obiettivi:

- Creare un grafico Distanza- Tempo relativo al moto di caduta di un corpo.
- Definire il concetto di accelerazione.

## Materiali:

CBR

TI-73 e cavo di collegamento tra calcolatrice e CBR

View-Screen e cavo di collegamento con la calcolatrice TI-73

Corpo piatto

## CBR Set up

1. Collega la calcolatrice TI-73 al CBR mediante il cavo specifico
2. Accendi la calcolatrice e avvia il programma RANGER che permette di acquisire dati con il SONAR:

- Premi il tasto APPS e osserva la schermata:



- Seleziona 2 [ENTER] per visualizzare il menu CBR/CBL:



- Seleziona 3 [ENTER] per avviare il programma RANGER



- Premi [ENTER] e ti apparirà il MAIN MENU:

```
MAIN MENU
1: SETUP/SAMPLE
2: SET DEFAULTS
3: APPLICATIONS
4: PLOT MENU
5: TOOLS
6: QUIT
```

- Premi **[ENTER]** per entrare in SET UP/SAMPLE e visualizzare le impostazioni del SONAR:

```
MAIN MENU    START NOW
-----
REALTIME: NO
TIME(S): 2
DISPLAY: DIST
BEGIN ON: TRIGGER
SMOOTHING: NONE
UNITS: METERS
```

- Seleziona con le frecce **▼ ▲** e premi **[ENTER]**. Nella condizione REALTIME: NO i dati sono acquisiti e temporaneamente memorizzati dal CBR poi trasferiti alla calcolatrice TI-73 ed il tempo di acquisizione può essere impostato secondo le necessità dello sperimentatore. L'acquisizione dei dati relativi al moto di caduta di un corpo può essere iniziata tramite il comando [ TRIGGER ] sul CBR.
- Al termine delle operazioni , premi **▼ ▲** fino a quando il cursore si trova su START NOW e premi **[ENTER]**.
- La calcolatrice TI-73 suggerisce di puntare il SONAR (CBR) al bersaglio e di premere **[ENTER]** per iniziare l'acquisizione dei dati sperimentali.

```
POINT CBR
AT TARGET

TO START PRESS
ENTER ON TI-73
```

- Premi **[ENTER]**. Attendi

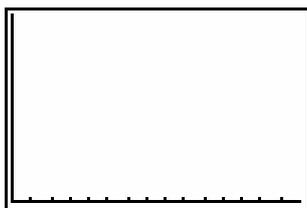
### Raccolta dei dati:

```
PRESS TRIGGER
ON CBR TO START

REPEAT IF
DESIRED, THEN
REATTACH CBR AND
PRESS ENTER
```

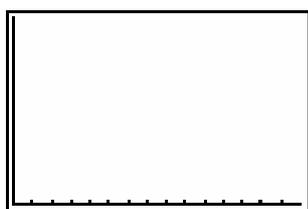
La calcolatrice TI-73 suggerisce di premere [ TRIGGER ] sul CBR per iniziare l'acquisizione dei dati. Quando la spia verde del SONAR inizia a lampeggiare chiedi al tuo compagno di lasciar cadere il corpo.

Si dovrà poi riconnettere il CBR alla TI-73 e premere **[ENTER]**, per consentire il trasferimento di informazioni. Quale grafico dovrebbe comparire sullo schermo ?

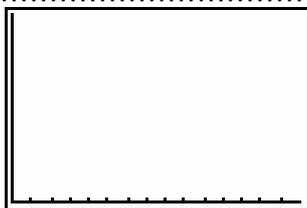


**Analisi dei dati.**

1. Riproduci il grafico Distanza – Tempo ed osservalo. Quale funzione rappresenta ?.....



2. Usa le frecce  $\blacktriangleright$   $\blacktriangleup$  e calcola quanto tempo ha impiegato il corpo per cadere:  $t_2 - t_1 = \dots\dots\dots$
3. Usa le frecce  $\blacktriangleright$   $\blacktriangleup$  e calcola quale distanza ha percorso il corpo durante la sua caduta:  $s_2 - s_1 = \dots\dots\dots$
4. Formula un'ipotesi sull'andamento del grafico Velocità –Tempo :.....

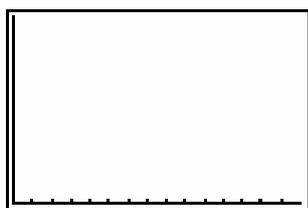


5. Visualizza il grafico Velocità – Tempo ottenuto sperimentalmente:

➤ Premi **[ENTER]** e osserva il PLOT MENU:



➤ Seleziona 2 : VEL – TIME **[ENTER]**. Rappresenta il grafico Velocità – Tempo:



6. Secondo te, come varia la velocità nel tempo? .....

Individua con il cursore **[TRACE]** le coordinate (x, y) di 2 punti sul grafico e calcola il loro rapporto

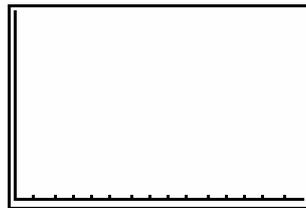
$$\frac{y}{x} \text{ (Nota: } y_{\text{corretto}} = y - y_0, \text{ dove } y_0 \text{ è la distanza del corpo dal SONAR al momento del rilascio )}$$

Cosa puoi concludere?.....

Quale tipo di proporzionalità hai individuato?.....

7. Introduci il concetto fisico di accelerazione :  $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$  e formula un'ipotesi sull'andamento del grafico

Accelerazione – Tempo: .....



8. Visualizza il grafico Accelerazione – Tempo ottenuto sperimentalmente:

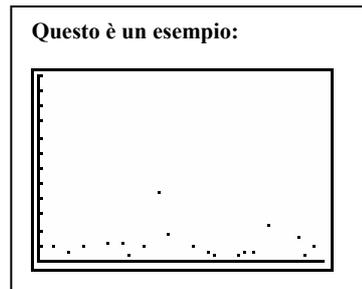
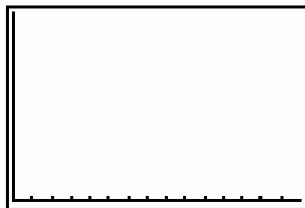
➤ Premi **[ENTER]** e osserva il PLOT MENU:

```

PLOT MENU
1: DIST-TIME
2: VEL-TIME
3: ACCEL-TIME
4: PLOT TOOLS
5: REPEAT SAMPLE
6: MAIN MENU
7: QUIT

```

➤ Seleziona 3 : ACCEL – TIME **[ENTER]**. Rappresenta il grafico Accelerazione – Tempo:



9. Cosa ti suggerisce questo andamento?.....

10. Come puoi definire il moto di caduta di un corpo?.....

# LA PALLA CHE RIMBALZA

## Obiettivi:

- Creare un grafico Altezza - Tempo per una palla che rimbalza.
- Individuare e studiare le variabili cinetiche.
- Spiegare come l'altezza della palla cambia da un rimbalzo al successivo.

## Materiali:

CBR

Calcolatrice TI-73 e cavo di collegamento tra calcolatrice e CBR

Pallone da pallacanestro

TI-View Screen

## CBR Set up

1. Collega la calcolatrice TI-73 al CBR mediante il cavo specifico
2. Accendi la calcolatrice e avvia il programma RANGER che permette di acquisire dati con il SONAR:

- Premi il tasto APPS e osserva la schermata:



- Seleziona 2 [ENTER] per visualizzare il menu CBR/CBL:



- Seleziona 3 [ENTER] per avviare il programma RANGER



- Premi [ENTER] e ti apparirà il MAIN MENU:

```
MAIN MENU
1: SETUP/SAMPLE
2: SET DEFAULTS
3: APPLICATIONS
4: PLOT MENU
5: TOOLS
6: QUIT
```

- Seleziona 3: APPLICATIONS **[ENTER]**

```
UNITS
1: METERS
2: FEET
```

- Seleziona 1: METERS **[ENTER]**

```
APPLICATIONS
1: DIST MATCH
2: VEL MATCH
3: BALL BOUNCE
4: MAIN MENU
```

- Seleziona 3: BOUNCE BALL **[ENTER]**

```
IF DESIRED,
DETACH CBR

HOLD BALL ≥
0.5 METER
UNDER CBR

ENTER
```

La calcolatrice TI-73 segnala che è possibile disconnettere il SONAR e suggerisce di mantenere la palla ad una distanza  $\geq 0,5$  m sotto il SONAR. Questa fase richiede l'intervento di un compagno.

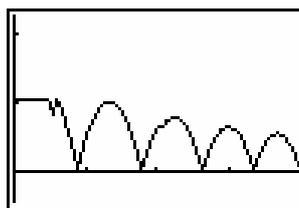
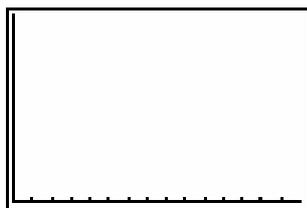
- Premi **[ENTER]**

```
PRESS TRIGGER
ON CBR TO START

REPEAT IF
DESIRED, THEN
REATTACH CBR AND
PRESS ENTER
```

La calcolatrice TI-73 suggerisce di premere [ TRIGGER ] sul CBR per iniziare l'acquisizione dei dati, poi si dovrà riconnettere il CBR alla TI-73 e premere **[ENTER]**. Quando la spia verde del SONAR inizia a lampeggiare chiedi al tuo compagno di lasciar cadere la palla.

Sullo schermo dovrebbe apparire questo grafico:

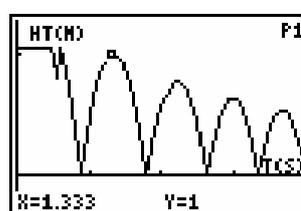


**Nota:** Osserva che l'applicazione " BALL BOUNCE " di RANGER elabora i dati della distanza in modo che il grafico corrisponda meglio alle intuizioni degli studenti relative al comportamento della palla. Sul grafico  $y = 0$  corrisponde al punto in cui la palla è lontana dal CBR e tocca il pavimento.

**Analisi dei risultati.**

1. Usa le frecce  $\leftarrow$   $\rightarrow$  per muoverti lungo il grafico relativo ad una palla che rimbalza. Registra nella tabella le altezze di 4 rimbalzi ( $y$  - valore ), arrotondando le misure alla 2° cifra decimale.

Rimbalzo	Altezza del Rimbalzo
1	
2	
3	
4	



2. Al termine delle operazioni, premi  $\text{ENTER}$ . Nel PLOT MENU, seleziona 7: QUIT e premi  $\text{ENTER}$



3. Si può paragonare un rimbalzo della palla al successivo analizzando il rapporto tra le loro altezze. Completa la tabella :

	Rapporto	Rapporto percentuale
$\frac{\text{Rimbalzo2}}{\text{Rimbalzo1}}$		
$\frac{\text{Rimbalzo3}}{\text{Rimbalzo2}}$		
$\frac{\text{Rimbalzo4}}{\text{Rimbalzo3}}$		

4. Cosa puoi osservare ?.....  
 Secondo te, cosa succede ad ogni rimbalzo della palla ? .....

5. Secondo te, come varierebbe il rapporto percentuale nel caso tu lasciassi cadere la palla da una diversa altezza ? .....

Per scoprirlo, ripeti l'esperienza imponendo come altezza iniziale 1,5 m. Riassumi i risultati nelle tabelle:

Rimbalzo	Altezza del Rimbalzo
1	
2	
3	
4	

	Rapporto	Rapporto percentuale
$\frac{\text{Rimbalzo2}}{\text{Rimbalzo1}}$		
$\frac{\text{Rimbalzo3}}{\text{Rimbalzo2}}$		
$\frac{\text{Rimbalzo4}}{\text{Rimbalzo3}}$		

L'altezza iniziale influenza significativamente il rapporto percentuale ? .....

6. Supponi di ripetere l'esperienza con una palla dotata di diversa elasticità; ad esempio, potresti usare un pallone da pallacanestro leggermente sgonfio. Sei in grado di prevedere se il rapporto percentuale di rimbalzo sarà minore, maggiore o uguale ? Motiva la tua risposta.....

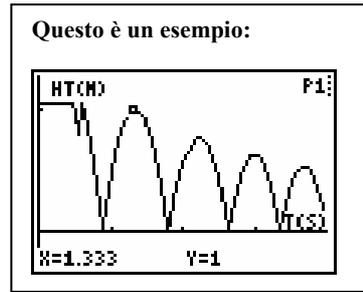
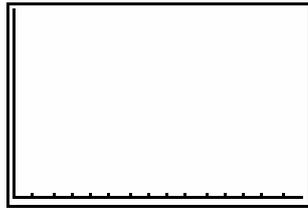
Verifica la tua ipotesi e confronta i risultati con quanto osservato nella 1<sup>a</sup> esperienza.

	Rapporto percentuale
Palla gonfia	
Palla sgonfia	

I risultati sono in accordo con la tua ipotesi ? .....

