Le funzioni esponenziali

e

logaritmiche con la TI89

Roberta Bonarelli - LS E. Fermi di Bologna - robertabit@libero.it
Laura Faggioli - Specializzata SSIS di Bologna 2002 – gal6198@iperbole.bologna.it

INDICE

Presentazione dell'Unità Didattica Pag. 1

Schede per gli studenti Pag. 4

Schede per i docenti Pag. 27

Note sulla sperimentazione Pag. 32

Questionario di gradimento e risultati Pag. 34

Le funzioni esponenziali e logaritmiche con la TI-89

PRESENTAZIONE

L'unità didattica è stata proposta ad una classe 4° Geometri (corso tradizionale) ed è stata svolta in collaborazione con Laura Faggioli, specializzanda della SIS per la classe A047.

PREREQUISITI

La classe ha già affrontato lo studio parziale di una funzione razionale (insieme di definizione, segno, intersezioni assi, limiti e asintoti orizzontali o verticali) sia analiticamente che graficamente; si tratta inoltre di una classe di soli 13 alunni responsabili, con un discreto livello di preparazione con scarse opportunità di utilizzare strumenti informatici e disponibili a nuove esperienze.

OBIETTIVI GENERALI

Ovviamente l'obiettivo primo è stato quello di far conoscere ai ragazzi questo potente strumento "tascabile". La scelta dell'argomento da trattare con la TI-89 è scaturita dalla necessità di introdurre le funzioni esponenziale e logaritmica anche se solo parzialmente, considerando che, negli ultimi anni mi riesce sempre più difficile farlo, per problemi di tempo.

1. Conoscenza e utilizzo della TI-89: acquisizione di competenze per la gestione degli ambienti numerici, simbolici e grafici della macchina.
2. Studio parziale di una funzione *anche* con la TI-89
3. Studio delle funzioni esponenziale e logaritmica *mediante* la TI-89

CONTENUTI, TEMPI E RIFERIMENTO AI MATERIALI

tempi	***Contenuti***	***Obiettivi specifici***	***Attività e materiali***
4 ore	**Introduzione alla TI-89**: - La tastiera e lo schermo - Alcuni ambienti : Home, Graph, Window - Studio parziale di una funzione con la TI-89	- Conoscere la tastiera: tasti modificatori, tasti funzione e tasti importanti - Analizzare lo schermo base ed i menu - Conoscere alcuni ambienti - Saper modificare la finestra grafica - Saper utilizzare la TI-89 per l'esecuzione di calcoli	**Scheda 1**: Introduzione agli ambienti e ai principali comandi della TI-89 che saranno utilizzati **Scheda 2** : Esercitazioni sullo studio di funzione in ambiente Home, Graph e Window
2 ore	**Nozione di successione**: - Montante in regime di capitalizzazione composta - Definizione di successione	- Riconoscere il montante come particolare successione - Conoscere il concetto di successione - Conoscere il concetto di limite di una successione - Saper rappresentare una successione con la TI-89 Conoscere il concetto di successione convergente, divergente, irregolare, crescente, decrescente e costante e saperne individuare le caratteristiche dal grafico	**Scheda 3:** Un esempio di successione: il montante **Scheda 4:** Le successioni con la TI-89 attraverso il comando seq e analisi delle loro caratteristiche negli ambienti Home, Data/Matrix e Graph.

2 ore	**Crescite esponenziali** : - Successione esponenziale - Il numero *e*	- Conoscere il concetto di successione esponenziale - Conoscere il concetto di successione a esponente naturale - Conoscere il concetto di successione a esponente intero - Conoscere il concetto di successione a esponente razionale - Saper costruire una successione in ambiente Home e Data/Matrix - Saper rappresentare graficamente una successione in ambiente Graph	**Scheda 5:** Successioni esponenziali con esponente naturale, intero, razionale: - tabulazione in ambiente Data/Matrix - rappresentazione grafica in ambiente Graph - analisi dei risultati Approssimazione di $2^{\sqrt{2}}$ Introduzione al numero *e* mediante la successione $\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$
2 ore 2 ore	**La funzione esponenziale**: - Approssimazione di $2^{\sqrt{2}}$ - Analisi di $y = a^x$ **La funzione logaritmica**: - Funzione inversa - Analisi di $y = lg_a x$	- Conoscere il concetto di funzione esponenziale - Saper rappresentare graficamente la funzione esponenziale con basi diverse e in particolare con base e - Saper analizzare i grafici delle funzioni esponenziali al cambio della base - Riconoscere la funzione logaritmica come inversa della funzione esponenziale - Conoscere la definizione di logaritmo - Saper rappresentare graficamente la funzione logaritmica con basi diverse e in particolare con base e - Analizzare i grafici delle funzioni logaritmiche al cambio di base	**Scheda 6:** Funzione esponenziale: definizione in ambiente Y= e analisi in ambiente Graph e Table Successione logaritmica tramite gli ambienti Data/matrix e Y= Rappresentazione in ambiente Graph della relazione inversa di y= 2^x Analisi della funzione logaritmica
2 ore	**Soluzione grafica di equazioni**: - Equazioni esponenziali e logaritmiche elementari	- Saper risolvere graficamente equazioni elementari sia esponenziali che logaritmiche con l'uso della TI-89	**Esercizi dal libro di testo**
3 ore	**Verifica**	- Saper utilizzare la calcolatrice per la rappresentazione e l'analisi di successioni e funzioni esponenziali,della funzione logaritmica come inversa dell'esponenziale, risoluzione attraverso il grafico di semplici equazioni esponenziali e logaritmiche.	**Testo della verifica**
1 ora	**Conclusioni**: - Riflessioni - Test di gradimento	- Utilizzare la calcolatrice per la correzione di compiti assegnati - Riflessione sul lavoro svolto con la TI-89	**Questionario sul gradimento**

STRUMENTI

Lavagna luminosa per lucidi e view-screen

TI-89 per ogni ragazzo + 1 con attacco al view-screen

Manuale della Texas

Materiale cartaceo

Libro di testo

TEMPI E METODI

Il prestito per un tempo limitato delle calcolatrici ha imposto l'impiego *continuativo* della macchina, 2 volte alla settimana, per circa 5 settimane, con lezioni di due ore ciascuna . In ogni lezione, con l'ausilio della lavagna luminosa, veniva illustrata l'attività da svolgere con la calcolatrice consegnate una o più schede di lavoro. Ogni ragazzo ha avuto in consegna una calcolatrice per tutto il periodo, in quanto, tutte le attività, sia in classe che a casa prevedevano l'utilizzo della TI-89, inclusa la verifica.

Complessivamente l'attivita ha richiesto 18 ore in classe di cui 2 per la verifica, 1 per la correzione, 1 per riflessioni finali e le restanti per la presentazione dei contenuti e delle attività da svolgere .

SCHEDA STUDENTE 1 : INTRODUZIONE ALLA TI-89

Le calcolatrici hanno la possibilità di operare in diversi ambienti: calcolo simbolico, grafico, editor, tabella, matrice,... Ciascuno di questi ambienti ha la sua peculiarità, la struttura di fondo, però, è sempre la stessa.
Divisione orizzontale in quattro regioni: (dall'alto)

- ⇨ Barra dei menù
- ⇨ Area di lavoro
- ⇨ Barra di comando
- ⇨ Riga di stato

Quando la calcolatrice si accende l'ambiente attivo è **HOME**, se si è in un altro ambiente si può tornare in **HOME** con l'apposito tasto.
Ogni tasto della calcolatrice ha una sua funzione, inoltre c'è la possibilità di attivare più funzioni.

Il tasto **2nd** attiva le funzioni in arancione
Il tasto ♦ diamante attiva le funzioni in verde
Il tasto **alpha** attiva le funzioni in viola (caratteri alfabetici)

I tasti con le frecce ◀ ▶ ▲ ▼ servono per spostarsi con il cursore all'interno del testo digitato o delle opzioni dei menù.

Tasti funzione F1,F2,F3,F4,F5 e tre attivabili con **2nd** (**F6,F7,F8**).
Ciascun tasto attiva dei menù a cascata che si differenziano in base all'ambiente in cui siamo.

Tasto **MODE**
Consente la variazione dei valori predefiniti. Su tre pagine compaiono diverse opzioni: per spostarsi occorre muoversi con il cursore, l'opzione visualizzata è quella attiva, per modificarla bisogna fare apparire con il cursore destro un altro menù in cui ci sono le possibili scelte.

