RETTA E PARABOLA CON LA TI89: DA SOLE, IN FASCIO, AL LIMITE

Rossella Garofani – L.Scientifico "S.D'Arzo" Montecchio(RE) - rossella.garofani@libero.it **Stefania Melley** – L.Scientifico "Maria Luigia" Parma - pamarlat@tin.it

INDICE

Presentazione	 pag. 1
• Scheda studenti N.1 (Studio dei coefficienti	 pag. 4
 dell'equazione di una parabola) Scheda studenti N.2 (Intersezione retta parabola) 	 pag. 6
• Scheda studenti N.3 (Retta e parabola:applicazioni alla fisica)	 pag. 7
• Scheda guidata N.4 (Intersezione parabola con un fascio	 pag. 8
proprio di rette)	
 Scheda studenti N.5 	 pag. 11
(Intersezione parabola con un fascio proprio ed improprio di rette)	
• Scheda guidata N.6 (Retta tangente ad una parabola come posizione limite della retta secante)	 pag.13
• Scheda studenti N.7 (Esercizi da svolgere relativi agli	 pag. 18
argomenti considerati)	
 Verifica sommativa 	 pag. 19
Conclusioni	 pag. 20

Presentazione

La seguente unità didattica tratta delle relazioni tra parabola e retta, mettendo in evidenza il ruolo della retta tangente ad una parabola in un suo punto come posizione limite della retta secante.

Tale ruolo, se ben appreso dagli studenti, eviterà poi, nel prosieguo degli studi, di accomunare il concetto generale di retta tangente ad una curva in un suo punto con quello del discriminante nullo dell' equazione di secondo grado che si *dovrebbe ottenere* mettendo in sistema la curva con la generica retta per il punto.

La calcolatrice grafica costituisce quindi un buon strumento per far apprendere e soprattutto far assimilare agli studenti tale concetto ed inoltre aiuta gli studenti a fare ipotesi e congetture.

Di seguito sono brevemente descritte le fasi di svolgimento di tale unità didattica.

SCUOLA	CLASSE	TITOLO/ARGOMENTO	AUTRICI
L.Scientifico "M.Luigia" Parma	3 P.N.I. (26 alunni)	Retta e parabola: da sole,	Stefania Melley
L.Scientifico "S. D'Arzo" Montecchio (RE)	3 tradizionale (23 alunni)	in fascio e allimite	Rossella Garofani

• Collocazione temporale Marzo-aprile

- Prerequisiti
- Obiettivi

- retta;parabola; sistemi algebrici di secondo grado
 - a) conoscere e utilizzare gli ambienti Home, Y=Editor,Window,Graph,Table della TI-89/92;
 - b) saper individuare il significato dei coefficienti dell'equazione di una parabola;
 - c) saper determinare graficamente e analiticamente la posizione reciproca di retta e parabola nel piano;
 - d) saper discutere graficamente l'intersezione di un fascio di rette (proprio e improprio) con una parabola assegnata;
 - e) saper individuare la retta tangente ad una parabola come posizione limite della secante;
 - f) saper applicare il modello matematico a problemi di cinematica.
 - g) usare la TI-89 per verificare congetture
 - a) Uso del view-screen per l'esposizione di concetti fondamentali
 - b) uso della calcolatrice per ogni alunno
 - c) scoperta guidata di proprietà con discussioni sulle difficoltà incontrate
- Tempo di attuazione
- Bibliografia

Metodologia

- 18 ore circa
- M. Impedovo, *Matematica:insegnamento e computer algebra*, Ed.Sprinter-Verlag Italia, Milano 1999
- Quaderni n. 44 del Ministero della Pubblica Istruzione, *Progetto* Lab-Class, Giugno 2001
- Barozzi-Cappuccio, *Le calcolatrici grafiche nell'insegnamento della matematica*, Pitagora Editrice, Bologna 1997
- http:// zebu.uoregon.edu/

http://www.cartesionline.it/

DESCRIZIONE DELLE ATTIVITA'