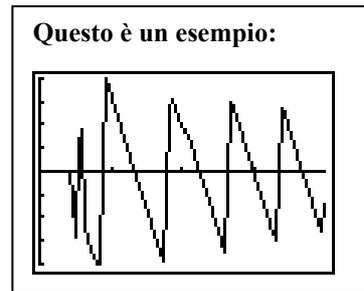
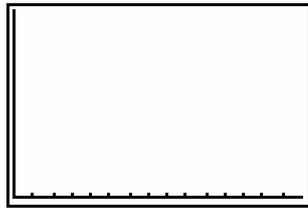
**Analisi avanzate (con l'aiuto dell'insegnante)**

7. Quale andamento mostra il grafico Distanza - Tempo di una palla rimbalzante ? .....



8. Quale andamento mostra il grafico Velocità - Tempo ? .....

.....



9. Confronta i due grafici ed elenca le analogie e le differenze .....

.....

Visualizzando i 2 grafici nello stesso diagramma , potrai approfondire la tua analisi:

Segui le istruzioni:

- Dopo essere uscito dal programma RANGER, premi la funzione  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[PLOT]}$ .

```

STAT PLOTS
1 Plot1...On
  L1 L2
2 Plot2...Off
  L1 L2
3 Plot3...Off
  L1 L2
4 PlotsOff
  
```

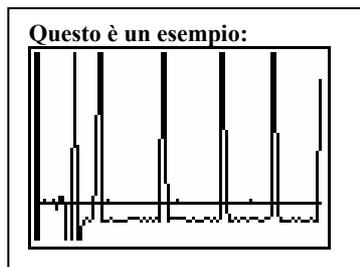
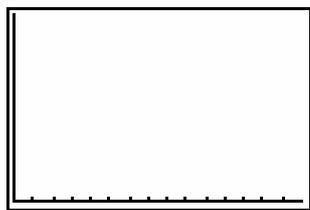
- Premi  $\boxed{ENTER}$  per attivare il 1° grafico a tua disposizione.

```

Plot1 Off
Type: L1
Xlist: L1
Ylist: L2
Mark: +
  
```

- Seleziona le Liste:  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[LIST]}$  1  $\boxed{ENTER}$  e  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[LIST]}$  2  $\boxed{ENTER}$
  - Premi la funzione  $\boxed{[GRAPH]}$  e potrai visionare sullo schermo della calcolatrice TI-73 il grafico Distanza - Tempo.
  - Premi la funzione  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[PLOT]}$  e attiva il 2° grafico.
  - Seleziona le Liste:  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[LIST]}$  1  $\boxed{ENTER}$  e  $\boxed{2nd}$   $\boxed{[LIST]}$  3  $\boxed{ENTER}$
  - Premendo la funzione  $\boxed{[GRAPH]}$ , potrai visualizzare sullo schermo della calcolatrice TI-73 i grafici Distanza - Tempo e Velocità - Tempo. Cosa puoi osservare ? .....
- .....
- .....

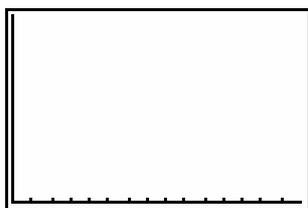
10. In quale posizione la velocità della palla è minima ? .....
11. Ricordiamo che:  $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ . Selezionando un tratto rettilineo del grafico Velocità – Tempo, registra le coordinate (x, y) dei suoi punti estremi.  $x_1 = \dots$   $y_1 = \dots$   $x_2 = \dots$   $y_2 = \dots$   
 Quale valore assume il rapporto  $\frac{y}{x}$  ( $= \frac{v}{t}$ )?.....  
 Perché ? .....
12. Quale andamento mostra il grafico Accelerazione- Tempo? .....



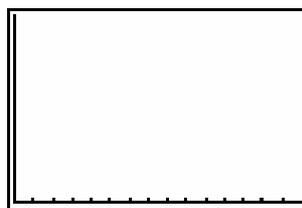
In quali momenti puoi osservare valori a picco per l'accelerazione ? A tale scopo confronta i grafici Distanza – Tempo e Accelerazione – Tempo, secondo la procedura descritta al punto 9. ....

13. Formula un' ipotesi di lavoro sull'andamento dell'Energia Potenziale e Energia Cinetica .....

**Energia Potenziale**



**Energia Cinetica**



## IL PENDOLO

### Obiettivi:

- Costruire un pendolo
- Creare un grafico Distanza - Tempo relativo al moto di un pendolo.
- Identificare le caratteristiche che influenzano il moto di un pendolo.

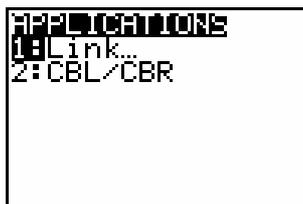
### Materiali:

- CBR
- TI-73 e cavo di collegamento tra calcolatrice e CBR
- Sfera cava (es: Sorpresa Kinder)
- Lenza da pesca
- Sabbia
- Forbici

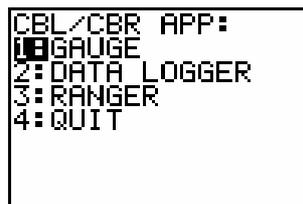
### CBR Set up

1. Collega la calcolatrice TI-73 al CBR mediante il cavo specifico
2. Accendi la calcolatrice e avvia il programma RANGER che permette di acquisire dati con il SONAR:

- Premi il tasto APPS e osserva la schermata:



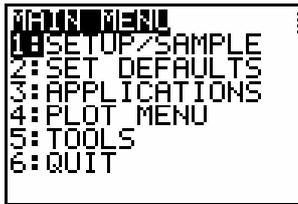
- Seleziona 2 [ENTER] per visualizzare il menu CBR/CBL:



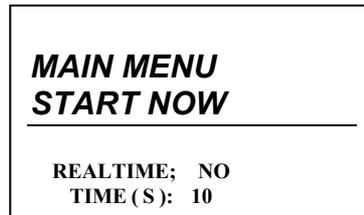
- Seleziona 3 [ENTER] per avviare il programma RANGER



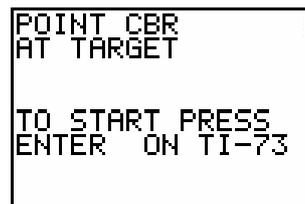
- Premi [ENTER] e ti apparirà il MAIN MENU:



- Premi **[ENTER]** per entrare in SET UP/SAMPLE e visualizzare le impostazioni del SONAR:



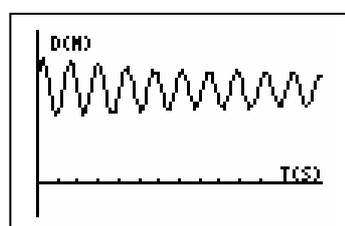
- Seleziona con le frecce **▼ ▲** e premi **[ENTER]**. Nella condizione REALTIME: NO i dati sono acquisiti e temporaneamente memorizzati dal CBR poi trasferiti alla calcolatrice TI-73 ed il tempo di acquisizione può essere impostato secondo le necessità dello sperimentatore. L'acquisizione dei dati relativi al moto di un pendolo può essere iniziata tramite il comando **[ENTER]** della calcolatrice grafica o il comando **[TRIGGER]** sul CBR.
- Al termine delle operazioni, premi **▼ ▲** fino a quando il cursore si trova su START NOW e premi **[ENTER]**.
- La calcolatrice TI-73 suggerisce di puntare il SONAR (CBR) al bersaglio e di premere **[ENTER]** per iniziare l'acquisizione dei dati sperimentali. Attendi.

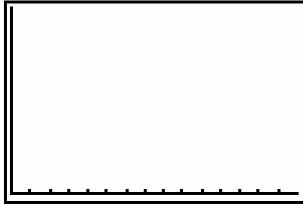


### Raccolta dei dati:

- Costruisci il pendolo usando una sfera cava ancorata ad un filo da pesca lungo 50 cm
- Poni il CBR sulla tavola e posiziona il pendolo all'equilibrio alla distanza di circa 80 cm.
- Orienta il sensore verso il pendolo.
- Lascia oscillare il pendolo; quando sei pronto ad acquisire dati premi **[ENTER]**.

Il tuo grafico dovrebbe mostrare una curva sinusoidale:





- Se non sei soddisfatto dell'acquisizione dati, premi **[ENTER]**, seleziona 5: REPEAT SAMPLE e prova ancora; in alternativa, disegna il grafico nello schema a sinistra e procedi alla sezione “**Analisi dei dati**”.
- Premi **[ENTER]** per entrare in PLOT MENU, seleziona 7: QUIT **[ENTER]**.
- I dati sperimentali acquisiti con il SONAR e il programma RANGER vengono automaticamente memorizzati in Liste:

L1: tempo

L2: distanza

L3: velocità

L4: accelerazione **[ENTER]**

L'acquisizione di nuovi dati determina la cancellazione automatica dei precedenti, tuttavia è possibile conservarli nella memoria della calcolatrice TI-73 mediante copiatura in Liste nominate.

- Segui le istruzioni:

- Premi **[LIST]** per visualizzare l'Editor di Lista; usando la freccia **[▶]** **[▲]** collocati nella 1° colonna libera. Sullo schermo della calcolatrice appare la scritta **Name =**

L3	L4	-----	5
.01959	.24298		
.03364	-.06888		
.06129	.41175		
.02765	-.8289		
-.014	.31179		
-.0183	-.3645		
-.0447	.03691		
Name=			

- Premi **[2nd]** **[MATH]** e componi il nome della Lista; al termine delle operazioni seleziona DONE **[ENTER]** **[ENTER]** e il nome della nuova Lista comparirà sulla corrispondente colonna.

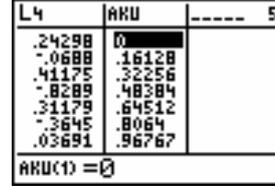
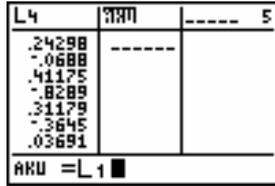
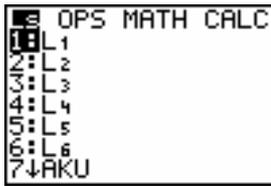
<b>[A]</b>	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
U	V	W	X	Y	Z	[<]	[>]	"	-
=	≠	>	≥	<	≤	and	or		
Done									

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
U	V	W	X	Y	Z	[<]	[>]	"	-
=	≠	>	≥	<	≤	and	or		
Done									

L4	-----	-----	5
.24298			
-.06888			
.41175			
-.8289			
.31179			
-.3645			
.03691			
Name=AKU			

L4	-----	-----	5
.24298			
-.06888			
.41175			
-.8289			
.31179			
-.3645			
.03691			
AKU =			

- Premi **[2nd]** **[LIST]** e apparirà l'elenco delle Liste memorizzate. Posizionati su 1: L1 e premi **[ENTER]** **[ENTER]**: i dati della Lista L1 sono stati copiati nella Lista AKU e visualizzati nella relativa colonna. Ripeti le operazioni per salvare tutti i dati acquisiti. Ora sei pronto per una nuova acquisizione con RANGER.



**Analisi dei risultati.**

1. Il ciclo di un pendolo consiste in una oscillazione completa avanti e indietro. Quanti cicli sono mostrati sullo schermo della calcolatrice Ti-73 ?  
.....
2. Il tempo richiesto al pendolo per completare un ciclo è definito **Periodo**; per calcolarlo usa le frecce  $\leftarrow$   $\rightarrow$  per individuare il 1° picco e registra il tempo (  $x_1 = \dots$  ;  $y_1 = \dots$  )  
.....  
Individua il 2° picco e registra il tempo (  $x_2 = \dots$ ;  $y_2 = \dots$  ) .....
3. Il periodo T è la differenza tra i due valori  $|x_2 - x_1|$  ; registralo .....
4. Come varierà il periodo se il pendolo è costruito con una sfera avente massa maggiore? Scrivi le tue previsioni .....

Svita la sferetta di plastica e aggiungi sabbia fino riempirla per metà. Ripeti l'esperienza come sopra e registra i risultati: ( **Nota**: Ricorda di trasferire i dati della 1° esperienza in nuove Liste: TIME, DIST, VEL .)

1° picco ..... secondi  
 2° picco ..... secondi  
 Periodo ..... secondi

I periodi sono significativamente diversi ? .....  
 I risultati concordano con la tua ipotesi ?.....  
 .....

Confronta i grafici relativi al moto del pendolo nelle due condizioni sperimentali:

- Dopo essere uscito dal programma RANGER, premi la funzione  $\boxed{2nd}$  [PLOT].



- Premi  $\boxed{ENTER}$  per attivare il 1° grafico a tua disposizione.