Tasto **ENTER** per confermare un comando

Tasto **ESC** per annullare un comando o uscire da un menù

Tasto **CLEAR** per cancellare una riga intera

Tasto ← per cancellare un carattere alla volta
Tasto ⇑ per caratteri alfabetici maiuscoli

Tasto **CATALOG** per visualizzare tutte le funzioni disponibili e la loro sintassi

Tasto **APPS** per visualizzare tutti gli ambienti disponibili.

È possibile anche una visualizzazione veloce per alcuni ambienti con

- ♦ F1 : ambiente **Y=** impostazione delle funzione da graficare
- ♦ F2 : ambiente **WINDOW** di impostazione dei parametri del grafico
- ♦ F3 : ambiente **GRAPH** di visualizzazione grafica
- ♦ F4 : **TABLE SETUP**, impostazione dell'ambiente TABLE
- ♦ F5 : ambiente **TABLE** tabulazione dei valori di una funzione

Tasto – da utilizzare come operatore della differenza
Tasto **(–)** da utilizzare come segno di una espressione/numero

^ Elevamento a potenza
♦ e ≈ per visualizzare un risultato simbolico in formato decimale approssimato

Variare le cifre decimali
Premere MODE
Selezionare Display Digits
premere ▸
scegliere dal menù il numero di cifre decimali Float 1-12
confermare con ENTER e ENTER

Cancellare variabili e funzioni
Selezionare **2nd** - (var-link)
Compare un elenco di variabili e funzioni: pozionarsi con il cursore sulla variabile che si intende eliminare e selezionarla con **F4**.
Quando si sono selezionate le varibili che si vogliono cancellare digitare ← e ENTER per la conferma.
Tornare poi nell'ambiente che interessa con in tasti opportuni.

SCHEDA STUDENTE 2 : INTRODUZIONE ALLA TI-89

	Ambiente *HOME*	
Contenuti	Comandi del menù **Algebra, Calc, Other** Definizione di funzioni e di costanti Definizione di una funzione a tratti Semplificazioni di espressioni algebriche Risoluzione di equazioni e disequazioni algebriche Limiti di funzioni	
Tasti	*numero/espressione* **STO➨** *nome_costante/nome_funzione*	per assegnare un valore ad una variabile che quindi diventa una costante o per definire una funzione
Menù	**Comandi**	
F4 Other	**Define** *nome _funzione* (*variabile1, variabile2, ...*)=*espressione*	Per definire una funzione
F2 Algebra	**expand**(*espressione*)	Ha lo scopo di sviluppare espressioni polinomiali contenenti somme o prodotti indicati. Nel caso di denominatori, produrrà frazioni parziali
F2 Algebra	**factor**(*polinomio, variabile*)	Scompone in fattori primi un polinomio o un numero.
F2 Algebra	**solve**(*equazione, variabile*)	Risolve equazioni intere in campo reale di I e II grado e disequazioni intere di I grado. Restituisce *false* se non è possibile determinare almeno un risultato reale.
F2 Algebra	**zeros**(*espressione, variabile*)	Determina gli zeri di una espressione
F3 Calc	**limit**(*funzione,variabile,pto accumulazione* [,*direzione*])	Calcola il limite di una *funzione* per *variabile* che tende a *pto di accumulazione*. Il parametro *direzione* è opzionale. Attenzione!! Se risulta *undef* allora occorre specificare la direzione –1 da sinistra e +1 da destra.
	when(*condizione,espr1*[,*espr2*][,*undef*])	Restituisce il valore espr1 se la condizine è vera, espr2 se è falsa

Esempio 1

Assegnare il valore 3 alla variabile *a*	Sulla barra di comando digitare 3 **STO➡** **alpha** a ENTER	■ 3→a 3
	Controllare digitando **alpha** a ENTER	■ a 3

Esempio 2

Definire la funzione $f(x)=x^2-1$	Sulla barra di comando digitare x^2-1 **STO➡** **alpha** f(x) ENTER	■ x^2-1 → f(x) Done
	Controllare digitando **alpha** f(x) ENTER	■ f(x) x^2-1

Esempio 3

Definire la funzione $f(x)=2x^2-3$	Selezionare dal menù F4 il comando; poi di seguito sulla barra di comando digitare **alpha** f(x)=2*x^2-3 ENTER	■ Define f(x)=2·x^2-3 Done
	Controllare digitando **alpha** f(x) ENTER	■ f(x) 2·x^2-3

Esempio 4

Definire la funzione $f(x)=\begin{cases} x-1 \text{ se } x\geq 0 \\ x+1 \text{ se } x<0 \end{cases}$	Selezionare dal menù F4 il comando **Define**; poi di seguito sulla barra di comando digitare **alpha** f(x)= **when**(*x>=0,x-1,x+1*) ENTER	■ Define $f(x)=\begin{cases} x-1, x\geq 0 \\ x+1, else \end{cases}$ Done
	Controllare digitando **alpha** f(x) ENTER	■ f(x) $\begin{cases} x-1, x\geq 0 \\ x+1, else \end{cases}$

Esempio 5

Sviluppa le seguenti moltiplicazioni fra polinomi $x\cdot(x+1)\cdot(x-2)\cdot(x+3)^2$	Selezionare dal menù F2 il comando **expand**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare x*(x+1)*(x-2)*(x+3)^2) ENTER	■ expand(x· (x+1) · (x-2) · $(x+3)^2$) $x^5+5\cdot x^4+x^3-21\cdot x^2-18\cdot x$

Esempio 6

Scomporre in fattori primi il numero 113,24	Selezionare dal menù F2 il comando **factor**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare 113.24) ENTER	■ factor(113.24) $\frac{19.\cdot 149.}{(5.)^2}$
Scomporre in fattori primi il numero 113/4	Selezionare dal menù F2 il comando **factor**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare 113/4) ENTER	■ factor(113/4) $\frac{113}{2^2}$

Esempio 7

Risolvere la seguente equazione $x^2 - 6x + 2 = 0$	Selezionare dal menù F2 il comando **solve**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare x^2-6*x+2=0,x) ENTER	■ solve(x^2-6·x+2=0,x)
Risolvere la seguente equazione $x^2 - 6x + 2 = 2(x-1)$	Selezionare dal menù F2 il comando **solve**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare x^2-6*x+2=2*(x-1),x) ENTER	■ solve(x^2-6·x+2=2·(x-1),x) $x = 2\cdot(\sqrt{3}+2)$ or $x = -2\cdot(\sqrt{3}-2)$
Risolvere la seguente disequazione $-6x + 2 > 2(x-1)$	Selezionare dal menù F2 il comando **solve**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare $\boxed{\text{(-)}}$6*x+2>2*(x-1),x) ENTER	■ solve(-6·x+2>2·(x-1),x) x<1/2

Esempio 8

Trovare gli zeri del seguente polinomio $x^2 - 7x + 1$	Selezionare dal menù F2 il comando **zeros**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare x^2-7*x+1,x) ENTER	■ zeros(x^2-7·x+1,x) $\left\{\frac{-(3\cdot\sqrt{5}-7)}{2} \quad \frac{3\cdot\sqrt{5}+7}{2}\right\}$
Trovare gli zeri del seguente polinomio $x^2 - 8x + 2 - 9(x+1)$	Selezionare dal menù F2 il comando **zeros**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare x^2-8*x+2-9*(x+1),x) ENTER	■ zeros(x^2-8·x+2-9·(x+1),x) $\left\{\frac{-(\sqrt{317}-17)}{2} \quad \frac{\sqrt{317}+17}{2}\right\}$

Esempio 9

Determinare il $\lim_{x\to 1} f(x)$ con la seguente $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-1}$	Selezionare dal menù F3 il comando **limit**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare (x^2-4)/(x-1),x,1,1) ENTER	■ $\lim_{x\to 1^+}\left(\dfrac{x^2-4}{x-1}\right)$ -∞
	Selezionare dal menù F3 il comando **limit**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare (x^2-4)/(x-1),x,1,(-)1) ENTER	■ $\lim_{x\to 1^-}\left(\dfrac{x^2-4}{x-1}\right)$ ∞
Determinare il $\lim_{x\to 0^\pm} f(x)$ con la seguente $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{se } x\geq 0 \\ x-1 & \text{se } x<0 \end{cases}$	Definire la funzione f(x) Selezionare dal menù F3 il comando **limit**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare **alpha** f(x),x,0,1) ENTER	■ $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ 0
	Selezionare dal menù F3 il comando **limit**(; poi di seguito sulla barra di comando digitare **alpha** f(x),x,0,(-)1)	■ $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ -1