FASI	TEMPI E	MODALITA'DI	CONTENUTI	ATTIVITA'	
	METODI	UTILIZZO			
		DELLA TI-89/92			
1°	4h lezione guidata	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz-	Conoscenza calcolatrice	L'insegnante mostra le caratteristiche dei	
		zi seguono le Istru- zioni dell'insegnan-	11-89/92	vari amolenu	
		viewscreen			
2°	1h	una calcolatrice per	Significato dei cef-	Vengono proposti	
	lavoro di gruppo	ogni alunno:attività	ficienti dell'equa-	quesiti da risolvere	
	(scheda 1)	di ricerca	zione di una para-	con uno studio gra-	
	(gruppi di 4 alunni)		bola	fico .	
				I ragazzi propongo-	
	1h	i gruppi presentano		no le loro soluzioni	
	intergruppo e	le loro soluzioni uti-		che vengono discus-	
	sistematizzazione	lizzando calcolatrice		se dall'intera classe	
		e viewscreen e l'in-		fino alla successiva	
		segnante guida la si-		sistematizzazione.	
		stematizzazione			
3°	2h	una calcolatrice per	Posizione reciproca	Vengono proposti	
	lavoro di gruppo	ogni alunno:attività di retta e parabola		quesiti da risolvere	
	(scheda 2)	di ricerca	nel piano	sia con uno studio	
	(gruppi di 4 alunni)			grafico che analiti-	
	lh	1 grupp1 presentano		CO.	
	intergruppo e	le loro soluzioni uti-		I ragazzi propongo-	
	sistematizzazione	lizzando calcolatrice		no le loro soluzioni	
		e viewscreen e l'in-		che vengono discus-	
		segnante guida la si-		se dall'intera classe	
		stematizzazione		fino alla successiva	
40	11	1 1	A 1' ' 1 1	sistematizzazione.	
4°	lh	una calcolatrice per	Applicazione del	Si assegnano due	
	esercitazione	ogni alunno	modello matematico	problemi di cinema-	
	scheda 3		alla cinematica	tica la cui risoluzio-	
	(problema1-2)			ne utilizza il model-	
				lo visto	

	2h	una calcolatrice per	Intersezione di un	L'insegnante mostra
5°	lezione guidata	ogni alunno: i ragaz-	fascio di rette (pro-	lo studio dell'inter-
	(scheda 4)	zi seguono le istru-	prio e improprio)	sezione tra parabola
		zioni dell'insegnan-	con una parabola	e un fascio proprio
		te che usa il	assegnata	di rette di centro un
		viewscreen		punto esterno alla
	1h			conica.
	lavoro di gruppo	i gruppi individuano		
	(scheda 5)	e presentano le loro		Viene proposta una
	(gruppi di 4 alunni)	soluzioni utilizzan-		scheda –guida allo
	1h	do calcolatrice e		studio dei casi rima-
	intergruppo e	viewscreen e		nenti (centro sulla
	sistematizzazione	l'insegnante guida la		parabola, interno ad
		sistematizzazione		essa; fascio impro-
				prio)
				Sistematizzazione
				finale
6°	1h	una calcolatrice per	Retta tangente in un	L'insegnante mo-
6°	1h lezione guidata	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz-	Retta tangente in un punto della parabola	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando
6°	1h lezione guidata (scheda 6)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru-	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li-	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data
6°	1h lezione guidata (scheda 6)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan-	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se-	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che
6°	1h lezione guidata (scheda 6)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come
6°	1h lezione guidata (scheda 6)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se-
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan-
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P.
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo (gruppi di due	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo (gruppi di due alunni)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una scheda guidata alla
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo (gruppi di due alunni)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una scheda guidata alla determinazione del-
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo (gruppi di due alunni)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una scheda guidata alla determinazione del- la tangente in un
6°	1h lezione guidata (scheda 6) 2h (scheda 7) lavoro di gruppo (gruppi di due alunni)	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una scheda guidata alla determinazione del- la tangente in un punto assegnato.
6° 7°	1hlezione guidata (scheda 6)2h (scheda 7)lavoro di gruppo (gruppi di due alunni)1h	una calcolatrice per ogni alunno: i ragaz- zi seguono le istru- zioni dell'insegnan- te che usa il viewscreen i ragazzi risolvono autonomamente i quesiti proposti una calcolatrice per	Retta tangente in un punto della parabola come posizione li- mite della retta se- cante	L'insegnante mo- stra, sia utilizzando l'ambiente Data Matrix Editor che quello Graph, come a partire da una se- cante PQ si possa ottenere la retta tan- gente in P. Viene proposta una scheda guidata alla determinazione del- la tangente in un punto assegnato.