- Seleziona le Liste:  $\boxed{2nd} \boxed{LIST} 1 \boxed{ENTER}$  e  $\boxed{\downarrow} \boxed{2nd} \boxed{LIST} 2 \boxed{ENTER}$
- Premi la funzione  $\boxed{GRAPH}$  e potrai visionare sullo schermo della calcolatrice TI-73 il grafico Distanza - Tempo relativo alla 1° esperienza.
- Premi la funzione  $\boxed{2nd} \boxed{PLOT}$  e attiva il 2° grafico.
- Seleziona le Liste:  $\boxed{2nd} \boxed{LIST} 7: TIME \boxed{ENTER}$  e  $\boxed{\downarrow} \boxed{2nd} \boxed{LIST} 8: DIST \boxed{ENTER}$
- Premendo la funzione  $\boxed{GRAPH}$ , potrai visualizzare sullo schermo della calcolatrice TI-73 i grafici Distanza -Tempo ottenuti nelle due condizioni sperimentali. Cosa puoi osservare ?

.....  
 .....

***Puoi concludere che variando la massa del pendolo il suo periodo .....***

5. Come varierà il periodo se il pendolo è costruito con un filo più corto ? Scrivi le tue previsioni .....
6. Misura 25 cm lungo il filo cui è ancorata la sferetta e taglia in questo punto. Ripeti l'esperienza e registra i risultati :

1° picco ..... secondi  
 2° picco ..... secondi  
 Periodo ..... secondi

I periodi sono significativamente diversi ? .....  
 I risultati concordano con la tua ipotesi ? .....  
 .....

Confronta i grafici relativi al moto del pendolo nelle due condizioni sperimentali, usando la strategia operativa vista al punto 4.: .....  
 .....  
 .....

***Puoi concludere che variando la lunghezza del pendolo il suo periodo .....***

7. Quale relazione matematica intercorre tra la lunghezza del pendolo e il suo periodo ?  
 .....
8. La frequenza di un pendolo è definita come il numero di cicli completi per secondo. Frequenza e Periodo sono correlati in:

$$F = \frac{1}{T} \quad \text{dove: } F = \text{frequenza}$$

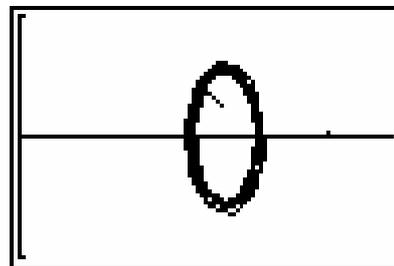
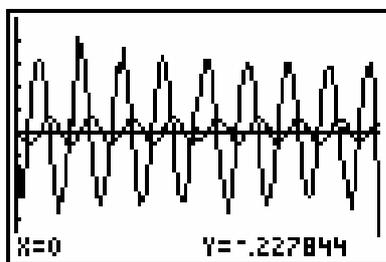
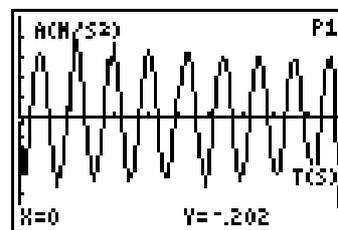
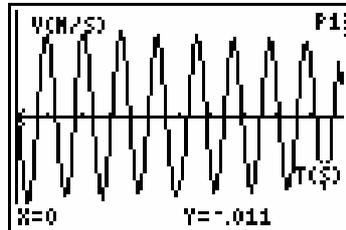
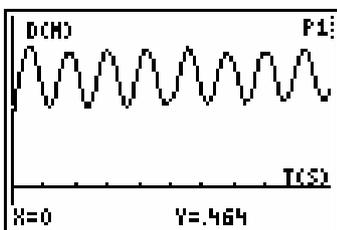
$$T = \text{periodo}$$

Sulla base dei dati raccolti calcola la frequenza nelle due condizioni esaminate e verifica come essa varia in dipendenza della lunghezza del pendolo.....  
 .....

**Analisi avanzate ( con l'aiuto dell'insegnante )**

9. Quale andamento tra il grafico Distanza - Tempo di un pendolo ? .....
10. Quale andamento mostra il grafico Velocità - Tempo ? .....
11. Confronta i due grafici ed elenca le analogie e le differenze .....
12. In quale posizione la velocità del peso è massima ? .....
13. In quale posizione la velocità del peso è minima ? .....
14. Costruisci un grafico che metta in relazione Posizione – Velocità del pendolo. Cosa puoi osservare ? .....
15. Secondo te, come varia la velocità del pendolo nella 1° fase dell'oscillazione? ( allontanamento dal SONAR ) .....

**Esempi di risultati ottenuti nello studio del Moto Armonico:**



Confronto tra i grafici Distanza – Tempo e Velocità – Tempo.

Relazione Velocità vs Distanza

# Osservazioni sul movimento di una persona

Giuseppe Giacometti, Scuola Media Statale "Via Ribolle" di Forlì

## Osservazioni sul movimento di una persona

Gli alunni, considerando la loro esperienza quotidiana, sanno distinguere i corpi in quiete da quelli in movimento rispetto al riferimento terrestre.

Sono anche consapevoli che per poter descrivere il fenomeno movimento occorre conoscere la traiettoria descritta, la distanza percorsa ed il tempo impiegato.

Il riferimento alla pratica sportiva rende questi concetti intuitivamente comprensibili perché legati alla loro esperienza quotidiana.

Attraverso l'orologio o un semplice contasecondi sanno effettuare la misura del tempo (in minuti, secondi, decimi e centesimi).

**Per una attività individuale ad ogni ragazzo è stata distribuita una mappa del quartiere nel quale si trova l'edificio scolastico ed è stato assegnato il compito di evidenziare il percorso (traiettoria) compiuto abitualmente da casa a scuola<sup>2</sup> e di raccogliere le informazioni richieste dallo schema:**

---

<sup>2</sup> Solo i ragazzi accompagnati abitualmente dai genitori, in automobile, hanno la possibilità di conoscere, approssimata all'ettometro, la distanza percorsa desumendola dal contachilometri. A coloro che raggiungono la scuola a piedi, in bicicletta o col mezzo pubblico si richiede una stima abbastanza grossolana della distanza.