	***Ambiente** Y= **,** GRAPH **e** WINDOW*
Contenuti	Impostare una funzione in Y= Leggere il grafico in GRAPH Modificare le impostazioni grafiche in WINDOW
Tasti	APPS per attivare il menù Applications tasto ◆ F1 per ambiente Y= tasto ◆ F2 per ambiente WINDOW tasto ◆ F3 per ambiente GRAPH
***Ambiente** Y=*	
F1	Gestione
F2	Modalità di visualizzazione del grafico della funzione
F3	Impostazione/modificazione della funzione nella barra di comando
F4	Selezionare/disselezionare le funzioni attive per essere graficate
F5	Seleziona/disseleziona tutte le funzioni
2nd F6	Impostazione della linea/area grafica della funzione
***Ambiente** GRAPH*	
F1	Gestione
F2	Modalità di visualizzazione del grafico della funzione
F3	Il cursore segue il tracciato del grafico
F4	Ridisegna il grafico
F5	Operatori sulla funzione
2nd F6	Impostazione della linea/area grafica della funzione
2nd F7	Strumenti per il disegno
***Ambiente** WINDOW*	
xmin xmax	Estremi della finestra di visualizzazione (asse x).
xscl	Distanza tra i punti sull'asse x.
ymin ymax	Estremi della finestra di visualizzazione (asse y).
yscl	Distanza tra i punti sull'asse y.
xres	Imposta la risoluzione in pixel (da 1 a 10) dei grafici di funzioni. L'impostazione di default è 2. • nell'impostazione 1, le funzioni vengono calcolate e rappresentate graficamente per ogni pixel sull'asse x; • nell'impostazione 10, le funzioni vengono calcolate e rappresentate graficamente per ogni 10 pixel sull'asse x; un valore basso di **xres** migliora la risoluzione del grafico ma può rallentare la velocità di esecuzione.

Esercizio

Utilizzare la calcolatrice per studiare la funzione $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - x - 2}$; come negli esempi precedenti indicare nella prima colonna l'operazione da eseguire, nella seconda colonna il comando da utilizzare, nella terza colonna ciò che viene visualizzato dalla macchina :

Insieme di definizione		
Intersezione asse x		
Intersezione asse y		
Segno		

Lim…		
Lim…		
Lim…		
Lim…		
Lim…		
Lim…		

Riportare le informazioni trovate nel seguente schema :

Insieme di definizione	Intersezioni		Segno $y > 0$	Limiti		Asintoti	
	Asse x	Asse y				orizzontali	verticali

Disegnare il grafico probabile utilizzando i dati dello schema e confrontarlo in seguito con il grafico fornito dalla calcolatrice, modificando eventualmente i parametri della finestra (indicare nella terza colonna).

Grafico probabile

Ambiente GRAPH

Ambiente Y=/WINDOW

SCHEDA STUDENTE 3 : NOZIONE DI SUCCESSIONE

Risolvi i seguenti problemi indicando la formula da utilizzare, la sua rappresentazione sulla calcolatrice ed il risultato:

Problema 1

Determinare il montante per un capitale iniziale di 1.000 euro, dopo 6 anni con un tasso di interesse pari al 14%.

Questo esercizio lo potrei risolvere con carta e penna o con la calcolatrice tascabile?____________

Ho bisogno di ____

Problema 2

Determinare il capitale che si deve impiegare oggi all'interesse composto del 5% annuo per poter ritirare fra 7 anni una somma complessiva di 3.000 euro , fra capitale ed interessi cumulati.

Questo esercizio lo potrei risolvere con carta e penna o con la calcolatrice tascabile?____________

Ho bisogno di ____

Problema 3

Determinare il tasso annuo d'interesse composto in base al quale un capitale di 2.000 euro produce in 10 anni un montante di 5.940 euro.

Questo esercizio lo potrei risolvere con carta e penna o con la calcolatrice

tascabile?______________

Ho bisogno di ____

Problema 4

Determinare quanto tempo occorre al tasso di interesse composto del 12% annuo perché un capitale iniziale di 1.000 euro formi un montante di 2.000 euro .

Questo esercizio lo potrei risolvere con carta e penna o con la calcolatrice tascabile?____________

Ho bisogno di ____

SCHEDA STUDENTE 4 : LE SUCCESSIONI

Definizione di successione

Si chiama successione una funzione il cui insieme di definizione è N, oppure un suo sottoinsieme.

$n \to f(n)$ con $n \in N$

Notazione
a_0 termine della serie per $n = 0$, a1 termine della serie per $n = 1$, a_2 termine della serie per $n = 2$,....
a_n termine generale della serie

Esempio: $n \to 2n+1$, $a_0 = 1$ $a_1 = 3$ $a_2 = 5$ ... $a_n = 2n+1$

Esercizio 1. Scrivere i primi 10 termini della successione il cui termine generale è $a_n = n + n^2$.

Esercizio 2. Data la successione $a_0 = 2$ $a_1 = 5$ $a_2 = 8$ $a_3 = 11$ ..., individuarne il termine generico a_n .

Definizione di una successione in HOME

Da CATALOG selezionare il comando **seq(**
Sintassi **seq(*termine generale, var, da, a, passo*)**

Esercizio3. Rappresentare la successione $a_n = n + n^2$. Dopo aver digitato il comando sulla riga premere ENTER per far apparire una lista di valori che si può scorrere spostando il cursore.

Disegnare il grafico di un successione

Con $\boxed{\text{APPS}}$ e $\boxed{6}$ (Data/Matrix Editor) creare una nuova (**New**) tabella di dati, cioè un foglio elettronico.

Type	**Data**	tipo di foglio (Data,Matrix,List)
Folder	**main**	seleziona cartella
Variable	**succ1**	definiamo il nome della lista)

ENTER e ENTER

Ogni colonna ha un nome e così ogni riga. Si può digitare direttamente il testo nelle celle oppure impostare con un formula le singole colonne.

Esempio. Impostare la tabella per creare la rappresentazione grafica della successione $a_n = 2n+1$.
Posizionarsi con il cursore sulla cella `c1` e digitare **seq(x,x,0,9,1)** e Enter ⇒ Valori di n
Posizionarsi con il cursore sulla cella `c2` e digitare **`2*c1+1`** e Enter ⇒ Valori di a_n
Per impostare il grafico `Plot digitare` $\boxed{\text{F2}}$`Plot Setup` e $\boxed{\text{F1}}$`Define`

Plot Type	**Scatter**	imposta il typo di grafico
Mark	**Dot**	imposta il simbolo per identificare i punti del grafico
X	**c1**	quali valori considerare in ascissa
Y	**c2**	quali valori considerare in ordinata
ENTER		è impostato e selezionato il plot sul quale eravamo posizionati
ENTER		per confermare

♦$\boxed{\text{F3}}$ per visualizzare il grafico. Cambiare se necessario l'impostazione dei parametri.

Qual è il comportamento della successione in tabella? ______________________________________

E nel grafico?____

Caratteristiche generali delle successioni

Un successione a_n, $n \in$N si definisce:

	convergente	***divergente***	**irregolare**
se	$\lim_{n \to +\infty} a_n = k \quad k \in$ R	$\lim_{n \to +\infty} a_n = -\infty$ o $\lim_{n \to +\infty} a_n = +\infty$	nessuno dei precedenti

Esempio. Nel caso della successione precedente $a_n=2n+1$, si ha che $\lim_{n \to +\infty} (2n+1) = +\infty$, quindi possiamo affermare che la successione è divergente.

Esercizi per casa.

1. Scrivi i primi 10 termini delle successioni generate dalla seguente funzione di dominio N:
   $a_n = 2n+3$; $a_n = \frac{1}{n}$; $a_n = \frac{n}{n+1}$; $a_n = (-1)^n \frac{1}{2n}$; $a_n = \frac{n^2}{n-1}$; $a_n = 1 + \frac{1}{10^n}$

2. Individua una possibile funzione di dominio N (o N_0) che generi le seguenti successioni e scrivi, in funzione di *n,* l'espressione del generico termine a_n :
   $0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots$; $1, -3, 9, -27, \ldots$; $1, 4, 27, 256, \ldots$; -1,0,3,8,15,…; -1,1,-1,1,-1,……

3. Stabilisci quali delle successioni degli esercizi precedenti sono convergenti, divergenti, o irregolari, nel caso in cui sia convergente calcola il valore del limite a cui tende.

4. Utilizza la TI-89 per rappresentare la successione sia in forma sequenziale (ambiente Home) che tabulare(ambiente Data/Matrix). Fornisci inoltre la rappresentazione grafica e dall'andamento verificane il limite.