DATA.....

GRUPPO DI LAVORO.....

SCHEDA STUDENTI N. 1

STUDIO DEI COEFFICIENTI DELL'EQUAZIONE DI UNA PARABOLA

Rappresentare graficamente le seguenti parabole:

$I) y = \frac{1}{3}x^2$	7) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$
$2) y = 2x^2$	$8) y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$
3) $y = -\frac{1}{4}x^2$	9) $y = 3x^2 + 2x + 3$
$4) y = 2x^2 - x$	$10) y = 2x^2 + x - 2$
5) $y = -\frac{1}{8}x^2 - x$	$11) y = -x^2 - x - 2$
6) $y = x^2 - 2$	

Di sotto sono indicati i passi per rappresentare graficamente la parabola:

passi	tasti da premere
Visualizzare la finestra di dialogo MODE	MODE
Impostare il modo GRAPH su FUNCTION	(ENTER)
Visualizzare Y-Editor e digitare, a fianco di	
y1 la prima funzione.Si possono attivare e	
disattivare le funzioni con il tastoF4.	
Visualizzare Window Editor impostando le	
variabili Window	F2
	-6 0 6 0 1 0 - 6 0 6 0 1 0 2
Visualizzare lo schermo dei grafici osservando	
che il sistema non è monometrico e quindi con il	
tasto F2 e l'opzione ZoomDec il sistema diventa	
monometrico	4

SULLA BASE DEI RISULTATI COM PILARE LA SEGUENTE TABELLA :

equazione	a	b	c	concavità	posizione del vertice	Δ	intersezione asse x	intersezione asse y	ulteriori ossevazioni

DATA.....

GRUPPO DI LAVORO.....

SCHEDA DI LAVORO N. 2 INTERSEZIONE RETTA PARABOLA

E' data la parabola di equazione

 $y = x^2 - 4x + 3$

1. con la calcolatrice tracciare una rappresentazione grafica della parabola considerata

- tracciare nello stesso grafico la retta di coefficiente angolare m=2 e passante per il punto P(1,-3) e riprodurre la rappresentazione grafica ottenuta sullo schermo della calcolatrice sul foglio qui accanto indicando anche i passi eseguiti per ottenerla
- 3. dall'esame del grafico, quali conclusioni si possono trarre relativamente alla posizione della parabola e della retta nel piano?
- 4. ripetete le fasi precedenti considerando successivamente le seguenti rette:
 - la retta di equazione x+y=0
 - la retta di equazione 4x-y-13=0
 - la retta parallella all'asse y e passante per il punto P(2,5)
- 5. utilizzando, in ambiente home, l'opportuno menù risolvere in modo algebrico il quesito proposto riproducendo sul foglio qui accanto quello che compare sulla calcolatrice e indicando i passi eseguiti.
- 6. sulla base dei risultati ottenuti quali conclusioni si possono trarre relativamente alla posizione retta-parabola nel piano?

Di sotto sono indicati i passi per risolvere algebricamente il sistama retta-parabola

passi	tasti da premere
Visualizzare l'ambiente home	HOME
Attivare il menù Algebra	F2
Inserire il comando solve	1
Digitare l'equazione della parabola	
Inserire l'operatore logico and	[2nd][MATH]8 8
Digitare l'equazione della retta	
Successivamente digitare la virgola e le variabili	, 2nd (2nd)
x,y tra parentesi graffe	
Digitare la parentesi tonda per chiudere il	
comando solve	[ENTER]

DATA.....

ALUNNO.....