PERCORSO DA CASA A SCUOLA

**Traiettoria:**

sulla mappa è colorata in \_\_\_\_\_

**Distanza** presunta: \_\_\_\_\_ km

Mezzo impiegato: \_\_\_\_\_

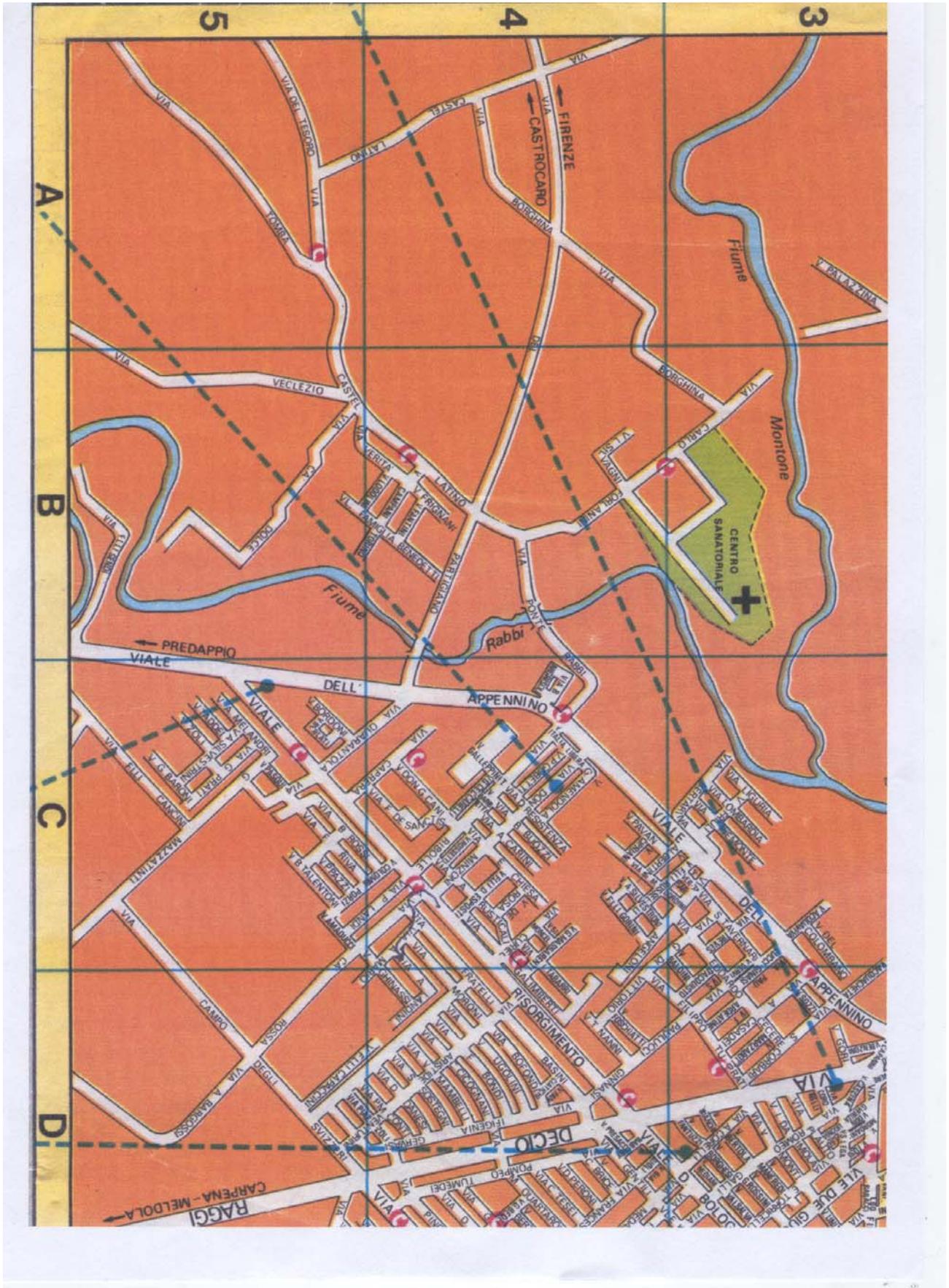
Partenza alle \_\_\_\_\_

Arrivo alle \_\_\_\_\_

**Tempo** impiegato: \_\_\_\_\_

**Velocità media:**

distanza/tempo impiegato = ----- = -----

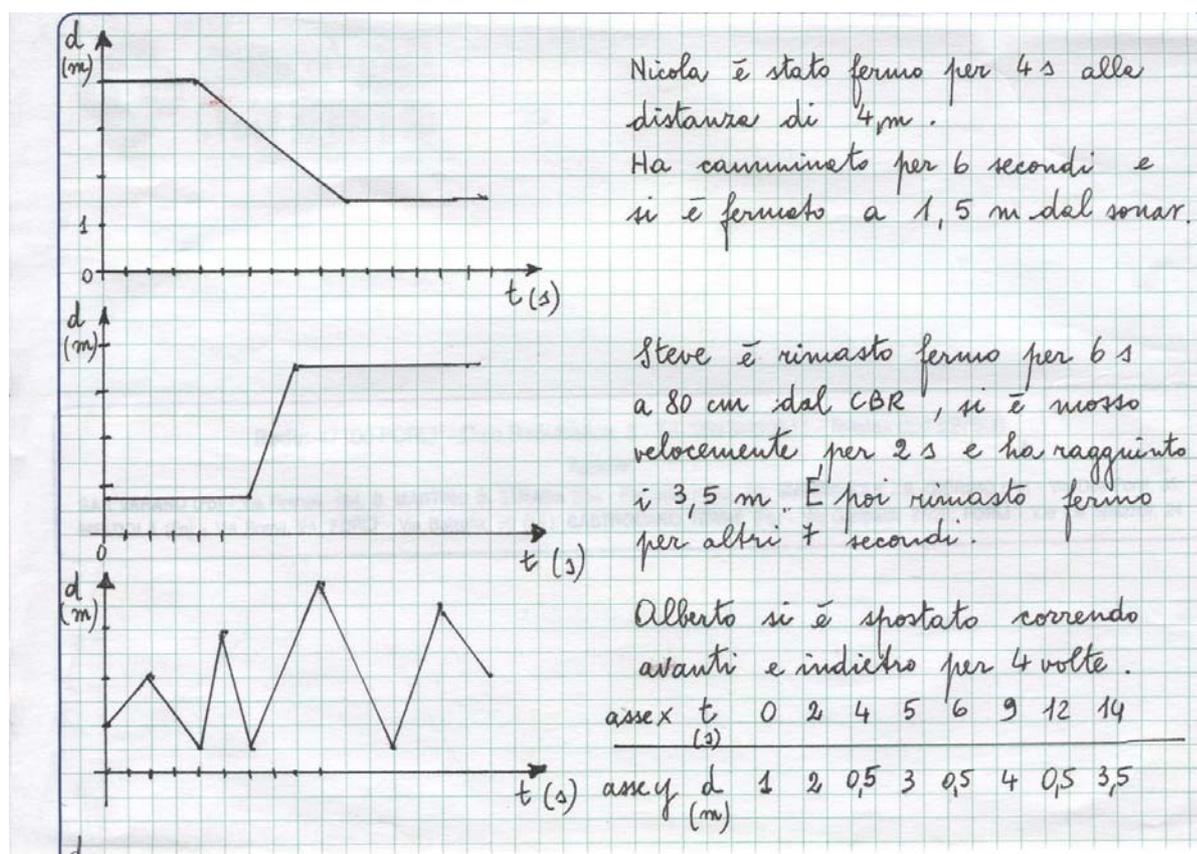


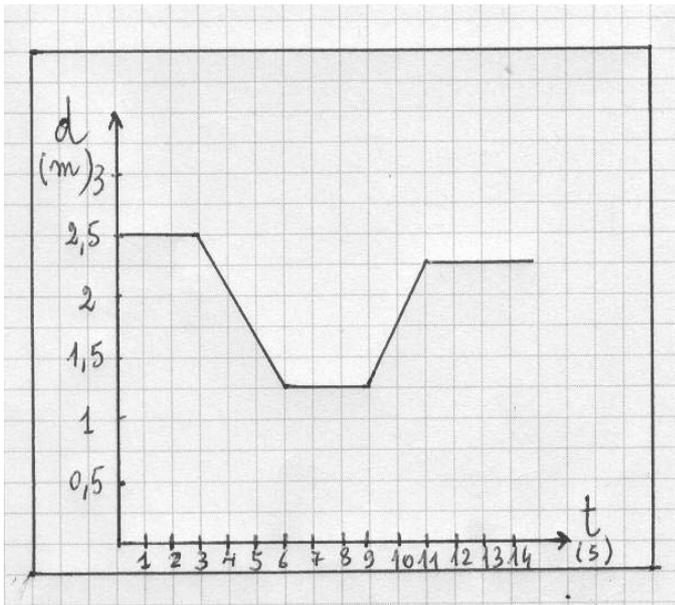
Per lo studio del movimento col sensore di posizione collegabile alla calcolatrice grafica TI73 si è seguito il percorso didattico proposto dalla prof.ssa B. Pecori . Presentato il sonar e, in modo elementare, il suo principio di funzionamento (riferito al più noto sistema di riferimento di un pipistrello) abbiamo innanzitutto verificato come sia possibile usarlo per determinare l'altezza di una persona o la distanza da muro a muro o dal pavimento al soffitto (qualcuno l'ha visto usare in questo modo dai decoratori o dai posatori o dai rilevatori per misurare le dimensioni delle stanze). Qualche alunno conosceva l'uso del sonar per stabilire la profondità dell'acqua durante le escursioni col gommone.

Poi siamo passati a studiare il moto di una persona davanti al sonar posizionato col morsetto al tavolo del laboratorio.

Il laboratorio della nostra scuola è pavimentato con mattonelle quadrate aventi il lato di 40 cm: questo ci ha permesso di calcolare, con relativa facilità e con discreta approssimazione, la lunghezza degli spostamenti.

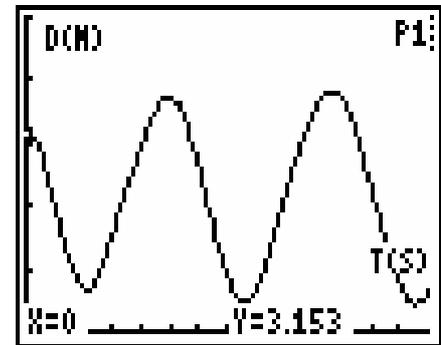
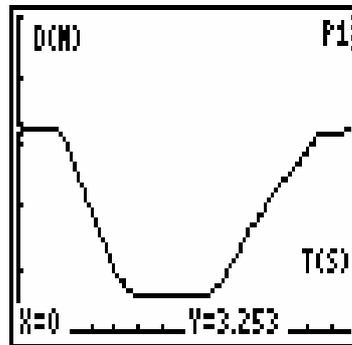
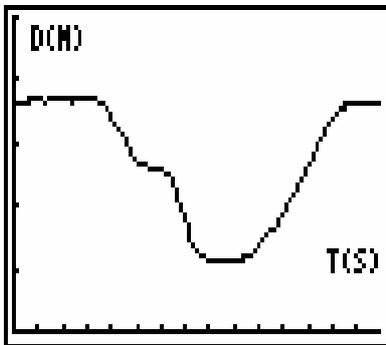
Il grafico distanza-tempo del movimento si ottiene in tempo reale e tutti possono osservarlo proiettato sullo schermo tramite il view-screen e può essere analizzato, interpretato e memorizzato.





Qui accanto è disegnato un grafico ottenuto col sonar durante una esercitazione pratica dedicata allo studio del movimento di una persona. Dopo averlo osservato attentamente rispondi alle seguenti domande:

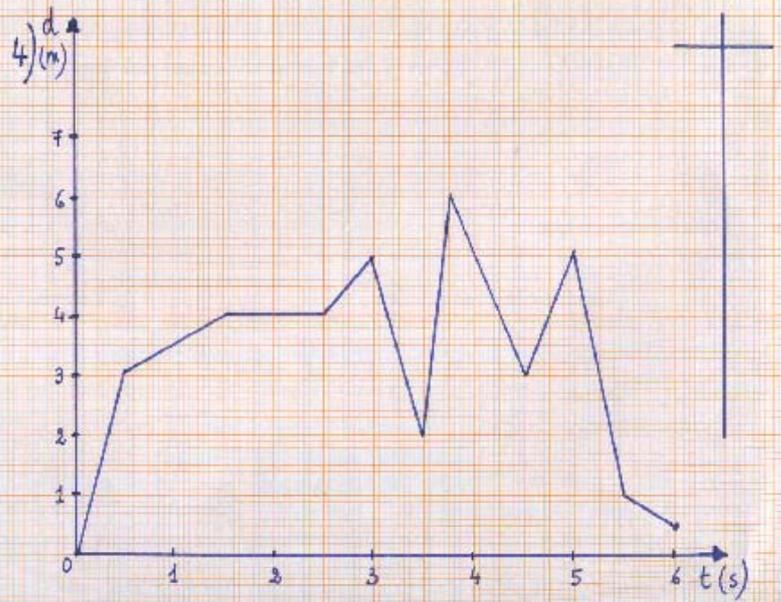
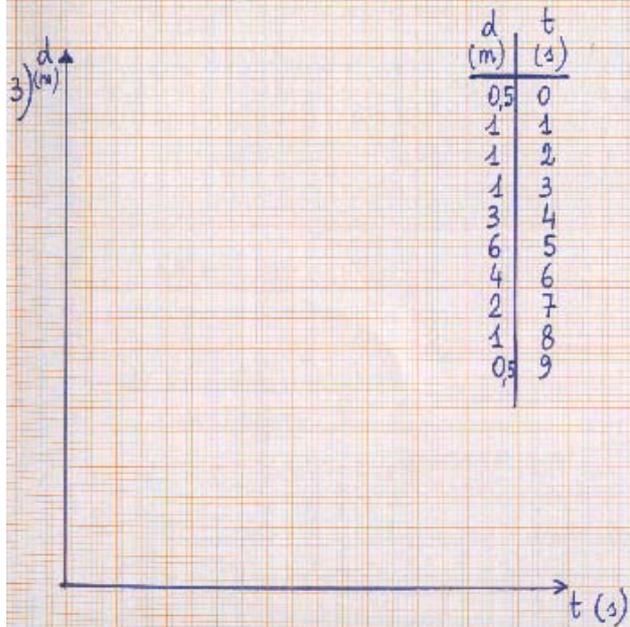
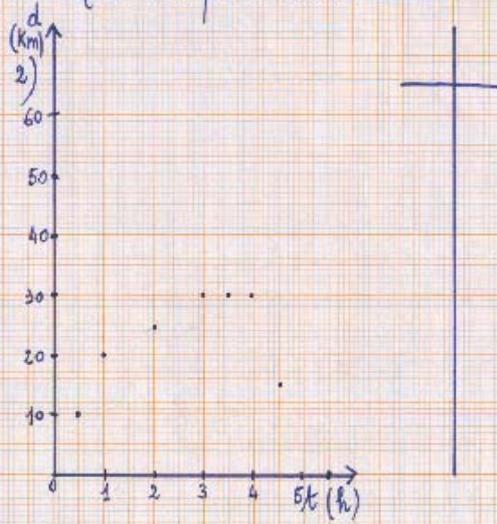
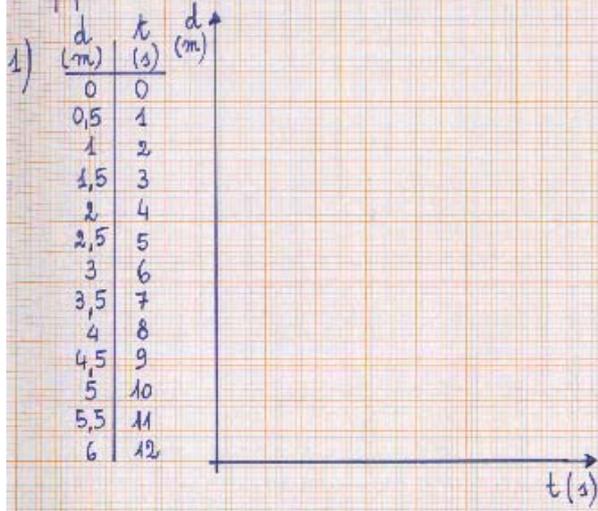
- quale grandezza è rappresentata sull'asse orizzontale?
- qual è la sua unità di misura?
- quale grandezza è rappresentata sull'asse verticale?
- qual è la sua unità di misura?
- a quale distanza dal sonar si trovava la persona all'istante iniziale?
- per quanto tempo è rimasta immobile?
- per quanto tempo si è mossa?
- nel movimento si è avvicinata o allontanata rispetto al sonar?
- nell'intervallo fra il terzo ed il sesto secondo quale distanza è stata percorsa? Con quale velocità media?
- quale situazione rappresenta il secondo tratto orizzontale del grafico?
- ...



**Un esercizio di questo tipo, ripetuto più volte, coinvolgendo l'intera scolaresca, sviluppa la capacità di saper leggere ed interpretare un grafico.**

**Tale capacità viene poi verificata proponendo di riprodurre, col proprio movimento, un grafico presentato casualmente dal programma Ranger .**

Rappresentiamo i MOTI mediante GRAFICI.  $\left\{ \begin{array}{l} d = \text{distanza dal luogo di partenza o dal luogo di osservazione (SONAR)} \\ t = \text{tempo trascorso} \end{array} \right.$



# Parte IV

## La TI-73 per la Programmazione

- **Costruire un triangolo con tre lati**
- **Italia "digitale": piano cartesiano e trasformazioni**
- **Programmi per Matematica: espressioni, equazioni, problemi**
- **Un programma per Scienze**

# Costruire un triangolo con tre lati

Sergio Invernizzi, Dipartimento di Scienze Matematiche, Università di Trieste - [www.dsm.univ.trieste.it](http://www.dsm.univ.trieste.it)

**TRIANGOLO**	OK TRIANGOLO	
UN LATO =	ALFA = 90°0'0"	
UN ALTRO =	BETA = 53°7'48.368"	
OK TRIANGOLO	GAMMA = 36°52'11.632"	

Si noti che siccome non è possibile costruire un triangolo avente 2 o 4 lati, l'espressione "costruire un triangolo con tre lati" significa evidentemente "costruire un triangolo date le lunghezze dei lati". Per non essere troppo pedanti, indicheremo talvolta con lo stesso simbolo sia un lato che la sua lunghezza.

## Programma TRIANGOL

```

TEXAS INSTRUMENTS
TRIANGOL
TI-73

Lbl 10
Disp "**TRIANGOLO**"
ClrList L1
3→dim(L1)

Input "UN LATO = ",L1(1)
Input "UN ALTRO = ",L1(2)
Input "UN ALTRO = ",L1(3)

SortD(L1)
L1(1)→A
L1(2)→B
L1(3)→C

If A≥B+C
Then
Disp "NO TRIANGOLO"
Goto 10
Else
Disp "OK TRIANGOLO"

(A²+B²-C²)/(2*A)→X
√(B²-X²)→U
Pause

ClrDraw
ZStandard
ZSquare
16/A→R

cos⁻¹(U/B)→T
cos⁻¹(U/C)→S
Disp "ALFA =",(S+T)DMS
Disp "BETA =",(90-S)DMS
Disp "GAMMA =",(90-T)DMS

Pause
A*R→A
B*R→B
C*R→C
Line(-8,-8,-8+A,-8)
Line(-8,-8,-8,-8+B)
Line(-8+A,-8,-8+A,-8+C)

For(I,1,12)
Line(-8,-8,-8+B*sin(T*I/12),-8+B*cos(T*I/12))
Line(-8+A,-8,-8+A-C*sin(S*I/12),-8+C*cos(S*I/12))
End

Pause
ClrDraw
Goto 10
    
```

Questa scheda è rivolta a studenti di 12-14 anni di "scuola media". L'obiettivo è indicare un approccio alla programmazione, risolvendo il problema seguente: Dati tre segmenti, esiste un triangolo che li abbia come lati? Come costruirlo? La calcolatrice usata è la TI-73. Il programma TRIANGOL descritto nella figura a sinistra può essere spezzato in due parti, la prima, composta dai blocchi 1-4, è presentabile agli studenti, e costituisce la introduzione alla programmazione; la seconda, composta dai blocchi 5-10, è rivolta alla illustrazione (numerica e grafica) della geometria del triangolo.