SCHEDA STUDENTE 5 : CRESCITE ESPONENZIALI

Cognome e Nome______________________________

Esercizio A : Creare una variabile con `Data/Matrix Editor` **in** `main` **col nome** `datan`**, contiene le successioni esponenziali con n∈N**

colonne	**c1**	**c2**	**c3**	**c4**	**c5**	**c6**	**c7**	**c8**	**c9**	**c10**	**c11**	**c12**	**c13**	**c14**	**c15**
Termine generale	n	$(1/2)^n$	$(1/3)^n$	$(1/4)^n$	1^n	2^n	3^n	4^n	$(-1)^n$	$(-1/2)^n$	$(-1/3)^n$	$(-1/4)^n$	$(-2)^n$	$(-3)^n$	$(-4)^n$
Nome del grafico		Plot2	Plot3	Plot4	Plot5	Plot6	Plot7	Plot8	Plot9	Plot10	Plot11	Plot12	Plot13	Plot14	Plot15
base		**0 < a < 1**			**a = 1**	**a > 1**			**a = -1**	**-1 < a < 0**			**a < -1**		
Proprietà della successione	seq(	❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$				❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$				❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$			❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$		
Caratteristiche delle successioni e Oosservazioni		____________ ____________ ____________ ____________ ____________													

In ambiente `Y=` **salvare i grafici in** `main` **con nome** `succn`

Esercizio B : Creare una variabile in `Data/Matrix Editor` **in** `main` **col nome** `dataz`**, contiene le successioni esponenziali con n∈Z**

colonne	**c1**	**c2**	**c3**	**c4**	**c5**	**c6**	**c7**	**c8**	**c9**	**c10**	**c11**	**c12**	**c13**	**c14**	**c15**
Termine generale	n	$(1/2)^n$	$(1/3)^n$	$(1/4)^n$	1^n	2^n	3^n	4^n	$(-1)^n$	$(-1/2)^n$	$(-1/3)^n$	$(-1/4)^n$	$(-2)^n$	$(-3)^n$	$(-4)^n$
Nome del grafico	seq(	Plot2	Plot3	Plot4	Plot5	Plot6	Plot7	Plot8	Plot9	Plot10	Plot11	Plot12	Plot13	Plot14	Plot15
base		**$0 < a < 1$**			**$a = 1$**	**$a > 1$**			**$a = -1$**	**$-1 < a < 0$**			**$a < -1$**		
Proprietà della successione		❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$				❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$				❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$			❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare ❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$		
Caratteristiche delle successioni e Osservazioni															

In ambiente `Y=` **salvare i grafici in** `main` **con nome** `succz`

Esercizio C : Creare una variabile in `Data/Matrix Editor` in `main` col nome `dataq`, contiene le successioni esponenziali con n∈Q

<table>
<tr><th>colonne</th><th>c1</th><th>c2</th><th>c3</th><th>c4</th><th>c5</th><th>c6</th><th>c7</th><th>c8</th><th>c9</th><th>c10</th><th>c11</th><th>c12</th><th>c13</th><th>c14</th><th>c15</th></tr>
<tr><td>Termine generale</td><td>n</td><td>$(1/2)^n$</td><td>$(1/3)^n$</td><td>$(1/4)^n$</td><td>1^n</td><td>2^n</td><td>3^n</td><td>4^n</td><td>$(-1)^n$</td><td>$(-1/2)^n$</td><td>$(-1/3)^n$</td><td>$(-1/4)^n$</td><td>$(-2)^n$</td><td>$(-3)^n$</td><td>$(-4)^n$</td></tr>
<tr><td>Nome del grafico</td><td rowspan="3">seq(</td><td>Plot2</td><td>Plot3</td><td>Plot4</td><td>Plot5</td><td>Plot6</td><td>Plot7</td><td>Plot8</td><td>Plot9</td><td>Plot10</td><td>Plot11</td><td>Plot12</td><td>Plot13</td><td>Plot14</td><td>Plot15</td></tr>
<tr><td>base</td><td colspan="3">0 < a < 1</td><td>a = 1</td><td colspan="3">a > 1</td><td>a = -1</td><td colspan="3">-1 < a < 0</td><td colspan="3">a < -1</td></tr>
<tr><td>Proprietà della successione</td><td colspan="3">❑ Crescente
❑ Decrescente
❑ Costante
❑ Convergente
❑ Divergente
❑ Irregolare
❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$</td><td></td><td colspan="3">❑ Crescente
❑ Decrescente
❑ Costante
❑ Convergente
❑ Divergente
❑ Irregolare
❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$</td><td></td><td colspan="3">❑ Crescente
❑ Decrescente
❑ Costante
❑ Convergente
❑ Divergente
❑ Irregolare
❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$</td><td colspan="3">❑ Crescente
❑ Decrescente
❑ Costante
❑ Convergente
❑ Divergente
❑ Irregolare
❑ $\lim_{n\to\infty} a^n =$</td></tr>
<tr><td>Caratteristiche delle successioni

e

Osservazioni</td><td></td><td colspan="14">______________________________
____
____
____
____
______________________________</td></tr>
</table>

In ambiente `Y=` salvare i grafici in `main` con nome `succq`

Esercizio D : Approssimare con due successioni il valore di $2^{\sqrt{2}}$ **(fino a 5 decimali). Creare una variabile in `Data/Matrix Editor` in `main` col nome `datar` tale che le celle siano così compilate. Completare la tabella e commentare**

	c1	c2	c3=2^c1	c4=2^c2	c5
1					=2^√(2)
2					
2					
3					
4					
5					

Nella colonna c1 inserire i valori che approssimano per difetto $\sqrt{2}$

Nella colonna c2 inserire i valori che approssimano per eccesso $\sqrt{2}$

Per calcolare i valori approssimati di $\sqrt{2}$ **,** in HOME puoi creare la successione delle approssimazioni successive e usare la seguente sintassi `seq(round(√(2),n),n,0,5)` – poi `ENTER` restituisce la lista dei valori approssimati

____

____

Esercizio E **: rappresentare su un foglio contemporaneamente tutti i grafici delle successioni e commentare i risultati.**

Esercizio F **:** Calcolare i primi 10 valori della successione $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ **(scegliere anche il numero di cifre decimali). Compila lo schema.**

	C1=	**C2=**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

La funzione è	**Grafico**
❑ Crescente ❑ Decrescente ❑ Costante ❑ Convergente ❑ Divergente ❑ Irregolare	

SCHEDA STUDENTE 6 : LE FUNZIONI ESPONENZIALE E LOGARITMICA

Cognome e Nome ________________________________

Esercitazione1

Tracciare il grafico delle seguenti funzioni esponenziali $y = 2^x$; $y = e^x$; $y = 10^x$ e determinare in modo approssimato i valori di y per alcuni valori di x.

Dopo aver impostato le funzioni in Y= (♦F1), selezioniamo la prima: $y = 2^x$ e la rappresentiamo in ambiente GRAPH (♦F3). Si modifichi eventualmente la finestra grafica in ambiente WINDOW (♦F2). Selezionando la funzione F3 Trace, il cursore di tracciamento si sposta sulla funzione visualizzando le coordinate dei punti del grafico. Inserendo un'ascissa, automaticamente viene visualizzata l'ordinata. Registriamo tali valori nella tabella qui sotto. (Assicurarsi che in Y= sia selezionato solo il grafico che ci interessa).

	GRAPH		
x	$y = 2^x$	$y = e^x$	$y = 10^x$
-3/2			
-1			
0			
1			
√2			

Selezioniamo ora le tre funzioni esponenziali in ambiente Y= per calcolare tali valori con l'ambiente TABLE(♦F5). Entrati in TABLE impostiamo il Setup con la funzione F2: selezioniamo `indipendent=ASK, ENTER`. Con `ENTER` torniamo in TABLE e digitiamo il valore di x che ci interessa, nella colonna a fianco compariranno i valori di y corrispondenti alle tre funzioni . Confrontiamo con la tabella precedentemente compilata.

Osservazioni____

____

Esercitazione 2

Vogliamo ora , tramite l'ambiente grafico, leggere la corrispondenza, *nei due sensi:*

- Dato il valore x, individuare il corrispondente valore y,
- Dato il valore y, individuare il valore x a cui corrisponde.