SCHEDA DI LAVORO N. 3

RETTA E PARABOLA : APPLICAZIONE ALLA FISICA

Con l'utilizzo della calcolatrice, ma solo dopo aver effettuato un'attenta analisi del problema che ti è stato proposto risolvi i seguenti problemi:

- Un atleta, correndo a una velocità costante di 4 m/s, passa davanti a un cane fermo. Dopo un secondo il cane decide di inseguire l'atleta, muovendosi all'accelerazione di 1.5 m/s². Dopo quanto tempo e quanti metri il cane raggiungerà l'atleta? Risolvere il problema sia utilizzando l'ambiente grafico che utilizzando quello algebrico.
- 2) Un pedone sta correndo alla sua velocità massima di 6 m/s per raggiungere un autobus fermo a un semaforo rosso.Quando è a 25 metri dall'autobus, il semaforo diventa verde e l'autobus comincia a muoversi e accelera uniformemente con un'accelerazione di 1 m/s². Trovare o quanto spazio deve percorrere il pedone per raggiungere l'autobus oppure la minima distanza dall'autobus che riesce a raggiungere(massimo avvicinamento). Risolvere il problema sia utilizzando l'ambiente grafico che utilizzando quello algebrico.

DATA.....

SCHEDA GUIDATA ALLO STUDIO N. 4

INTERSEZIONE PARABOLA CON UN FASCIO PROPRIO DI RETTE

E' data la parabola di equazione

$$y = -x^2 + 2x$$

Si vogliono studiare le intersezioni della parabola con il fascio di rette di centro il punto P(0,1)

In ambiente Home scrivere l'equazione del fascio di rette y-1=m(x-0) e assegnare al coefficiente angolare *m* alcuni valori:

per m = -2 avremo la retta di equazione y = -2x+1per m = 0 avremo la retta di equazione y = 1per m = 1 avremo la retta di equazione y = x+1;

Rappresentare graficamente tali rette e la parabola e verificare algebricamente i risultati ottenuti.



I ragazzi osservano le diverse posizioni delle tre rette rispetto alla parabola: la prima retta (m=-2) è secante, la seconda (m=0) è tangente, mentre la terza (m=1) è esterna e confermano le loro congetture con il calcolo algebrico.

Si generalizza cercando di rappresentare più rette del fascio: si deve quindi creare una lista di numeri utilizzando il comando seq(m,m,-2,4) per poter rappresentare contemporaneamente il grafico di più rette del fascio così ottenute e in Y=Editor si digita l'equazione del fascio di rette evidenziando con F4 solo l'equazione della parabola e l'equazione del fascio di rette(vedi scheda1)

passi	tasti da premere
Visualizzare la finestra di dialogo MATH	[2nd][MATH]
Impostare sul menù LIST	3
Attivare il comando seq	
Digitare la variabile utilizzata	m
Indicando i valori iniziale e finale dove deve	,
variare e il passo. Se il passo è 1 si può omettere	m
	,
	-2
	,
	4

Si ottiene la seguente rappresentazione grafica:



L'inserimento delle legende si ottiene selezionando i seguenti comandi:

- [F7] 7: Text;
- il simbolo % con [2nd][CHAR];
- Punctation, opzione 5

Si ottiene che

- 1. per m=-4 e m=0 la retta è tangente alla parabola
- 2. per m=-2,-1 le rette sono secanti
- 3. per m=1,2,3,4 le rette sono esterne

Si può concludere che per

- 1. per m=0 e m=4 le rette sono tangenti
- 2. per -4 < m < 0 le rette sono esterne
- 3. per m < -4 o m > 0 le rette sono secanti

Si osserva che:

"per un punto esterno alla parabola si possono mandare due rette tangenti"

E' data la parabola di equazione

$$y = x^2 - 6x + 5$$

Si vogliono studiare le intersezioni della parabola con il fascio di rette di centro il punto P(3,-5) In ambiente Home si scriva l'equazione del fascio di rette y+5=m(x-3) e si assegni al coefficiente angolare m alcuni valori:

> per m=-1 avremo la retta di equazione y=-x-2per m=0 avremo la retta di equazione y=-5per m=2 avremo la retta di equazione y=2x-11

Rappresentare graficamente tali rette e la parabola e verificare algebricamente i risultati ottenuti.