**Blocco 1.** Viene creata una lista L1 di tre numeri (saranno le lunghezze dei lati), che per iniziare sono uguali a 0.

**Blocco 2.** Si chiede di introdurre le lunghezze arbitrarie di tre segmenti, memorizzate nella lista L1 nell'ordine in cui sono introdotte.

**Blocco 3.** La lista L1 viene riordinata in modo decrescente: (le lunghezze dei tre segmenti vengono rinominati A, B e C in modo che sia  $A \geq B \geq C$ ).

**Blocco 4.** È chiaro che se il segmento più lungo (ossia A) è più lungo non solo degli altri ma anche della loro somma B+C, (ossia se  $A \geq B+C$ ) non si può "chiudere il triangolo". Invece se  $A < B+C$ , si può puntare un compasso ad un estremo di A con raggio B, e poi nell'altro estremo di A con raggio C in modo che i due cerchi così tracciati si incontrino (in due punti), dando luogo ai triangoli cercati (due, simmetrici rispetto ad A). Il programma può essere utilmente accoppiato con l'uso concreto di riga e compasso.

**Blocco 5.** Volendo proseguire, determiniamo la proiezione X del lato B su A, mediante due applicazioni del teorema di Pitagora e la risoluzione di un'equazione di primo grado in X. Una terza applicazione del teorema di Pitagora fornisce l'altezza V del triangolo relativa al lato A (di lunghezza massima).

**Blocco 6.** Preparatorio alla grafica: viene pulito il display grafico, viene impostato il display standard ( $X_{\min}=-10$ ,  $X_{\max}=10$ ,  $Y_{\min}=-10$ ,  $Y_{\max}=10$ ) con la stessa scala in entrambi gli assi (essenziale ad esempio per mostrare come equilatero un triangolo con lati di uguale lunghezza). Viene calcolato un fattore R di scala, in modo che il lato A (di lunghezza massima) diventi uguale a 16 "unità grafiche".

**Blocco 7.** Vengono calcolati gli angoli del triangolo, usando la funzione arcocoseno. Questo naturalmente esce dai programmi della "scuola media", ma è utile come controllo dei teoremi che prevedono certi angoli dati i lati. Ad esempio, per tre lati uguali, gli angoli dovranno essere tutti di  $60^\circ$ ; per lati che formino una "terna pitagorica", per esempio 3, 4 e 5, dovremo trovare un angolo di  $90^\circ$ ; se due lati sono uguali dovremo avere uguali anche due angoli, ecc.

**Blocco 8.** Vengono calcolate le lunghezze dei segmenti da utilizzare nella grafica: A diventa uguale a 16 "unità grafiche" (qualunque fosse stata la lunghezza iniziale) e B e C sono scalati in proporzione. Il lato A lungo 16 viene tracciato orizzontale nella parte bassa del display unendo i punti  $(-8, -8)$  e  $(8, -8)$ . Agli estremi di A vengono "eretti" due segmenti verticali: B, all'estremo sinistro  $(-8, -8)$  di A, e C (all'estremo destro  $(8, -8)$ ). Questo imita il puntare il compasso agli estremi di A con le dovute aperture B e C.

**Blocco 9.** Un ciclo di 12 istruzioni traccia i due segmenti verticali che "cadono" fino ad incontrarsi, imitando la rotazione del compasso. Per una migliore visione conviene impostare in FORMAT (2nd ZOOM) la opzione AxesOff.

**Blocco 10.** Si ricomincia da capo (per uscire da TRIANGOL bisogna interromperlo con il tasto ON).

# Italia “digitale”: piano cartesiano e trasformazioni

di Sergio Invernizzi e Massimo Borelli

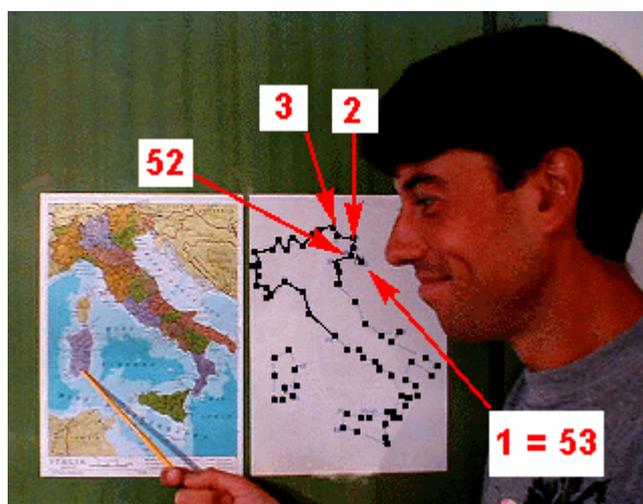
## ***Il piano cartesiano e le trasformazioni del piano***

Obiettivo: Sviluppo del concetto delle trasformazioni nel piano cartesiano

Tipologia: Laboratorio di classe, circa 25 alunni

Materiale: alcune copie di una cartina geografica dell'Italia, fogli di carta quadrettata, trasparenze, pennarelli colorati per trasparenze, una TI-73 ogni due alunni, una TI-73 con ViewScreen per l'insegnante.

La calcolatrice grafica può fornire lo spunto per proporre agli alunni collegamenti interdisciplinari, ad esempio tra la geografia e la matematica: un'applicazione questa che se non è del tutto sorprendente, quantomeno possiamo dire *inaspettata*.



Dividiamo la classe a coppie, ed a ciascuna coppia di allievi consegnamo una cartina dell'Italia, (in questo esempio, abbiamo utilizzato una cartina edita dalla Nova Rico di Firenze) ed una trasparenza, da sovrapporre alla cartina geografica. Agli alunni viene chiesto di delimitare, a loro piacere, i confini dell'Italia con dei puntini, una cinquantina circa. I puntini verranno uniti tra loro, come nel famoso gioco enigmistico del "Che cosa apparirà", dando luogo a tre poligoni, come in figura (Penisola, Sicilia, Sardegna). Conviene ora numerare i vertici del poligono, con l'accortezza di dare una doppia numerazione al vertice di partenza: nel nostro esempio, siamo partiti da un vertice sulla Penisola nei pressi di Trieste con il numero 1, e vi siamo ritornati contrassegnandolo con il numero 53 (quindi un poligono con 52 vertici). Poi per la Sicilia siamo partiti con il 54 da Palermo, ritornandovi con il 62 (8 vertici), ed infine su Cagliari il vertice 63, ovvero il 71 (un ottagono anche per la Sardegna).

Si tratta ora di scegliere il sistema di riferimento: la scelta più comoda è porre l'origine degli assi nell'angolo in basso a sinistra della carta (in Algeria!), e scegliere gli assi cartesiani lungo un parallelo ed un meridiano. Siccome la nostra carta è rappresentata in scala 1:5.000.000, significa che ad ogni millimetro sulla carta corrispondono 5 chilometri nella realtà. Gli allievi possono perciò far combaciare la trasparenza con un foglio di carta quadrettata, o ancor meglio, su un foglio a "quadrotti" di dieci millimetri di lato. Così, ciascun vertice dei tre poligoni (Penisola, Sicilia e Sardegna) rappresenta un punto sul piano cartesiano, e gli studenti sono chiamati ora a determinarne le coordinate, per mezzo di un righello o di uno squadretto. Nel nostro esempio, il punto 1 dista 112 millimetri dal bordo sinistro e 228 millimetri dal bordo inferiore del foglio; pertanto, il primo punto avrà coordinate (112, 228). Gli studenti ricopiano tutte le coordinate così determinate in una tabella:

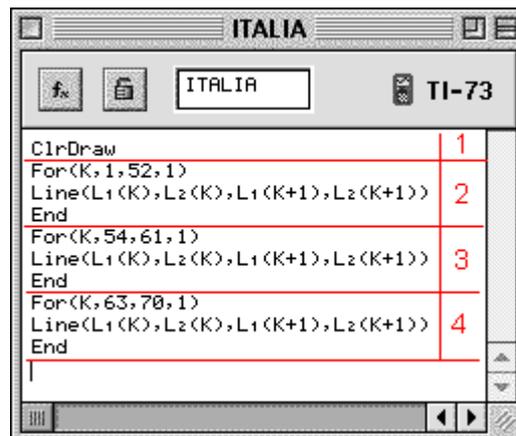
x	y
112	228
115	230
109	240
...	...
36	91

A questo punto, si può anche approfittare della situazione per attuare una verifica formativa, proponendo ad esempio a ciascuno di determinare le coordinate di varie città italiane; oppure, fornendo le coordinate, determinare la città.

Ora entra in gioco la calcolatrice grafica. Accendiamo le TI-73 e andiamo al menu delle liste di dati, premiamo LIST. Lavorando a coppie, e stando attenti a non sbagliare, si inseriscono ordinatamente i dati nelle prime due liste, in questo modo:

L1	L2	L3	1
112	228		
115	230		
109	240		
110	250		
92	254		
88	262		
67	257		

L1 = {112, 115, 109...



Concluse queste operazioni, si tratterà di inserire in ciascuna calcolatrice un programma, che permetterà di tracciare i poligoni. Il programma di per sé è semplice, ma l'insegnante forse non riterrà opportuno che siano gli allievi a farlo. Converterà dunque... mandare i ragazzi a far merenda, e per mezzo del cavetto di collegamento, trasferire un programma come quello che segue, dalla calcolatrice del docente a quelle dei suoi allievi, per mezzo della sequenza di tasti APPS ENTER 3 , posizionando la freccina su "ITALIA" e confermando con ENTER, ed infine attivando con la freccia a destra il menù TRANSMIT e premendo ENTER.

## Programma ITALIA

Per inserire il programma nella macchina del docente, dopo aver acceso la calcolatrice, si preme il tast PROG; poi premendo due volte la freccia a destra FRECCIA FRECCIA si arriva sul menu' NEW, e si preme ENTER per creare un nuovo programma. Il cursore lampeggia chiedendo di scegliere il nome del programma: scriviamo ITALIA , dopo aver premuto 2nd-TEXT , utilizzando le frecce per muoversi sulla griglia delle lettere e confermando con ENTER ciascuna lettera. Successivamente ci si posiziona con le frecce su DONE e si preme ENTER. Premendo ancora una volta ENTER siamo pronti per inserire il programma.

**Blocco 1.** L'istruzione ClrDraw ha lo scopo di pulire lo schermo, e si ottiene con la sequenza di tasti DRAW ENTER ENTER.

**Blocco 2.** Queste istruzioni servono per tracciare la Penisola: si tratta di un tipico ciclo FOR. Tutte le istruzioni che seguono sino all' END vengono ripetute per 52 volte, proprio perché ogni volta il valore della variabile K viene incrementato di 1, partendo da 1 sino a giungere a 52.

L'istruzione FOR si ottiene premendo il tasto PRGM, e poi utilizzando quattro volte la freccia in basso si conferma con ENTER.

L'istruzione Line (che si ottiene con i tasti DRAW 2) disegna un segmento, assegnando le coordinate del punto di partenza,  $(x_1, y_1)$ , e di quelle di arrivo,  $(x_2, y_2)$ . Nel nostro caso, la coordinata del punto di partenza del segmento,  $x_1$ , è memorizzata nella lista L1, al posto K, mentre la coordinata  $y_1$  è l'elemento al posto K della lista L2. Chiaramente,  $x_2$  e  $y_2$  sono rappresentate dal valore K+1 delle liste L1 ed L2.

L'istruzione End (che si ottiene con i tasti PRGM 7) conclude il ciclo For, facendo ripetere l'istruzione Line per 52 volte. Quando il ciclo è concluso, si passa all'istruzione seguente...

**Blocco 3.** ... che è del tutto analoga a quella del blocco precedente! Il ciclo For va da 54 a 61, ossia viene ripetuto 8 volte, per disegnare la Sicilia..