Utilizzando la rappresentazione della sola funzione $y= 2^x$ rispondi alle seguenti domande e riporta nella tabella sia il dato in entrata (che dovrai sottolineare) che quello in uscita:

a) Qual è il valore corrispondente a $x = 3$?
b) Qual è un valore approssimato per $\sqrt{2^3}$?
c) Qual è un valore approssimato per $2^{\frac{3}{4}}$?
d) Se $2^x = 16$, qual è il valore di x ?
e) Se $2^x = 7$, qual è il valore di x ?
f) A quale esponente occorre elevare 2 per avere 8 ?
g) A quale esponente occorre elevare 2 per avere 10 ?

	x	y
a)		
b)		
c)		
d)		
e)		
f)		
g)		

FUNZIONE LOGARITMICA

Entriamo in Data/Matrix Editor `APPS`→`6`→`new`→`log2`

Esercitazione 3

Ricostruiamo la tabella in cui in c1 inseriamo la sequenza di valori da –2.5 a 2.5 con passo 0.5 e in c2 i corrispondenti valori 2^c1.Impostiamo il plot1 con `MARK`→`BOX` mettendo in ascisse c1 e in ordinate c2. Impostiamo poi il plot2 con `MARK`→`CROSS` e invertiamo le colonne, mettendo in *x* `c2` e in *y* `c1`. Seleziona solo queste due rappresentazioni grafiche e riporta nel riquadro la situazione grafica:

C'è qualche relazione fra i due grafici?

____

_

Qual è la variabile indipendente in plot2? __________

Qual è la variabile dipendente in plot2? ____________

Questa relazione inversa rappresentata da plot2 la puoi esprimere a parole?

____

Ora per spostarci nel continuo, selezioniamo anche la funzione y=2^x in ambiente Y= e rivediamo le rappresentazioni grafiche. Cosa è successo?

____

Utilizziamo ora il comando DRAWINV in F6 ambiente GRAPH che consente di rappresentare graficamente la relazione inversa di una funzione data, che nel nostro caso è y=2^x. La sintassi richiede che venga indicata la funzione y*n* (x) corrispondente in ambiente Y=

Cosa è successo?

____

Possiamo affermare che si tratta di una funzione?______________________________________

Se nella funzione esponenziale l'insieme di esistenza è $\mathbf{R}_0^+$ e l'insieme dell'immagine è **R**, allora nella nuova funzione l'insieme di esistenza è _______ e l'insieme dell'immagine è ________

Questa nuova funzione $\boxed{y = \log_a x}$ **: consente di determinare l'esponente y che bisogna dare alla base *a* per ottenere *x*.**

Per poter rappresentare ogni funzione logaritmica in ambiente Y= è necessario utilizzare la seguente conversione di base : $y=\dfrac{\ln(x)}{\ln(a)}$

PER CASA

Esercizio 1
Ripeti l'esercitazione 3 in Data/Matrix considerando come funzione esponenziale y = e^x e salvalo in un file di nome log-e , e analogamente con la funzone y = 10^x salvandolo in un nuovo file log10.

Esercizio 2
Traccia il grafico delle seguenti funzioni esponenziali. Confronta ogni singola funzione con quella di "partenza" $y = e^x$. (Impostare in Y= con ♦F6 Style il simbolo grafico della funzione y1 con Thick, le altre da default).

	Osservazioni : insieme di definizione, intersezione assi, segno, limiti, crescenza e decrescenza
$y = e^{(x+1)}$	
$y = e^{(x-1)}$	
$y = e^{(2x)}$	
$y = 2e^x$	
$y = (1/2)e^x$	
$y = e^x - 1$	
$y = e^x + 1$	

Esercizio 3

Traccia il grafico delle seguenti funzioni logaritmiche:

$y = \log(x+1)$
$y = \log(x-1)$
$y = \log(2x)$
$y = 2\log x$
$y = (1/2)\log x$
$y = \log x - 1$
$y = \log x + 1$.

Confronta ogni singola funzione con quella "di partenza" $y = \log x$. (Impostare in Y= con ♦F6 Style il simbolo grafico della funzione y1 "di partenza" con Thick, le altre da default). Compila una scheda simile a quella dell'Esercitazione 3 .

VERIFICA SULLE FUNZIONI ESPONENZIALE E LOGARITMICA

Cognome______________________________Data______________Classe__________

Utilizza la calcolatrice TI-89 per svolgere i seguenti esercizi, indicando l'ambiente di calcolo **in cui hai operato e riportando i grafici richiesti.**

1) Rappresenta i grafici delle seguenti successioni esponenziali dopo averne determinato mediante tabella , un congruo numero di punti:

$n \rightarrow a^n$ $\quad n \in \mathbb{N}$, $\quad a = 2 \quad$ e $\quad a = -\frac{1}{3}$

Per ciascuna successione, se esiste in R, stabilisci:

Cresc ☐ Decresc ☐ Cost ☐	Conver ☐ Diverg ☐ Irregol ☐	$\lim_{n\to\infty} 2^n =$

Cresc ☐ Decresc ☐ Cost ☐	Conver ☐ Diverg ☐ Irregol ☐	$\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{1}{3}\right)^n =$

2) Rappresenta i grafici delle seguenti funzioni esponenziali dopo averne determinato mediante tabella , un congruo numero di punti:

$q \rightarrow a^q$ $\quad q \in \mathbb{Q}$, $\quad a = \frac{1}{2} \quad$ e $\quad a = -3$

Per ciascuna successione, se esiste in R, stabilisci:

Cresc ☐ Decresc ☐ Cost ☐	Conver ☐ Diverg ☐ Irregol ☐	$\lim_{q\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^q =$

Cresc ☐ Decresc ☐ Cost ☐	Conver ☐ Diverg ☐ Irregol ☐	$\lim_{q\to\infty}(-3)^q =$

3) Rappresenta nello stesso piano cartesiano, ma con simboli differenti, le funzioni $y = 4^x$ e $y = \log_4 x$.

Quale relazione noti fra i due grafici ? ……………………………………………………

Cosa puoi dire sulle due funzioni?…………………………………………………………

Determina le soluzioni delle seguenti equazioni e commentane i risultati.

$\log_4 x = \frac{1}{2}$ x = ………..	$4^{\frac{1}{2}} = x$ x = ………..

4) Dalla lettura del grafico della funzione esponenziale $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, determina :

insieme di definizione, immagine, intersezioni con gli assi, intervalli di positività e negatività, intervalli di crescenza e decrescenza, limiti indicati:

D	I	$\cap$x	$\cap$y	y > 0	y < 0	y↑	y↓	$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^x =$	$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^x =$	$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}\right)^x =$

Utilizza inoltre il grafico per determinare le *eventuali* soluzioni delle seguenti equazioni:

A) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4$ x =…………………	B) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = -2$ x =…………………
C) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 1$ x =…………………	D) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 5$ x =…………………
E) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$ x =…………………	F) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{3}$ x =…………………

G) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ y =…………..	H) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}}$ y =…………..	I) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$ y =…………..

5) Dopo aver rappresentato la funzione logaritmica $y = \log_3 x$, determina :
insieme di definizione, immagine, intersezioni con gli assi, intervalli di positività e negatività, intervalli di crescenza e decrescenza, limiti indicati:

D	I	$\cap$x	$\cap$y	y > 0	y < 0	y↑	y↓	$\lim_{x\to+\infty} \log_3 x =$	$\lim_{x\to-\infty} \log_3 x =$	$\lim_{x\to 0} \log_3 x =$

Utilizza inoltre il grafico per determinare le *eventuali* soluzioni delle seguenti equazioni :

A) $\log_3 x = 0$ x =…………………	B) $\log_3 x = 5$ x =…………………
C) $\log_3 x = 1$ x =…………………	D) $\log_3 x = \frac{1}{2}$ x =…………………
E) $\log_3 x = -3$ x =…………………	F) $\log_3 x = \frac{1}{3}$ x =…………………

G) $y = \log_3 10$ y =……	H) $y = \log_3 81$ y =………	I) $y = \log_3 \frac{1}{2}$ y =…….