I ragazzi osservano le diverse posizioni delle tre rette rispetto alla parabola.: la prima retta (m=-1) è secante, la seconda (m=0) è esterna, mentre la terza (m=2) è tangente e confermano le loro congetture con il calcolo algebrico.

Si generalizza cercando di rappresentare più rette del fascio: si vede quindi creare una lista di numeri utilizzando il comando seq(m,m,-3,3) .Procedendo come prima si ottiene la seguente rappresentazione grafica:



Si osserva che

- 1. per m=-2 e m=2 la retta è tangente alla parabo
- 2. per m=-3,3 le rette sono secanti
- 3. per m = -1, 0, 1 le rette sono esterne

Si può concludere che per

- 1. per m=-2 e m=2 le rette sono tangenti
- 2. per $-2 \le m \le 2$ le rette sono esterne
- 3. per m < -2 o m > 2 le rette sono secanti

C'è qualcosa di diverso dal caso precedente? Stavolta le rette che non intersecano la parabola si ottengono per valori compresi tra quelli delle rette tangenti, mentre le rette secanti per valori esterni

Retta e parabola con la TI89: da sole, in fascio, ... al limite

CLASSE.....

DATA.....

ALUNNO.....

SCHEDA DI LAVORO N. 5

Parte prima : INTERSEZIONE PARABOLA CON UN FASCIO PROPRIO DI RETTE

1)E' data la parabola di equazione

 $y = -x^{2} + 2x$

Si vogliono studiare:

- le intersezioni della parabola con il fascio di rette di centro il punto P(2,0)

- le intersezioni della parabola con il fascio di rette di centro il punto P(-1,2)

Ripetere i passaggi eseguiti in classe e rispondere alle seguenti domande:

- a) Qual è la posizione del punto P rispetto alla parabola?
- b) Esistono rette secanti? E tangenti? E esterne?

Completare le seguenti affermazioni:

a) per un puntoparabola si possono mandare tangenti
b) per m = le rette sono tangenti
per m le rette sono esterne
per m le rette sono secanti

Ripetere i passaggi appena compiuti nel secondo caso e rispondete alle seguenti domande:

- a) Qual è la posizione del punto P rispetto alla parabola?
- b) Esistono rette secanti? E tangenti? E esterne?

Completare le seguenti affermazioni:

2.

- 1. per un punto parabola si possono mandare tangenti
 - per *m* =..... le rette sono tangenti
 - per*m* le rette sono esterne
 - perm le rette sono secanti

Parte seconda: INTERSEZIONE PARABOLA CON UN FASCIO IMPROPRIO DI RETTE

2) E' data la parabola di equazione

 $y = x^2 - 2x$

Si vogliono studiare le intersezioni della parabola con il fascio di rette di equazione 3x+2y=k

Indicare sul foglio di lavoro tutti i passi eseguiti riproducendo quello che compare sulla calcolatrice.

Ripetere i passaggi appena compiuti nei casi precedenti e rispondere alle seguenti domande:

Esistono rette secanti? E tangenti? E esterne?

Completa le seguenti affermazioni:

- 1. in un fascio improprio di rette esistono tangenti alla parabola?
- 2. per m =..... le rette sono tangenti
 - per m le rette sono esterne
 - per m le rette sono secanti
- 3. se il fascio di rette è parallelo all'asse della parabola esistono rette tangenti?

.....

DATA

SCHEDA GUIDATA ALLO STUDIO N. 6

RETTA TANGENTE AD UNA PARABOLA COME POSIZIONE LIMITE DELLA RETTA SECANTE

Sono date la parabola di equazione:

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x$$

e la retta di equazione y = x-8.