**Blocco 4.** ... e per la Sardegna, altri otto segmenti, da 63 a 70.

**Attenzione!** C'è da immaginare che non tutti gli allievi avranno utilizzato  $52 + 8 + 8$  vertici per rappresentare l'Italia. Di conseguenza, l'insegnante avrà cura di modificare i valori dei cicli FOR in relazione ai vari casi che si presenteranno.

---

Ora gli allievi possono passare alla "fase finale": si tratta innanzitutto di impostare la finestra grafica, premendo il tasto WINDOW, secondo queste dimensioni (le dimensioni di un foglio A4, come la carta geografica che avevamo a disposizione):

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=210
ΔX=2.234042553...
Xscl=100
Ymin=0
Ymax=297
Yscl=100■
```

A questo punto si può far lanciare loro il programma ITALIA, premendo il tasto PROG, e poi utilizzando le frecce, posizionandosi su ITALIA e confermando con ENTER. Il risultato, premendo ancora ENTER per eseguire il programma, è questo:



---

Il vantaggio didattico di studiare le trasformazioni del piano in questo modo consiste nel fatto che gli alunni vedono l'effetto delle trasformazioni su un "oggetto" molto familiare, l'Italia, al posto delle consuete figure che tradizionalmente si prendono in esame: triangoli scaleni, "bandierine".. La TI-73 compie il medesimo sforzo ad operare con un poligono con tre o quattro vertici, oppure con uno di settanta!

Impostiamo innanzitutto una finestra grafica più ampia, utilizzando ancora una volta il tasto WINDOW:

```

WINDOW
Xmin=-210
Xmax=210
ΔX=4.468085106...
Xscl=1
Ymin=-297
Ymax=297
Yscl=■

```

e lanciamo nuovamente il programma, con il tasto PRGM.



### La traslazione

La domanda divertente è: *Con quanta fatica riusciamo a spostare l'Italia di 100 chilometri ad est, verso la penisola balcanica?* Con poca fatica... Ricordando che sulla cartina 1 millimetro vale 5 chilometri, allora 10 millimetri valgono proprio 50 chilometri. Dunque tutte le ascisse del poligono devono venir aumentate di 20. L'istruzione

L1 + 20 STO L1

fa sì che tutti i valori della prima lista vengano incrementati di 10 ed il loro risultato memorizzato nuovamente nella medesima lista. In pratica, abbiamo realizzato una traslazione verso destra, (cioè "nel verso positivo dell'asse delle ascisse"...). Lanciamo il programma ITALIA per vedere l'effetto:



L'insegnante farà notare che la Nazione si è effettivamente allontanata dall'asse  $y$ . Per rimettere le cose a posto, eseguiamo la traslazione inversa

L1 - 20 STO L1

Si può cogliere l'occasione per far ragionare gli allievi sul rapporto che intercorre tra i segni + e - rispetto alla traslazione verso destra o sinistra. Un'altra domanda potrebbe essere quella di indicare un modo per spostare l'Italia verso il polo nord o il polo sud (ossia, modificare L2).

### La simmetria assiale

La questione può essere messa ora nei seguenti termini: *Se metto uno specchio sull'asse  $y$ , come si ribalta l'Italia?*

Può essere interessante realizzare concretamente questa esperienza, con la cartina poggiata sulla cattedra e uno specchio tenuto perpendicolarmente alla cattedra stessa.

Si tratta di eseguire una simmetria assiale, ossia invertire il segno delle coordinate  $x$  dei vertici:

(-) L1 STO L1

e lanciare il programma. L'effetto sarà questo:



Ritorniamo "indietro" con la medesima istruzione

(-) L1 STO L1

e quindi avremo l'occasione di far riflettere gli allievi sul fatto che la simmetria assiale è un'operazione *involutoria* nel senso che la medesima istruzione "disfa" quello che essa stessa "fa". Potremo a questo punto chiedere di escogitare una simmetria assiale rispetto all'asse  $y$  (si tratta ovviamente di agire su L2).

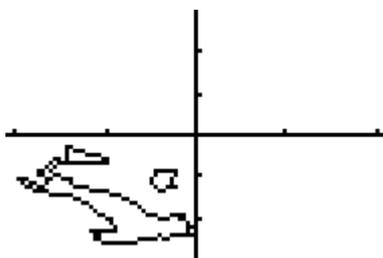
## La simmetria centrale

Se eseguiamo questi due comandi

(-) L1 STO L1 ENTER

(-) L2 STO L2 ENTER

l'Italia si rovescia nel terzo quadrante:



Questo fatto permetterà di far osservare agli allievi un importante fatto:

*La composizione di due simmetrie assiali (ad assi perpendicolari) genera una simmetria centrale*

Anzi, riesaminando con occhio critico le semplici operazioni che abbiamo fatto con la calcolatrice, possiamo persuadere (.. non "dimostrare"..) gli allievi della validità di queste affermazioni:

- *la traslazione e le due simmetrie, assiale e centrale, sono delle isometrie, conservano cioè le distanze (e anche le aree).* Infatti, l'Italia non si è né ingrandita né rimpicciolita durante le trasformazioni!
- *Queste trasformazioni sono commutative.* Non importa l'ordine con il quale le eseguiamo, il risultato finale è lo stesso.
- *Esse conservano l'ampiezza degli angoli (e quindi il parallelismo).* Infatti, se inizialmente la Sardegna individua un angolo con la dorsale appenninica, così accade anche dopo ogni trasformazione.

# Programmi per Matematica: espressioni, equazioni, problemi

Maria Grazia Masi, collaboratrice esterna IRRE-E.R.

[Schede per gli studenti](#)

## A - Epressioni

### 1 - Programma per trovare il risultato di una espressione letterale

Esempio:  $a + b - c / d + e * f =$

PROGRAM: P100

:Prompt A

:Prompt B

:Prompt C

:Prompt D

:Prompt D

:Prompt E

:Prompt F

:A+B-C/D+E\*F → R

:Disp R

:Pause

Copia il programma sulla TI-73 [→ indica che il valore calcolato con l'espressione che precede viene assegnato alla variabile indicata col nome che segue; nella TI-73 si realizza con il tasto **STO⇒**]:

**ON** (Schermo Home vuoto: cursore in alto a destra; per cancellare lo schermo, eventualmente non vuoto, premere **CLEAR**)

**PRGM** ⇒⇒ **ENTER** **2nd** **MATH** (cioè **TEXT**; nello schermo dei caratteri, per tornare indietro cancellando l'ultimo carattere, nella riga in basso, premere **DEL**) ⇒⇒⇒⇒⇒↓  
**ENTER** 100 ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒⇒ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒⇒⇒ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒⇒⇒⇒ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ⇒↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒⇒⇒⇒⇒ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**2nd** **MATH** **ENTER** + ⇒ **ENTER** - ⇒ **ENTER** ÷ ⇒ **ENTER** + ⇒ **ENTER** × ⇒ **ENTER**  
**STO⇒** ⇒⇒↓ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER**; **ENTER**

**PRGM** ⇒↓↓↓ **ENTER** **2nd** **MATH** ⇒⇒⇒⇒⇒⇒↓ **ENTER** ↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

**PRGM** ↓↓↓↓↓↓↓ **ENTER** **ENTER**

Salva il programma P100 uscendo con **2nd** **MODE** (cioè **QUIT**).

Effettua a penna l'esecuzione n. 1 proposta nella tabella seguente:

Esecuz. n.	a	b	c	d	e	f
1	5	2	6	3	8	4
2	10	5	12	3	14	7

Controlla eseguendo l'espressione con la TI-73 e con gli stessi valori dei parametri:

**PRGM** ⇨⇨ ; Selezionare P3 **ENTER** ; **ENTER**

5 **ENTER** ; 2 **ENTER** ; 6 **ENTER** ; 3 **ENTER** ; 8 **ENTER** ; 4 **ENTER**

(Per tornare a Home, premere **ENTER**)

Effettua l'esecuzione n. 2 con la TI-73 e poi esegui a penna.

## B - Equazioni

### 2 - Programma per calcolare la soluzione di una equazione parametrica

Esempio:  $5x - c = ax + 3b$

Completa i calcoli per trovare la soluzione parametrica:

$$5x - ax =$$

$$(5 - a)x =$$

Scrivi la soluzione:  $x =$

Copia sulla TI-73 il programma seguente (vedi 1A):