SCHEDA DOCENTE 1-2 : INTRODUZIONE ALLA TI-89

Le prime attività svolte con gli studenti sono state esercitazioni sulla calcolatrice per prendere confidenza con il suo sapere matematico ed il suo linguaggio, e per abituarsi a gestire gli ambienti numerici , simbolici e grafici. Questo è stato fatto attraverso esercizi sullo studio di funzione, in base al le conoscenze che gli studenti possedevano prima dell'avvio di questa unità didattica.
Come mostrano le schede 1 e 2 studente, la prima attività è stata quella di guardare la calcolatrice e svolgere semplici esercizi algebrici con il calcolo simbolico: particolare attenzione va data al significato dei tasti della calcolatrice $\boxed{(-)}$ meno unario e $\boxed{-}$meno binario e del corretto impiego delle parentesi; nell'ultimo esercizio, svolto insieme, invece si trattava di scegliere la strategia e quindi i comandi giusti per studiare la funzione indicata.
A casa sono stati dati esercizi diversi presi dal libro di testo.
Per quanto riguarda l'impatto della calcolatrice sullo studio di funzione sono emersi alcuni risultati interessanti inerenti la relazione dei concetti di dominio e di limite con la sintassi dei comandi della calcolatrice.
Si era precisato ai ragazzi di indicare sul foglio tutto ciò che digitavano sulla calcolatrice e i risultati, anche se erano errati. Questo ha consentito di evindenziare gli errori più frequenti.
E' emerso che non sempre è chiaro il significato di limite sinistro e di limite destro. (La sintassi è la seguente: limit(funzione,variabile,pto accumulazione,[direzione]), per la direzione occorre specificare se da sinistra con il simbolo -1(meno unario), se da destra con 1).
Nello studio della seguente funzione $y = \dfrac{x^2}{x^2-4}$, omettendo di segnalare alla calcolatrice la direzione, se da destra o da sinistra; la calcolatrice risponde undef, cioè non è in grado di stabilire il limite.
Sono stati utilizzati più modi per dichiarare le funzioni, cioè sia il comando "Define" che il tasto $\boxed{\text{STO}\blacktriangleright}$.
Un'altra considerazione va fatta sull'interazione con la calcolatrice: spesso i ragazzi si affidano esclusivamente alla macchina è la calcolatrice che da il risultato, io non devo fare altro che digitare delle "formule. Taluni risultati dovrebbero funzionare come un controllo, non è così, va bene ciò che la calcolatrice restituisce.
Non tutti gli studenti hanno svolto gli esercizi, e anche tra questi non tutti hanno utilizzato la calcolatrice. La scusa che hanno portato è stata: "non ci ricordavamo più i comandi". Ma allora le schede con esercizi guidati a cosa servono? Più di una volta sono stati ripresi per questo atteggiamento.
Comunque la seconda attività, quella riguardante l'ambiente grafico, li ha coinvolti maggiormente. Molto probabilmente è da attribuire al fatto che fare il grafico, per lo studente non è un aiuto a visualizzare per capire meglio e controllare la coerenza di quanto trovato con lo studio analitico, ma è un altro compito che va fatto. In questo caso lo fa la calcolatrice: c'è meno da fare!
Uno dei problemi nel rappresentare graficamente le funzioni con un software è che le impostazioni dello schermo sono standard, se occorre è possibile, anzi necessario, modificarle tenendo conto del tipo di funzione. In più nella calcolatrice si aggiungono anche le dimensioni ridotte. E' stato pertanto dedicato diverso tempo per fornire il grafico sia con funzioni di zoom dell'ambiente grafico Y=, che con l'impostazione manuale dell'ambiente dedicato WINDOW. È importante far vedere come la funzione tracciata con "carta e penna" in modo approssimativo, e quella della calcolatrice, pure questa approssimativa ma più accurata e precisa, corrispondano nel comportamento generale.

SCHEDA DOCENTE 3-4 : LE SUCCESSIONI

L'introduzione al concetto di successione e di equazioni non algebriche è stato fatto in modo intuitivo, tramite la nozione di montante in regime di capitalizzazione composta che i ragazzi già utilizzano in altre materie . Si è partiti dal digitare sul view-screen l'espressione $M = C(1+i)^n$ per chiedere che cosa rappresenta : prima di giungere alla risposta hanno impiegato un po' di tempo, in quanto in economia utilizzano la scrittura $M = Cq^n$. Una volta riconosciuto l'oggetto lo hanno identificato come "formula". Sono stati attribuiti valori economicamente significativi a C e q assunti come parametri facendo variare n prima in N e poi in Q, per arrivare all'espressione *funzionale* della formula.
La discussione si è poi sviluppata su come ricavare le formule inverse assumendo di volta in volta C, q ed n come incognita l'una e come parametri le altre .
Si sono pertanto posti quattro problemi (scheda studente 3) in cui l'incognita variava.
Per il problema 1 hanno semplicemente digitato sulla calcolatrice M= 1000*(1+0.14)^6, e alle domande sulla scheda hanno risposto come ci si attendeva: *sì, mi bastano gli strumenti che ho già a disposizione*.
Per i problemi 2 e 3 si sono ricavate, prima le formule inverse con i metodi algebrici a loro noti, e poi si è proceduto con i calcoli sulla macchina come per i l precedente.
Si sono presentate invece difficoltà per la risoluzione del quarto problema in cui n era l'incognita : solo l'uso delle tavole di economia avrebbe consentito loro di risolvere il problema. E' stato così suggerito di utilizzare la calcolatrice simbolica applicando lo stesso metodo usato per la risoluzione di equazioni algebriche : con il comando *solve(2000=1000*(1+0.12)^n,n)*.

Una volta fornita la definizione di successione e di termine generale a_n, si sono proposti gli Esercizi 1 e 2 della scheda studente 4 per passare dalla legge espressa dal termine generico alla sequenza e viceversa, utilizzando il linguaggio naturale e simbolico per formalizzare il legame funzionale. Quindi si è passati alle rappresentazioni sulla macchina.
Con il comando *seq(termine generale, var, da, a, passo),* abbiamo delegato alla calcolatrice il computo della successione sia nell'ambiente Home per il calcolo simbolico sia nell'ambiente Data/Matrix per la creazione di tabelle di valori.
Un po' più complicato è stato impostare il grafico della successione da quest'ultimo ambiente, perchè occorreva definire una variabile dipendente e una indipendente. Si è ritrovato in questo caso il linguaggio relativo alle funzioni.
Una volta rappresentata la successione, ne abbiamo studiato il comportamento.
Visto che gli studenti conoscevano già la definizione di limite si è applicato l'operatore anche a tali successioni. Si è cercato di evidenziare il collegamento esistente tra i valori tabulati, la rappresentazione grafica e il calcolo algebrico per far rilevare che in tutti i casi, anche se nelle ultime due in maniera più diretta, si evincono le stesse conclusioni sul comportamento al crescere di n.
Sono stati proposti esercizi a casa ma purtroppo non tutti hanno fatto buon uso della TI-89. Gli alunni che si sono applicati non hanno commesso errori troppo "gravi". Comunque una cosa si può rilevare: nel determinare i primi 10 termini della successione di cui è assegnato il termine generico $\frac{1}{n}$ qualcuno ha comunque considerato n=0 e, nonostante la macchina avesse scritto *undef* .

SCHEDA DOCENTE 5 : CRESCITE ESPONENZIALI

Il passo successivo è stato quello di costruire ed analizzare la successione di potenze $a_n = a^n$.
Si considera di nuovo il problema della capitalizzazione composta e si analizza il fatto che, essendo il tempo la variabile, sarebbe opportuno avere un insieme di definizione continuo, cercando di ampliare gradualmente N.
Per questo sono stati forniti agli studenti quattro esercizi (A,B,C,D) in cui si richiede di completare i fogli assegnati utilizzando esclusivamente la TI-89 (scheda 5). L'attività viene iniziata in classe considerando per ogni esercizio almeno 4 casi : una successione con base positiva (>1 e <1) e base negativa (>-1 o <-1). I restanti casi dovevano essere sviluppati a casa. Nei primi due casi trattandosi di successioni di potenza ad esponente naturale (Esercizio A) o intero (Esercizio B) il lavoro si è svolto senza grosse "sorprese", passando però alle successioni ad esponente razionale (Esercizio C) quando la base è negativa la calcolatrice restituisce errore; vengono raccolte le soluzioni proposte e viene fornita quella corretta: la base dev'essere positiva. Per arrivare all'esponente reale si propone agli studenti di approssimare per difetto e per eccesso il valore di $2^{\sqrt{2}}$ e di analizzare il risultato. Viene data la definizione di funzione esponenziale e si analizzano le sue proprietà attraverso la rappresentazione grafica e gli strumenti dell'analisi posseduti dagli studenti.

Si chiede inoltre di analizzare per casa la successione $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ per introdurre il numero e .