Determinare le loro intersezioni e rappresentare graficamente. Si procede nel seguente modo:

passi	tasti da premere
Visualizzare inY-Editor parabola e retta	• $F1y1 = 1/2x^2-4x$
Nel menù F6 con l'opzione thick si grassettano i	<u>y2=x-8</u>
grafici. Si ripete l'operazione due volte dopo	2nd F6
essersi posizionati sulle rispettive equazioni	4
Per dare nome agli assi e creare un sottofondo	F1
grigliato visualizzare il menù F1 e l'opzione	9
format dove si inseriranno le richieste	
Visualizzare Window Editor impostando le	
variabili Window	F2
	<u>-3©10©1©-10©3©1©2</u>
Visualizzare lo schermo dei grafici osservando	
che il sistema non è monometrico e quindi con il	F3
tasto F2 e l'opzione ZoomDec il sistema diventa	
monometrico	4

e si ottiene la seguente rappresentazione grafica

F1 T00	is a	F2+ :00P) Tr	3 ace	Re:	F4 9ra	Ph	F5 Ma	th	F6 Pro	Ξ	F7- Pen	
.y						•	•		:		(L	_
			Ń				•			بمر	7		
•				Ń	P,					7.	ſ	•	
•							:	÷	/			•	: : : x:
Mai	N			RAC) AU			:	UN	IC			

Si possono osservare le ascisse e le ordinate dei punti d'intersezione attivando l'ambiente Table .

passi	tasti da premere
Esaminare la tavola dei valori della funzione che	APPS
si può scorrere in alto e in basso e a destra e a	
sinistra utilizzando i bottoni direzionali	

Comparirà la seguente tabella:

F1+ F2 Tools Setur			3. 4. v 19	
×	y1	y2		
2.	-6.	-6.		
3.	-7.5	۰ 5 .		
4.	-8.	-4.		
5.	-7.5	-3.		
6.	-6.	-2.		
<u>×=2.</u>				
MAIN	RAD AUTO FUNC			

e scorrendo verso il basso la seguente

F1+ F2 Tools Setu					
×	ly1	y2			
8.	0.	0.			
9.	4.5	1.			
10.	10.	2.			
11.	16.5	3.			
12.	24.	4.			
<u>×=8.</u>					
MAIN	RAD AUTO FUNC				

dove y1 è la colonna delle ordinate della parabola e y2 è la colonna delle ordinate della retta.

Dette quindi P(2,-6) e Q(8,0) tali intersezioni, vogliamo vedere cosa succede alla retta secante PQ quando il punto P si avvicina a Q. muovendosi lungo la parabola.

In ambiente Data Matrix Editor costruiamo la tabella dei coefficienti angolari delle rette secanti PQ, tenendo fisso Q e facendo avvicinare il punto P a Q lungo la parabola.

passi	tasti da premere
Visualizzare l'ambiente Data Matrix-Editor	APPS 6
E creare una variabile Data di nome mm	3
	(<u>ENTER</u>)
Impostare la tabella da costruire.Con il cursore	
posizionarsi su c1 e digitare seq $(x,x,2,9)$ e	seq(x,x,2,9)
sempre con il cursore posizionarsi sopra c1 per	ENTER
intitolare la colonna	
Posizionarsi con il cursore su c2 e digitare	
1/2c1 ² -4c1 per ottenere le ordinate dei punti	
sulla parabola e sempre con il cursore	
posizionarsi sopra c2 per intitolare la colonna	
	Y ENTED
Decizionergi con il europre que e2 e digitare la	
	(220)/(218)
formula per ottenere il coefficiente angolare	(C2-0)/(C1-0)
ricordando che il punto Q e fisso e sempre con il	
cursore posizionarsi sopra c3 per intitolare la	m
colonna	III FNTEB

Comparirà la seguente tabella :

F1+ Tools	F2 Plot Setup C	F3 F4 e11Header	F5 F67 F7 CalcutilSto	il)	F1+ T0015	F2 Plot Setup C	F3 F4 e11Header	F5 F6+ F7 Ca1cUti1Sta	<u>س</u>
DATA	X	ly 🛛	M		DATA	X	ly	m	
	c1	c2	сЗ			c1	c2	сЗ	
1	2	-6	1		5	6	-6	3	
2	3	-15/2	3/2		6	7	-7/2	7/2	
3	4	-8	2		7	8	0	undef	
4	5	-15/2	5/2		8	9	9/2	9/2	
<u> @r1c</u>	8r1c3=1			<u>Br7c3=undef</u>					
MAIN	RAC) AUTO	FUNC		MAIN	RAC) AUTO	FUNC	