```
PROGRAM: P200
:Prompt A
:Prompt B
:Prompt C
:(3*B+C)/(5- A) → S
:Disp S
:Pause
```

Effettua le due esecuzioni proposte:

Esecuz. n.	a	b	c
1	3	2	4
2	7	3	1

Controlla a penna, dopo aver trasformato l'equazione parametrica in due equazioni: una con i parametri uguali ai valori della prima serie, l'altra con i parametri uguali ai valori della seconda serie.

Per l'insegnante

## C - Problemi

### Ricerca della procedura di risoluzione di un problema

Iniziamo con due esempi molto semplici per non allungare ulteriormente la spiegazione della tecnica di ricerca della procedura. Questa tecnica, una volta appresa e consolidata con problemi semplici, rimane la stessa anche con problemi molto complicati (con procedura lunga) e anche con problemi con equazioni (vedi esempio 3).

Esempio 1

- Distribuire agli studenti la scheda 1a.

Scheda C1 per gli studenti

<b>Problema</b>  <i>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 12 cm e l'altro cateto è lungo 5 cm. Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</i>
--

<b>Testo trasformato</b>		
Figura	Dati	Trovare
<b>Ricerca della procedura</b>	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>

### Per l'insegnante

- Far compilare il quadro *Testo trasformato* procedendo come nella scheda 1b seguente.

### Scheda C2 per l'insegnante

#### **Un esempio di problema : *Dal testo ai simboli***

#### **Testo iniziale**

In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 12 cm e l'altro cateto è lungo 5 cm.  
Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?

#### **Testo trasformato-1 [Elenco di frasi]**

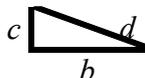
Tipo di frase presente solo nei problemi di geometria, quando si parla di figure:

1. C'è una figura, ed è un triangolo rettangolo con un cateto lungo  $b$ , l'altro cateto lungo  $c$  e l'ipotenusa lunga  $d$ .

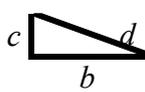
Frase adatte (\*):

2. La lunghezza di un cateto è 12 cm.
3. La lunghezza dell'altro cateto è 5 cm.
4. La lunghezza dell'ipotenusa è quale?
5. L'area della superficie è quale?

#### **Testo trasformato-2 [Figura con simboli + Elenco di formule]**

1. 
2.  $b = 12 \text{ cm}$
3.  $c = 5 \text{ cm}$
4.  $p = ?$
5.  $A = ?$

#### **Testo trasformato-3 (finale) [Figura con simboli + Dati (elenco di formule) + Trovare (elenco di grandezze da calcolare)]**

Figura  Dati  $\left| \begin{array}{l} b = 12 \text{ cm} \\ c = 5 \text{ cm} \end{array} \right.$  Trovare  $\left| \begin{array}{l} p \\ A \end{array} \right.$

(\*) Frasi che hanno:

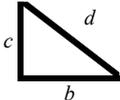
- come soggetto, una *grandezza* (lunghezza, massa, tempo, peso, temperatura, ... , costo, ricavo, guadagno, ... , tassa, sconto, capitale, interesse, ... grandezze percentuali, ... , grandezze 'numeri puri come, ad esempio: numero di lati, numero di alunni, rapporto fra due grandezze della stessa specie, ...)
- come verbo, è (è uguale a)
- come predicato, un *numero* seguito da una *unità di misura* (seguito dal simbolo % nel caso delle grandezze percentuali, solo il *numero* nel caso dei numeri puri)

Per l'insegnante

- Far compilare i quadri *Ricerca della procedura* e *Procedura* come nella scheda 1c.

Scheda C3 per l'insegnante (inizio)

**Un esempio di problema : *Dal testo con simboli alla procedura e all'esecuzione***

Testo trasformato		
Figura		Dati $\left  \begin{array}{l} b = 12 \text{ cm} \\ c = 5 \text{ cm} \end{array} \right.$
		Trovare $\left  \begin{array}{l} p \\ A \end{array} \right.$
<b>Ricerca della procedura</b> $p =$	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b =$	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$	<b>Procedura</b> $b = 12 \text{ cm}$	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c =$	<b>Procedura</b> $b = 12 \text{ cm}$	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	<b>Procedura</b> $b = 12 \text{ cm}$	<b>Esecuzione</b>
<b>Ricerca della procedura</b> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	<b>Procedura</b> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	<b>Esecuzione</b>

Scheda C3 per l'insegnante (cont. e fine)

<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d =$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $p = b + c + d$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $A =$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $p = b + c + d$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $A = bc/2$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $p = b + c + d$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $A = bc/2$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $p = b + c + d$ $A = bc/2$	<p><b>Esecuzione</b></p>		
<p><b>Ricerca della procedura</b></p> $p = b + c + d$ $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $A = bc/2$	<p><b>Procedura</b></p> $b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$ $d = \sqrt{b^2 + c^2}$ $p = b + c + d$ $A = bc/2$	<p><b>Esecuzione</b></p> $= cm \sqrt{12^2 + 5^2} = cm \sqrt{144 + 25} = cm \sqrt{169} = 13cm$ $= (12 + 5 + 13) cm =$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>30 cm</td> </tr> </table> $= 12 \times 5 : 2 \text{ cm}^2 =$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>30 cm<sup>2</sup></td> </tr> </table>	30 cm	30 cm <sup>2</sup>
30 cm				
30 cm <sup>2</sup>				

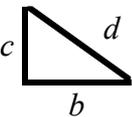
Per l'insegnante

Alla fine, la scheda 1a avrà l'aspetto della scheda 1d:

Scheda C4 per l'insegnante

**Un esempio di problema : *Dal testo all'esecuzione*** (svolto)

<p><b>Problema</b></p> <p><i>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 12 cm e l'altro cateto è lungo 5 cm. Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</i></p>
---

<b>Testo trasformato</b>						
Figura		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">Dati</td> <td style="padding: 5px;"> <math>b = 12 \text{ cm}</math>  <math>c = 5 \text{ cm}</math> </td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 5px;">Trovare</td> <td style="padding: 5px;"> <math>p</math>  <math>A</math> </td> </tr> </table>	Dati	$b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	Trovare	$p$ $A$
Dati	$b = 12 \text{ cm}$ $c = 5 \text{ cm}$	Trovare	$p$ $A$			
<b>Ricerca della procedura</b>	<b>Procedura</b>	<b>Esecuzione</b>				
$p = b + c + d$	$b = 12 \text{ cm}$					
$b = 12 \text{ cm}$	$c = 5 \text{ cm}$					
$c = 5 \text{ cm}$	$d = \sqrt{b^2 + c^2}$					
$d = \sqrt{b^2 + c^2}$	$p = b + c + d$					
$A = b c / 2$	$A = b c / 2$					
		$= \text{cm } \sqrt{12^2 + 5^2} = \text{cm } \sqrt{144 + 25} =$ $= \text{cm } \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$				
		$= (12 + 5 + 13) \text{ cm} = $ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"><math>30 \text{ cm}</math></span>				
		$= 12 \times 5 : 2 \text{ cm}^2 = $ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;"><math>30 \text{ cm}^2</math></span>				

## Esecuzione della procedura con un programma

Come si vede, la fase dell'esecuzione è l'ultima; essa può essere affidata ad un computer o ad una calcolatrice programmabile, purché si riesca a trasformare la procedura in programma, seguendo le regole di programmazione opportune. Ciò è possibile anche con la TI-73.

## Trasformazione di una procedura in un programma per la TI-73

**Esempio 1** Distribuire la scheda C5.

Scheda C5 per gli studenti

<b>Problema</b>					
<i>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 12 cm e l'altro cateto è lungo 5 cm. Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</i>					
<b>Elenco frasi adatte</b>		<b>Elenco formule</b>	<b>Ricerca della procedura</b>		<b>Procedura</b>
			Figura  Dati    Trovare		
<b>Classificazione variabili</b>				<b>Programma P1</b>	
Nome variabili	Variabili				Simboli delle variabili nel programma
	di Entrata, con valore		Interne	di Uscita	
	costante	parametrico			
	=>	Prompt	=>	=> Disp Pause	

**NB - L'istruzione => (assegnazione di un valore ad una variabile) si realizza con il tasto STO⇒**

Per l'insegnante

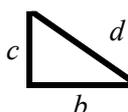
- Far compilare la parte superiore
- Far compilare, nella parte inferiore, il quadro *Classificazione variabili*: iniziare con l'elenco ordinato delle variabili contenute nella procedura; proseguire con la loro classificazione e terminare la scelta dei simboli da usare nel programma.
- Preparare il "Programma P1": trasformare le righe della procedura in righe del programma utilizzando il linguaggio della TI-73, di cui compare un pro-memoria schematico sotto la "Classificazione variabili".

Alla fine si ottiene la scheda C6.

### 3 - Programma per risolvere un problema

Scheda C6 per l'insegnante

**Lo stesso problema : Dal testo al programma** (svolto)

<b>Problema</b>					
<p>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 12 cm e l'altro cateto è lungo 5 cm. Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</p>					
<b>Elenco frasi adatte</b>		<b>Elenco formule</b>		<b>Ricerca della procedura</b>	<b>Procedura</b>
<p>La lunghezza di un cateto è 12 cm La lunghezza dell'altro cateto è 5 cm La lunghezza del perimetro è quale? L'area della superficie è quale?</p>		<p><math>b = 12 \text{ cm}</math> <math>c = 5 \text{ cm}</math> <math>p = ?</math> <math>A = ?</math></p>		 <p>Dati   <math>b = 12 \text{ cm}</math>   <math>c = 5 \text{ cm}</math></p> <p>Trovare   <math>p</math>   <math>A</math></p> <p><math>p = b + c + d</math> <math>b = 12 \text{ cm}</math> <math>c = 5 \text{ cm}</math> <math>d = \sqrt{b^2 + c^2}</math> <math>A = b \times c / 2</math></p>	<p><math>b = 12 \text{ cm}</math> <math>c = 5 \text{ cm}</math> <math>d = \sqrt{b^2 + c^2}</math> <math>p = b + c + d</math> <math>A = b \times c / 2</math></p>
<b>Classificazione variabili</b>					<b>Programma P1</b>
Nome variabili	Variabili				Simboli delle variabili nel programma
	di Entrata, con valore costante		Interne	di Uscita	
	parametrico				
$b$	12				B
$c$	5				C
$d$					D
$p$					P
$A$					A
	=>	Prompt	=>	=>	
				Disp Pause	
<p>12 =&gt;B 5 =&gt;C <math>\sqrt{B^2 + C^2}</math> =&gt;D B+C+D =&gt;P Disp P Pause B*C/2 =&gt;A Disp A Pause</p>					

Per l'insegnante

**Esempio 2** Disponendo di un computer o di una calcolatrice programmabile, l'uso del precedente metodo di risoluzione dei problemi (con esecuzione di una procedura interamente preparata prima) è molto più interessante quando riguarda un tipo di problema (presenza di uno o alcuni o tutti i dati in forma parametrica). La scheda C7 mostra il problema dell'esempio 1 trasformato in un "tipo di problema" e la scheda C8 rappresenta la scheda C7 compilata.

Scheda C7 per gli studenti

<b>Problema</b>					
<i>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 4 cm e l'altro cateto è assegnato. Quant'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</i>					
<b>Elenco frasi adatte</b>		<b>Elenco formule</b>	<b>Ricerca della procedura</b>		<b>Procedura</b>
			Figura  Dati    Trovare		
<b>Classificazione variabili</b>				<b>Programma P2</b>	
Nome variabili	Variabili				Simboli delle variabili nel programma
	di Entrata, con valore		Interne	di Uscita	
	costante	parametrico			
	=>	Prompt	=>	=> Disp Pause	

### 4 - Programma per risolvere un tipo di problema

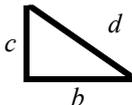
Per l'insegnante

Eseguito il programma **P1** si ottengono immediatamente i risultati desiderati; invece, quando si esegue **P2**, il programma si blocca subito e chiede il valore di *c*: occorre dunque digitare un *numero* e poi *invio*; provare con il numero 5 e poi esercitarsi con 9; 16; 28; 8.

Si ottengono velocemente i risultati di cinque problemi dello stesso tipo.

**ATTENZIONE:** Non scivere *End* alla fine del programma seguente.

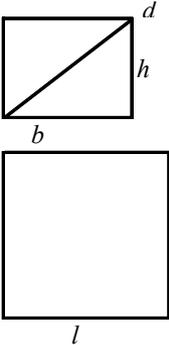
#### Lo stesso tipo di problema : *Dal testo al programma* (svolto)

Problema						
<p><i>In un triangolo rettangolo un cateto è lungo 4 cm e l'altro cateto è assegnato.                      Quanti'è lungo il perimetro? Qual è l'area?</i></p>						
<p><b>Elenco frasi adatte</b></p> <p><i>La lunghezza di un cateto è 4 cm                      La lunghezza dell'altro cateto è assegnata                      La lunghezza del perimetro è quale?                      L'area della superficie è quale?</i></p>		<p><b>Elenco formule</b></p> <p><i>b = 12 cm                      c = c                      p = ?                      A = ?</i></p>		<p><b>Ricerca della procedura</b></p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Dati <math>\left  \begin{array}{l} b = 4 \text{ cm} \\ c = c \end{array} \right.</math></p> <p>Trovare <math>\left  \begin{array}{l} p \\ A \end{array} \right.</math></p> <p><i>p = b + c + d                      b = 4 cm                      c = c                      d = \sqrt{b^2 + c^2}                      A = b \times c / 2</i></p>		<p><b>Procedura</b></p> <p><i>b = 4 cm                      c = c                      d = \sqrt{b^2 + c^2}                      p = b + c + d                      A = b \times c / 2</i></p>
Classificazione variabili					Programma P2	
Nome variabili	Variabili				Simboli delle variabili nel programma	
	di Entrata, con valore		Interne	di Uscita		
	costante	parametrico				
<i>b</i>	4				B	
<i>c</i>					C	
<i>d</i>					D	
<i>p</i>					P	
<i>A</i>					A	
	=>	Prompt	=>	=> Disp Pause		
<p><b>Programma P2</b></p> <p>4 =&gt;B                      Prompt C  <math>\sqrt{B^2 + C^2}</math> =&gt;D                      B+C+D =&gt;P                      Disp P                      Pause                      B*C/2 =&gt;A                      Disp A                      Pause                      End</p>						



## 5 - Programma per risolvere un tipo di problema con equazioni

Scheda C9 compilata.

<b>Problema</b>				
<p>Un rettangolo ha la base che è <math>m/n</math> dell'altezza, con <math>m</math> e <math>n</math> assegnati, e la somma dei due segmenti ha una lunghezza <math>s</math> assegnata.</p> <p>Calcolare: 1) la lunghezza del perimetro del rettangolo; 2) l'area del rettangolo; 3) la lunghezza del perimetro del quadrato con lato congruente con diagonale del rettangolo; 3) l'area del quadrato.</p>				
<b>Figure</b>	<b>Dati</b>	Ricerca della procedura (cont.)	<b>Procedura</b>	
	$b = m/n h$ $m = m$ $n = n$ $b + h = s$ $s = s$ $l = d$ <b>Trovare</b> $pr$ $Ar$ $pq$ $Aq$	$s = s$ $b = m/n h$ $h = s - b$ [sistema di due equaz. in due inc.] $nb = mh$ $nb = m(s - b)$ $nb = ms - mb$ $nb + mb = ms$ $(n + m)b = ms$ $b = ms / (n + m)$ $Ar = bh$	$m = m$ $n = n$ $s = s$ $b = ms / (n + m)$ $h = s - b$ $pr = 2*(b+h)$ $Ar = bh$ $d = \sqrt{b^2 + h^2}$ $l = d$ $pq = 4l$ $Aa = l^2$	
<b>Ricerca della procedura</b>				
$pr = 2*(b+h)$ $b = m/n h$ $m = m$ $n = n$ $h = s - b$		$pq = 4l$ $l = d$ $d = \sqrt{b^2 + h^2}$ $Aq = l^2$		
<b>Classificazione variabili</b>				
Nome var.	Variabili			Simboli delle variabili nel programma
	di Entrata, con valore costante	parametrico	Interne di Uscita	
$m$				M
$n$				N
$s$				S
$b$				B
$h$				H
$p$				R
$Ar$				A
$d$				D
$l$				L
$pq$				P
$Aq$				Q
	=>	Prompt	=>	=>
			Disp	
			Pause	

**Programma P3**

Prompt M  
 Prompt N  
 Prompt S  
 $M*S/(N+M) \Rightarrow B$   
 $2*(B+H) \Rightarrow R$   
 Disp R  
 Pause  
 $B*H \Rightarrow A$   
 Disp A  
 Pause  
 $\sqrt{B^2+H^2} \Rightarrow D$   
 $D \Rightarrow L$   
 $4*L \Rightarrow P$   
 Disp P  
 Pause  
 $L^2 \Rightarrow Q$   
 Disp Q  
 Pause

Per l'insegnante

## 5 - Programma da trovare per risolvere un tipo di problema con equazioni e con procedura un po' più lunga

### Esempio 5

#### Scheda C11

#### Problema

*Un oggetto costruito con un materiale di peso specifico assegnato ha la forma del solido che si ottiene ruotando di  $360^\circ$  un trapezio rettangolo attorno alla base minore.*

*La base maggiore del trapezio è  $m/n$  del lato obliquo, con  $m$  e  $n$  assegnati, e la somma dei due segmenti ha lunghezza  $s$  assegnata; il lato obliquo è perpendicolare alla diagonale minore.*

*Qual è il peso dell'oggetto in chilogrammi, arrotondato a 1 Kg?*

*Trovare la procedura di risoluzione e il relativo programma.*

*Si propongono quattro esecuzioni, una per ciascuna delle quattro quintuple scelte per i valori assegnati e indicate nella tabella seguente.*

Esecuzione n.	materiale	ps (g/cm <sup>3</sup> )	m	n	s (cm)
1	ferro	7,85	13	5	46,8
2	zinco	7,1	13	5	46,8
3	ferro	7,85	5	3	40
4	nicel	8,8	5	3	80

La procedura di risoluzione di questo tipo di problema viene ricavata con lo stesso metodo utilizzato per il problema precedente.

# Un programma per Scienze

Maria Grazia Masi, collaboratrice esterna IRRE-E.R.

## Attività sperimentali, errore di misura, programma

Se si usa uno strumento di misura in cui è stato scelto bene il numero di divisioni, può essere adottato come errore la *sensibilità* dello strumento (distanza tra due divisioni successive). Capita però che la condizione data non sia vera; un esempio: due righelli, uno piatto e l'altro a sezione quadrata (un piccolo parallelepipedo rettangolo a base quadrata), sono entrambi divisi in cm e mm (sensibilità per entrambi uguale a 1 mm) e questa scelta del costruttore, probabilmente giusta per il righello piatto, non lo è certamente per l'altro righello.

In ogni caso, se si ritiene di non poterci fidare a priori di uno strumento, allora occorre provvedere in qualche modo; converrà rimandare a livelli di scuola superiori le scelte definitive, ma senza rinunciare ad una soluzione abbastanza semplice, che permette di adottare un errore di misura in certi casi migliore della sensibilità. In pratica:

- ripetere la misurazione alcune volte (almeno tre)
- calcolare la *media* delle misure ripetute
- calcolare lo *scarto medio*
- scegliere come *errore* il valore più grande tra media e scarto medio
- scrivere il risultato così:  $risultato = media \pm errore$
- ricordare che la scrittura precedente ha il seguente significato “se misuro più volte la grandezza data, circa due terzi delle misure risulteranno comprese fra *media - errore* e *media + errore*”.

Nelle attività sperimentali risulta quindi utile predisporre un piccolo programma che calcoli medie e scarti medi.

## Scheda per gli studenti

### **Programma per calcolare con la TI-73 la media e lo scarto medio di una serie di tre misure ripetute**

Copia sulla TI-73 il programma seguente (vedi 1A):