L'attività svolta con la calcolatrice sulla scheda 5 è stata soddisfacente, gli studenti hanno capito come gestire le esercitazioni e hanno compilato in modo corretto e significativo le schede relative identificando le proprietà delle successioni e delle funzioni da rappresentare con i vari registri algebrico, tabellare e grafico. Le conclusioni a cui sono arrivati, sono quelle elencate di seguito:

- il comportamento di una successione irregolare è quasi sempre incompatibile con tutti gli altri, non è così invece per crescente/decrescente e convergente/divergente;
- per una successione esponenziale, quindi una funzione con dominio in N, la successione è sempre definita a patto che la base sia un numero reale diverso da 0;
- così anche se il dominio è Z, non si parla più di successione ma di funzione;
- se il dominio è Q siamo costretti a fare altre restrizioni sulla natura della base: la calcolatrice restituisce "non-real result" o "risultato non reale", e non permette di continuare con l'esercitazione fino a quando non si cambia l'impostazione, cioè si evita di considerare una base negativa, fermo restando che deve essere diversa da zero;
- considerando infine l'esponente irrazionale, attraverso la definizione di un numero reale con le "classi contigue", si può definire la funzione esponenziale di dominio R.

SCHEDA DOCENTE 6 : FUNZIONE ESPONENZIALE E LOGARITMICA

L'attività di questa scheda è finalizzata all'introduzione della funzione logaritmica come funzione inversa utilizzando la TI-89.
Avendo definito la funzione esponenziale , si sono prima analizzate le proprietà della funzione attraverso la sua rappresentazione grafica e gli strumenti dell'analisi (Esercitazione 1), si è poi posta l'attenzione sul dato in entrata o in uscita di un problema, sottolineando nell'aspetto funzionale la differenza fra variabile dipendente ed indipendente. Questo per introdurre la funzione logaritmica come funzione inversa dell'esponenziale(Esercitazione 3).
L'attività di questa scheda non ha posto agli studenti problemi particolari, se non, per alcuni, nel gestire la calcolatrice. I contenuti sono stati capiti abbastanza in fretta.
Uno dei problemi delle calcolatrici, è che non calcolano i logaritmi di base qualunque. Per fare ciò è stato necessario ricorrere al cambiamento di base in *e* oppure in 10.
Gli studenti che hanno utilizzato la calcolatrice per fare gli esercizi a casa hanno mostrato una certa sicurezza nello studiare le funzioni assegnate per casa, facendo anche delle osservazioni appropriate, mentre per gli altri studenti, le difficoltà non sono state tanto a livello di contenuti quanto nel gestire la calcolatrice per lo scarso utilizzo a casa..
Qualche studente non ha capito come identificare l'argomento del logaritmo. L'ostacolo si è manifestato quando hanno dovuto scrivere le funzione sulla calcolatrice: non avevano chiara la differenza tra la scrittura $y = \log(x+1)$ e $y = \log x+1$.
L'esercitazione 2 svolta in classe è stata anche l'occasione per risolvere semplici equazioni con l'aiuto del grafico della funzione. Attraverso un comando si può infatti immettere direttamente dall'ambiente grafico il valore di x, e viene restituito y e il cursore si posiziona proprio su quel punto della curva. Se invece vogliamo determinare x dato y possiamo scorrere il grafico fino a fermarci il più vicino possibile al valore di y cercato. L'esercitazione è stata compiuta con l'equazione esponenziale e poi successivamente con la logaritmica, i comandi erano esattamente gli stessi. Anche in questo caso alcuni studenti hanno dimostrato una certa autonomia.

SCHEDA DOCENTE : RISULTATI DELLA VERIFICA

Gli esercizi proposti nella prova scritta hanno ricalcato il percorso sulle successioni: esercizi, il primo e il secondo, sulla rappresentazione e analisi di successioni e di funzioni esponenziali. Si è guardato poi al concetto di logaritmo come funzione inversa e simmetrica dell'esponenziale. Negli esercizi 4 e 5 si sono studiate due funzioni, le stesse sono state utilizzate per risolvere delle semplici equazioni. Questi due esercizi per essere risolti avevano bisogno di un certo grado di autonomia nello scegliere la strategia e i comandi più appropriati per arrivare alla soluzione: calcolo simbolico o soluzione grafica. Si sono inseriti anche esercizi in cui non era necessaria nessuna delle due soluzioni: bastava il ragionamento logico in base alla definizione di esponente (esplicita) e di logaritmo (implicita).

Come già rilevato, le difficoltà maggiori le hanno avute coloro che non sono riusciti ad "impossessarsi" dello strumento e dei suoi comandi. Tra tutti gli esercizi quello che ha mostrato più difficoltà sembra sia stato la risoluzione delle equazioni.

Un errore non da trascurare è stato l'uso non corretto delle parentesi: così la successione $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ da irregolare-convergente è diventata crescente-convergente.

I risultati del compito sono evidenziati nel seguente prospetto:

			Esercizio 1			Esercizio 2			Esercizio 3			Esercizio 4			Esercizio 5			
Lavoro a casa	Lavoro verifica		1° successione	2° successione	Grafici	1° successione	2° successione	Grafici	3A	3B	3C	Studio funzione	Equazioni	Equazioni	Studio funzione	Equazioni	Equazioni	Media per studente su 15 esercizi
8 si	9 si	Corretti	9	2	8	5	4	5	9	8	8	5	9	8	5	4	8	7,46
5 no	4 no	Sbagliati o non fatti	1	7	3	8	9	8	4	3	4	0	1	4	1	3	5	4,69
		Con errore	3	4	2	0	0	0	0	2	1	8	3	1	7	6	0	2,85

media punti	6,32
deviazione standard	3,166

Gli esercizi che sono stati svolti dalla maggior parte degli studenti sono stati gli ultimi due, quelli sulla studio di funzione e sulle equazioni esponenziali e logaritmiche, gli esercizi che sono risultati più complicati sembrano essere quelli sulle successioni e i rispettivi grafici.

La media dei punti ottenuta è comunque molto modesta, ma è grande lo scarto rappresentato dalla deviazione standard.

Questi risultati confermano la situazione della classe: chi lavora lo faceva anche prima, e la situazione per gli altri non è migliorata.

Anche la media per alunno degli esercizi corretti risente di questa condizione di marcata diversità.

NOTE SULLA SPERIMENTAZIONE

A cura di R. Bonarelli

Innanzi tutto vorrei ringraziare Laura Faggioli, una neo-prof molto impegnata didatticamente, alla quale ho proposto di affiancarmi in questa esperienza. Laura ha fornito spunti ed osservazioni interessanti oltre ad un grosso contributo operativo, offrendo alla classe ed a me medesima, più materiali e assistenza durante le attività. La “fortuna” di aver lavorato con Laura mi consente inoltre di poter allegare schede per i docenti relative alle funzioni esponenziale e logaritmica che sono state tratte dalla sua tesi della scuola di specializzazione.

Un elogio anche alla Texas che si è dimostrata ben organizzata, precisa nelle consegne e disponibile: infatti,in un primo tempo, avevo richiesto il materiale dal 6/2/02 all'8/3/02, poi, l'idea di introdurre anche le derivate (aspetto grafico in particolare) con la Ti-89, mi ha fatto pensare di chiedere un posticipo per la restituzione (accolto) avvenuto il 27/3/02.

Ogni ragazzo ha avuto in consegna la calcolatrice per quasi tutto il periodo (esclusa una settimana in cui erano in gita, durante la quale, fra l'altro, è stato”verificato" l'effettivo lavoro presente sulle macchine) .

Per la maggior parte dei ragazzi, quelli che hanno preso seriamente l'attività fin da subito, l’esperienza è stata interessante. E' stato comunque necessario inizialmente "forzare il lavoro a casa", avendo notato in classe una scarsa operatività con la calcolatrice, infatti per alcuni l’attività era stato presa un po' "sottogamba" e, per altri, con difficoltà a gestire anche una calcolatrice scientifica, non era semplice entrare nell'ottica di questo nuovo strumento con più ambienti operativi collegabili fra loro.

Mi sembra comunque di poter dire, anche sulla base dei risultati della verifica (8/13 buoni, 2/13 scarsi, 3/13 insufficienti) che, nel complesso, sono state acquisite da tutti, chi più, chi meno, le competenze di base necessarie per un eventuale approccio autonomo in futuro.

Da un test di gradimento svolto alla fine dell’attività sono emerse alcune osservazioni dei ragazzi:

-alla maggior parte (11/13) il corso è piaciuto in quanto : esperienza nuova, "stimola al lavoro", offre un approccio diverso alla matematica, mezzo per comprendere meglio alcuni argomenti, "velocizza molti passaggi tradizionali", conoscenza di un nuovo strumento di lavoro che alcuni ritengono possa essere loro utile in futuro;

-a chi non è piaciuto(2/13): perchè “non è ritenuto utile per il presente” in un caso, “per il futuro” nell'altro.