Si osserva che per x=8 e y = 0 il coefficiente angolare *m* non è definito ed aumenta all'avvicinarsi del punto *P* al punto *Q*. Osserviamo cosa succede graficamente; vediamo cioè cosa succede alla secante *PQ* quando *P* si avvicina a *Q* e quindi costruiamo il fascio di rette di centro il punto *Q* e, partendo dal valore m=1 (che corrisponde alla retta *PQ*), diamo ad *m* valori compresi tra 1 e 4 anche in relazione alla tabella che abbiamo appena trovato. Rappresentiamo infine le relative rette.

Si ottiene la seguente rappresentazione grafica:



Si osserva che quando *P* coincide *Q* la secante *PQ* diventa la retta tangente alla parabola nel punto Q e questo si verifica per m=4.

Possiamo affermare che:

'La retta tangente in Q alla parabola è la posizione limite della retta secante PQ e quindi m, contrariamente a quanto dedotto dalla tabella, ha un valore ben definito, cioè 4.

Alla luce di quanto visto si può dire che la retta tangente è la retta in cui le due intersezioni della retta secante coincidono.

Questa osservazione permetterà di determinare algebricamente la retta tangente alla parabola in un suo punto e le due rette tangenti mandate da un punto esterno alla parabola.

Determiniamo la retta tangente la parabola $y=x^2-3x+1$ nel punto M(1,-1).

Costruiamo il fascio di rette di centro M e determiniamo le sue intersezioni con la parabola. Esse dovranno coincidere se la retta è tangente, il che significa porre le soluzioni uguali o meglio le ascisse dei punti di intersezione uguali.

In questo modo si troverà il coefficiente angolare della retta tangente. Si procede così:



Determinare le rette tangenti alla parabola di equazione $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x$ condotte dal punto P(1,-6).

Si costruisce il fascio di rette di centro M e si determinano le sue intersezioni con la parabola. Esse dovranno coincidere se la retta è tangente, il che significa porre le soluzioni uguali e in questo modo si troveranno due valori di m e quindi due tangenti. Si procede come nel caso precedente Retta e parabola con la TI89: da sole, in fascio, ... al limite

CLASSE.....

DATA.....

ALUNNO.....

SCHEDA DI LAVORO N.7 ESERCIZI DI REVISIONE SUGLI ARGOMENTI SVOLTI

In ambiente Home aprire il menù F4 e schiacciare 1. Si otterrà il comando Define che serve per definire una funzione.

Si vuole definire la funzione distanza tra due punti A(xa,ya) e B(xb,yb).Occorre digitare

Define dis(xa,ya,xb,yb)= $\sqrt{((xa-xb)*(xa-xb)+(ya-yb)*(ya-yb))}$

Sulla calcolatrice comparirà

Done

Se si vuole determinare la distanza tra due punti (2,5) e (1,8) basterà digitare

Dis(2,5,1,8)

e comparirà $\sqrt{10}$.

Di seguito risolvere i seguenti quesiti:

1. Determinare le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = x^2 + 4x + \frac{1}{4}$

condotte dal punto P(0,-2) e le coordinate dei punti di contatto $T1 \ e \ T2$ Determinare la misura del perimetro del triangolo T1T2P.

2. Data la parabola di equazione:

$$y = x^2 - 4x + 3$$

scrivere l'equazione delle tangenti alla parabola nei suoi punti di intersezione con gli assi, determinare il loro punto d'intersezione C e individuare il perimetro del triangolo CAB, essendo $A \ e B$ i punti di intersezione con gli assi

3. Dopo aver individuato tra le rette del fascio di equazione y = -2x+q quella tangente alla parabola di equazione $y = -x^2 + 2x+1$, discutere le intersezioni di tali rette con la parabola al variare del parametro $q \in R$ e riportare sul foglio la rappresentazione grafica ottenuta indicando anche i risultati.