```
PROGRAM: P300
:Prompt A
:Prompt B
:Prompt C
:(A+B+C)/3 → M
:abs(A- M) → D
:abs(B- M) → E
:abs(C- M) → F
:(D+E+F)/3 → G
:Disp M
:Disp G
:Pause
```

**NB - abs( si trova in MATH NUM**

Esegui l'esecuzione seguente.

Collabora a dividere rapidamente la classe in gruppi di tre studenti (per completare un gruppo, può partecipare l'insegnante, oppure uno o due studenti possono partecipare a due gruppi nella fase delle misurazioni).

Con l'aiuto dell'insegnante e utilizzando anche il laboratorio scolastico, collabora a preparare un pendolo (uno per tutti i gruppi); ad un filo puoi appendere un astuccio, o un sacchettino fatto con un pezzetto di plastica e riempito di monete, o un pesetto o un gruppo di pesetti dotati di gancio, ecc. Occorre anche un cronometro, se possibile al centesimo di secondo.

In ogni gruppo:

- Ciascuno dei tre studenti misura la durata di 10 oscillazioni complete (Andata + Ritorno) e scrive il risultato su un foglietto senza farlo vedere ai compagni
- Alla fine delle misurazioni, si utilizza il programma per calcolare la media e lo scarto medio delle tre misure ottenute dal gruppo. Nella prima esercitazione in cui si usa il programma, è opportuno controllare che funzioni, eseguendo i calcoli anche a penna.
- Si scrivono i risultati su un foglietto del gruppo, completando le uguaglianze seguenti:
  - media = ..... sec
  - scarto medio = ..... sec
  - scarto medio arrotondato alla prima cifra diversa da zero a sinistra = ..... sec
  - sensibilità = ..... sec
  - sensibilità arrotondata alla prima cifra diversa da zero a sinistra = ..... sec
  - errore = ..... sec
  - media arrotondata 'come l'errore' (cioè con lo stesso numero di cifre decimali o con lo stesso numero di 'zeri' a destra) = ..... sec
  - $t_{10osc} = ( \dots \pm \dots ) \text{ sec}$

Collabora alla preparazione, sulla lavagna, di:

- una tabella del tipo seguente

gruppo	$t_{10osc}$	$t_{min}$ (1)	$t_{max}$ (2)	$t_{minmin}$ (3)	$t_{maxmax}$ (4)	$e_{min}$ (5)
n.	(sec)	(sec)	(sec)	(sec)	(sec)	(sec)
1	±					
2	±					
.....	±					

(1) media meno errore

(2) media piu' errore

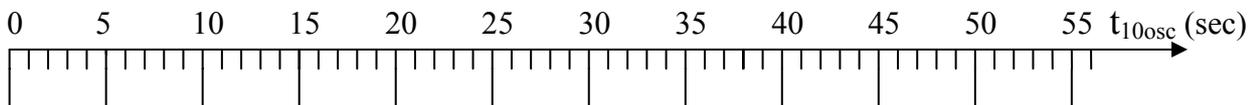
(3) il piu' piccolo dei  $t_{min}$

(4) il piu' grande dei  $t_{max}$

(5) il piu' piccolo degli

errori di misura

- un asse orientato del tipo seguente



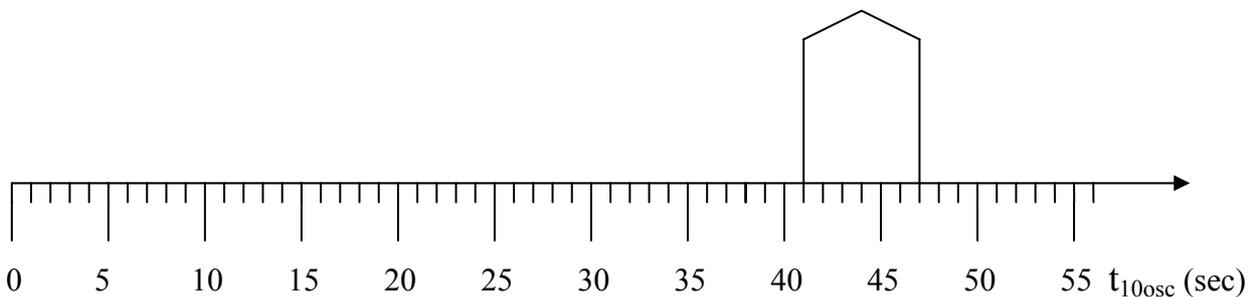
Ogni gruppo comunica il risultato ( $t_{10osc}$ ) all'insegnante, che fa compilare alla lavagna le prime due colonne della tabella

L'insegnante utilizza la tabella e l'asse orientato nel modo seguente. Se ad esempio il gruppo 1 ha ottenuto:

$$t_{10osc} = (15 \pm 3) \text{ sec}$$

e quindi  $t_{min} = 12 \text{ sec}$  e  $t_{max} = 18 \text{ sec}$

il risultato del gruppo 1 sara' riportato sull'asse nel modo seguente:



Per ogni gruppo verra' scelto un colore e un tipo di linea diverso (\_\_\_, ---, -.-.-, ecc).

Quando i risultati di tutti i gruppi saranno registrati sull'asse, potranno capitare due situazioni:

- Tutte le 'cassette' hanno una parte in comune
- Non tutte le 'cassette' hanno una parte in comune

Nel primo caso i risultati sono da considerare uguali anche se le cassette non sono esattamente tutte coincidenti.

Nel secondo caso e' evidente che uno o piu' studenti hanno commesso errori sistematici, che e' opportuno individuare e imparare ad evitare.

## Schede per l'insegnante

### **Un esempio di attività sperimentale: *Costruzione di dinamometri***

Vogliamo costruire dei dinamometri utilizzando delle molle, ciascuna con le due estremità piegate a forma di gancio.

\* **Costruzione di un dinamometro.** Prepariamo un sostegno con asta orizzontale e un cartoncino rettangolare lungo circa il doppio della molla; scriviamo in alto *grammi-peso*, facciamo un foro al di sotto e infiliamo il cartoncino nell'asta; davanti al cartoncino appendiamo una molla e al suo gancio inferiore appendiamo un sacchettino o una bustina di plastica leggera; facciamo un segno orizzontale sul cartoncino in corrispondenza della fine della molla, dove inizia il gancio inferiore; scriviamo  $0$  accanto al trattino disegnato

Prepariamo la massiera di una bilancia e decidiamo di prelevare masse per ottenere una serie regolare, ad esempio la serie  $5g, 10g, 15g, ecc.$ <sup>1</sup>. Infiliamo nel sacchettino la prima massa della serie e disegniamo un nuovo trattino in corrispondenza della fine della molla. Scriviamo  $5$  accanto al trattino. Continuiamo così fino alla fine del cartoncino.

Abbiamo costruito uno strumento per misurare *forze* in grammi-peso; possiamo sfilare il cartoncino e preparare una seconda scala in Newton, tenendo conto che, con l'arrotondamento a  $0,1$ ,  $1K_{peso} = 9,8 \text{ Newton}$ .

\* **Ricerca di un metodo più rapido per costruire un secondo dinamometro.** Osserviamo la striscia di cartone con le righe e i numeri: sembra che la distanza delle righe da quella con lo zero sia all'incirca proporzionale ai numeri scritti accanto ad esse. Se questa osservazione risultasse vera, avremmo un metodo velocissimo per tarare la seconda molla: basterebbe appendere una sola massa, la più grande, ad esempio  $50 \text{ g}_{peso}$ , e poi dividere lo spazio da  $0$  a  $50$  in  $5$ , o  $10$ , o  $50$  parti.

Vale dunque la pena di controllare la nostra ipotesi che distanze dalla rigetta  $0$  e numeri siano grandezze direttamente proporzionali.

\* **Verifica sperimentale dell'ipotesi fatta.** Riportiamo nella tabella i dati che già possediamo:

$f \text{ (g}_p\text{)}$	$\Delta l \text{ (cm)}$
5	
10	
15	
...	

Riportiamo in grafico la tabella.

Ci chiediamo “Per i punti del grafico e per l'origine, passa una retta<sup>2</sup>?” Risposta “ No, non perfettamente. ”

Allora, cosa possiamo concludere? “Per il momento, non si sa”.

---

<sup>1</sup> Occorre evidentemente che la massiera e le molle siano adatte l'una alle altre.

<sup>2</sup> Espressione tramite grafico della relazione di proporzionalità diretta, espressa da  $y = kx$  tramite formula ( $k$  costante).

Proviamo a tenere conto dell'errore di misura.

Sui valori di  $f$ , l'errore è da considerare di  $I_{gp}$ , se  $I_{gm}$  è il valore più piccolo della massiera; per trovare l'errore sui  $\Delta l$  occorreranno tre misure ripetute per ogni valore e si compilerà una tabella del tipo seguente:

$\Delta l$	misure (cm)					scarti <sup>1</sup> (cm)					sc. m. arroton. <sup>2</sup> (cm)	sens. (cm)	errore (cm)	$\Delta l$ m. arroton. <sup>2</sup> (cm)	Risultato: $\Delta l$ m. $\pm$ errore (cm)
	1	2	3	somma	media	1	2	3	somma	media					
$\Delta l$ (5)															$\pm$
$\Delta l$ (10)															$\pm$
...															$\pm$

Compiliamo ora la tabella seguente:

---

Riportiamo in grafico la seconda tabella:

- Con la prima coppia di valori medi tracciare il primo punto.
- Con l'errore su  $f$  costruire due segmentini orizzontali uguali, a partire dal punto.
- Con l'errore su  $\Delta l$  costruire due segmentini verticali uguali, a partire dal punto.
- Costruire intorno al punto un rettangolino con centro nel punto e dimensioni  $2e_f \times 2e_{\Delta l}$ .

“E' possibile tracciare una retta passante per l'origine e per almeno 2/3 dei rettangolini?”

Se la risposta è *si*, l'ipotesi fatta è da considerare *vera entro gli errori di misura*,

Se la risposta è *no*, l'ipotesi fatta è da considerare *falsa*,

Il procedimento descritto nel punto 3 è laborioso; è inevitabile ripetere le misurazione per determinare l'errore sugli allungamenti; è però possibile evitare i calcoli con il programma predisposto, che calcola la media e lo scarto medio di tre misure ripetute.

---

<sup>1</sup> Scarto = valore assoluto di (misura – media)

<sup>2</sup> arrotondato alla prima cifra diversa da 0 a sinistra

<sup>3</sup> arrotondato come l'errore.