Solo in questi due casi non interessa lavorare con la TI-89, negli altri, 6/13 sono disposti ad acquistarla mentre per 5/13 è sufficiente averla a disposizione dalla scuola . Per tutti è stata chiara la richiesta di poterne usufruire per un periodo maggiore in modo da conoscerla meglio.

Una curiosità: la maggior parte delle risposte alla domanda "ti è piaciuto il corso" ha espresso parere positivo o negativo dipendentemente dal possibile utilizzo o meno dello strumento in futuro.

Da una chiaccherata finale con i ragazzi è emersa una difficoltà che hanno incontrato: l’aver messo insieme due argomenti nuovi, l'uso della TI-89 e le funzioni eponenziali e logaritmica : effettivamente, non avendo la maggior parte dei ragazzi dimestichezza con strumenti informatici in generale (preciso che in tale corso sono state poche le possibilità a loro offerte e solo alcuni posseggono un PC), sarebbe stato meglio utilizzare la calcolatrice per riproporre un argomento a loro noto (è sempre il difetto degli insegnanti che vogliono prendere due piccioni con una fava !). Infatti, nonostante le prime lezioni avessero trattato argomenti già noti, come lo studio di funzione, i tempi di acquisizione di una certá operatività, passano attraverso un uso più prolungato della calcolatrice. Stranamente, la maggior parte avrebbe preferito l'introduzione prima dell'argomento come da lezione frontale e poi l'applicazione con lo strumento di calcolo. Mi sembra comunque di aver intuito che molte delle risposte siano dipese dalla confidenza che ciascuno aveva acquisito con la macchina.

Credo inoltre che sia utile fornire ai ragazzi qualche stralcio del manuale, in quanto relativamente semplice nell'esposizione, ricco di esempi e comunque didatticamente utile (almeno in questo caso leggono un testo tecnico).

Un consiglio per le calcoltrici: *resettarle* prima di darle ai ragazzi, in quanto sono a volte comparsi alcuni messaggi di errore che non sempre è stato possibile decifrare(forse per un sovraccarico della memoria o altro) e *configurarle* allo stesso modo (banalmente per la lingua).

Aggiungo che l'esperienza è stata interessante e coinvolgente anche per me, offrendomi un' ottima occasione per conoscere e far conoscere questo grande e piccolo strumento.

BIBLIOGRAFIA

W.Maraschini, M.Palma – Format,Geo la formazione matematica per il triennio vol.I-II – Paravia,Torino,1997 (libro di testo)

Manuale della TI-89 Texas

Dispense del Corso d'aggiornamento " Matematica nella scuola superiore: uso delle calcolatrici grafico-simboliche"

Tesi di Laura Faggioli "Un esperimentodi insegnamento della matematica in una IV classe di un istituto per geometri: utilizzo di una calcolatrice simbolico/grafica per lo studio di funzione"

Libro on-line http://pdf.apogeonline.com/libri/00747/ebook

QUESTIONARIO DI GRADIMENTO SUL CORSO CON LA TI-89

1. Prima del corso, le tue competenze sull'utilizzo di una calcolatrice grafico-simbolica erano:
- ❑ **Nulle**
- ❑ **Scarse**
- ❑ **Sufficienti**
- ❑ **discrete**
- ❑ **buone**

2. In base alle tue precedenti competenze, il lavoro svolto durante il corso ti è stato utile:
- ❑ **Per niente**
- ❑ **Poco**
- ❑ **Abbastanza**
- ❑ **Molto**

3. La durata del corso ti è sembrata:
- ❑ **Insufficiente**
- ❑ **Sufficiente**
- ❑ **Eccessiva**

4. Ritieni sia più utile lavorare:
- ❑ **Se possibile, da solo**
- ❑ **In coppia, sempre con lo stesso compagno**
- ❑ **In coppia , cambiando compagno**
- ❑ **Con un compagno che ha le mie competenze di informatica**
- ❑ **Con un compagno di livello superiore**
- ❑ **Con un compagno di livello inferiore**
- ❑ **Come capita**

5. Che cosa hai imparato di nuovo?

………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

6. Ti è piaciuto?

SI' perché…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

NO perché…………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………

7. Ritieni utile l'utilizzo di tale strumento durante l'attività scolastica?
………………………………

8. Ritieni che possa essere d'aiuto approfondire?

………………………………………………………………………………………………………

9. C'è qualche argomento di informatica non trattato che vorresti affrontare?

……………………………………………………………………………………………………..

10. Hai qualche proposta o consiglio da dare per un eventuale corso da riproporre?

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

RISULTATI DEL QUESTIONARIO

1. **Prima del corso, le tue competenze sull'utilizzo di una calcolatrice grafico-simbolica erano:**
   - Nulle 1
   - Scarse 7
   - Sufficienti 2
   - Discrete 2
   - Buone 1
2. **In base alle tue precedenti competenze, il lavoro svolto durante il corso ti è stato utile:**
   - Per niente 1
   - Poco 2
   - Abbastanza 8
   - Molto 2
3. **La durata del corso ti è sembrata:**
   - Insufficiente 4
   - Sufficiente 8
   - Eccessiva 1
4. **Ritieni sia più utile:**
   - Acquistare la calcolatrice 6
   - Averla a disposizione a scuola 5
   - Avere un prestito dalla Texas 0
   - Non averla 2
5. **L'uso della calcolatrice ha favorito l'apprendimento dei contenuti?**
   - Per niente 0
   - Poco 4
   - Abbastanza 6
   - Molto 2
6. **Ti è piaciuto il corso?**

   SÌ 11

   perché:
   - è stato abbastanza chiaro
   - abbiamo avuto l'opportunità di utilizzare degli strumenti che in futuro potrebbero essere utili
   - è un modo diverso di apprendere la matematica
   - è stato interessante e ci potrà essere utile in futuro
   - mi ha dato l'opportunità di lavorare con un calcolatore che a mio giudizio è molto utile per i grafici, peccato che il tempo sia stato poco
   - può essere utile sapere utilizzare una calcolatrice grafico-simbolica
   - mi è servito a comprendere molti argomenti
   - si trattava di una cosa nuova e allegeriva il programma
   - è stata un'esperienza nuova
   - è utile ed è un'esperienza positiva però bisognerebbe avere più tempo a disposizione
   - mi ha fatto imparare a usare una cosa nuova

   NO 2
7. **Ritieni utile l'utilizzo di tale strumento durante l'attività scolastica?**

   SI 9

   Perché:
   - aiuta ad apprendere molte cose
   - alleggerisce le lezioni facendo comunque acquisire i concetti
   - grazie alle sue tante funzioni è in grado di velocizzare molti passaggi tradizionali
   - essendo una nuova attività stimola al lavoro
   - molto spesso i grafici fatti a mano non sonoprecisi e ci vuole più tempo per farli mentre con la calcolatrice si lavora più velocemente
   - può servire a capire meglio alcuni argomenti e a farli entrare in testa di più
   - facilita la comprensione di alcuni concetti ed argomenti
   - può aiutare a capire
   - è utile però con molti più esercizi e spiegazioni

NO 4

8. Hai qualche proposta o consiglio da dare per un eventuale corso da riproporre?

- dare meno esercizi perché troppi possono confondere le idee;
- prima di dare le calcolatrici agli alunni controllarne il corretto funzionamento;
- questo mi è sembrato ben organizzato e strutturato, bisognerebbe però poter utilizzare le calcolatrici anche nel resto del lavoro da svolgere e non abbandonarle così rapidamente infatti continuando a usare la calcolatrice ... potremmo apprendere di più e meglio;
- sarebbe bene avere le calcolatrici in dotazione per più tempo in modo da scandire meglio il lavoro e renderlo meno frenetico;
- forse insieme alla calcolatrice bisognerebbe dare anche una cassetta audio che permetta ai ragazzi quando si lavora da soli a casa di poter trovare velocemente le istruzioni per l'utilizzo corretto del calcolatore.inoltre ci vorrebbero più fotocopie con la spiegazione dettagliata (graficamente) di come lavorare;
- prima di proporre un corso relativo a questo tipo di calcolatrici, bisognerebbe vedere se i ragazzi sono capaci di usare quelle più semplici;
- non andare di fretta, ma avere la possibilità di imparare ad usarla più correttamente, cioè avere più tempo a disposizione;
- le calcolatrici dovrebbero essere tutte resettate allo stesso modo perché spesso si sono visti risultati diversi.