Verifica sommativa

- 1) Data la parabola di equazione $y = -x^2 + 2x + 3$, conduci le tangenti ad essa nel punto P(1,6) e indica con $A \in B$ i punti di contatto. Calcola l'area del triangolo ABP. Prima di utilizzare la calcolatrice indica sul tuo foglio i passi da eseguire per risolvere il problema
- 2) Indica tra le rette del fascio di centro il punto (-2,-1), quelle tangenti, esterne e secanti alla parabola di equazione $y = x^2 3x + 2$.
- 3) Indica tra le parabole del fascio di equazione $y = x^2 4x + k$ quelle secanti esterne e tangenti alla retta di equazione 2x-y+6=0
- 4) Data la parabola γ : $y = 2x^2$ siano *A* e *B* i punti di contatto delle tangenti condotte dal punto esterno $P\left(\frac{1}{2};4\right)$. Dimostrare che:
 - a) se M è il punto medio della corda AB allora la retta PM è parallela all'asse della parabola;
 - b) detta Q l'intersezione di PM con γ , risulta $\overline{PQ} = \overline{QM}$.
 - *c)* il coefficiente angolare di *AB* è la media aritmetica dei coefficienti angolari delle tangenti *PA* e *PB*.

Note all'attività svolta e conclusioni

Come risulta dallo schema di presentazione introduttivo, la metodologia utilizzata è stata varia: dalle lezioni dialogate, utilizzando il viewscreen, nelle quali i ragazzi hanno seguito le indicazioni dell'insegnante, ai lavori di gruppo, che prevedevano un lavoro autonomo con la calcolatrice. E' emersa una diffusa difficoltà nell'uso dello strumento, che ha richiesto un tempo di apprendimento delle nozioni di base superiore a quello previsto. Si è rilevata inoltre una notevole differenza tra le due classi, connessa alla possibilità di lavorare a casa con la calcolatrice, possibilità di cui solo una ha usufruito: solo un maggior allenamento poteva consentire infatti l'acquisizione delle abilità per superare le iniziali difficoltà tecniche. Anche l'eccessiva numerosità dei due gruppi classe ha reso piuttosto faticosi gli interventi individualizzati del docente per risolvere i problemi tecnici o guidare opportunamente l'attività di ricerca degli alunni.

L'utilizzo della calcolatrice ha sensibilmente aumentato l'interesse degli studenti per la materia, ha stimolato la loro partecipazione durante le lezioni ed ha portato, per lo meno nelle fasi iniziali e più semplici, tutti gli alunni al medesimo punto di partenza. Proprio con questo obiettivo avevamo inserito nella progettazione del percorso didattico attività abbastanza semplici, tra i quali ad esempio lo studio dei coefficienti dell'equazione di una parabola; ogni studente ha intrapreso con entusiasmo il lavoro proposto, concentrando la propria attenzione sui procedimenti da seguire, poiché in possesso di un valido strumento per l'esecuzione dei calcoli. Le conoscenze sono state acquisite in modo rapido e sicuro, solo in fase di rielaborazione, di fronte a problemi più complessi, in alcuni sono riemerse incertezze legate ad un uso non sempre consapevole di questo strumento. Anche noi insegnanti non siamo esenti dal rischio di pensare che la tecnologia possa integrarsi su vecchi schemi e dare origine automaticamente ad un rinnovamento dell'insegnamento della matematica, ma solo il ripensamento della metodologia e della scansione dei contenuti unito ad un inesauribile entusiasmo e ad uno studio continuo può portare ad un significativo progresso didattico. Dal questionario di gradimento è emerso :

- come l'utilizzo della calcolatrice abbia aiutato a capire meglio le nozioni teoriche (maggioranza degli alunni)
- la difficoltà all'uso tecnico della calcolatrice (qualche alunno)
- l'esigenza di utilizzare ancora questo strumento