quaderni di CABRIRRSAE

Emanuela Corsini - Maria Grazia Masi
Mariarosa Musiani - Paola Schenone

Attività sui Poligoni con CABRI

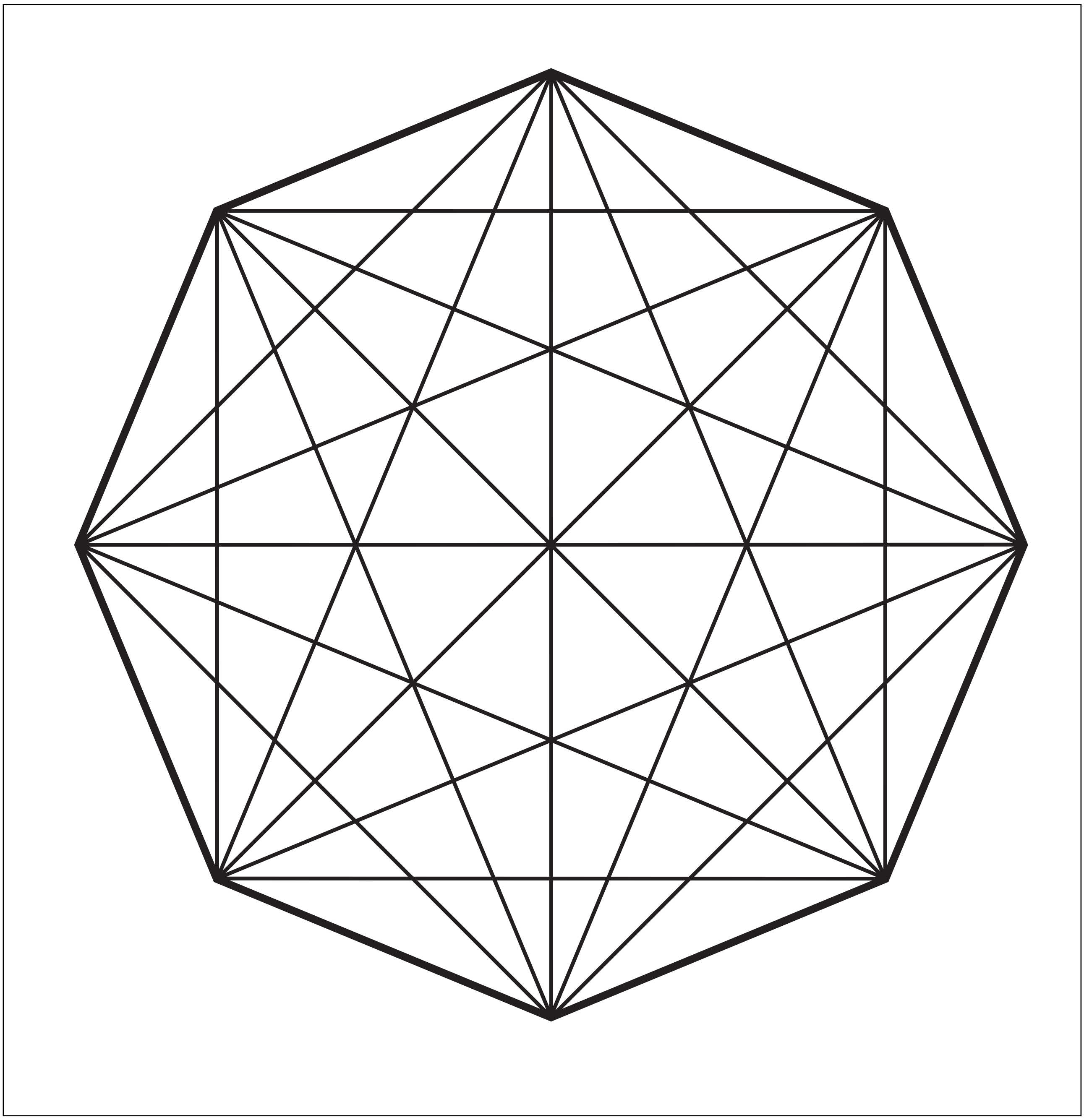
n° 13

Emanuela Corsini - Maria Grazia Masi
Mariarosa Musiani - Paola Schenone

Docenti di Scuola Media di Bologna
Gruppo organizzato dall'IRRSAE E-R

Released Information

Videoimpaginazione GRAPHICART - Via Fondazza, 37 - Tel. Fax (051) 30.70.73 - 40125 BOLOGNA



Attività sui Poligoni con CABRI

Indice

■ I - SCHEDE PER GLI INSEGNANTI

■ II - SCHEDE PER GLI ALUNNI

■ I - SCHEDE PER GLI INSEGNANTI

▼ Scheda a) PRESENTAZIONE

CARATTERISTICHE DEL LAVORO

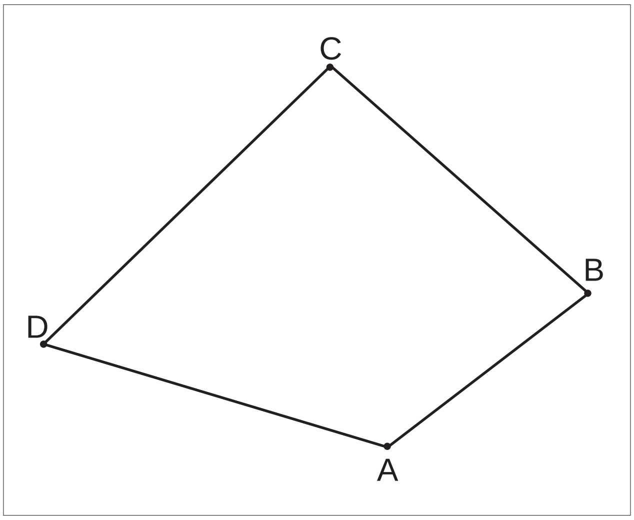
- **Obiettivi** (Vedi dettagli nella scheda d)
  - ***Di contenuto***: Definizioni, Relazioni sotto forma di formule, Proprietà, Elenco di problemi.
  - ***Di metodo***: Ricerche sperimentali di relazioni e proprietà.
- **Figure coinvolte** (Vedi dettagli nella scheda b)
  - ***Segmenti***: Lati, Diagonali, Raggio.
  - ***Poligoni***: Convessi, Concavi, Intrecciati - Triangolo → Ettagono.
  - ***Poligoni Regolari***: Triangolo Equilatero → Dodecagono Regolare.
  - ***Angoli***: Consecutivi - Convessi, Concavi - Interni, Esterni.
  - ***Cerchio*** (circoscritto ai poligoni regolari).
- **Grandezze coinvolte**
  - ***Lunghezza***: di lati, di perimetri, del raggio, della circonferenza.
  - ***Ampiezza***: di angoli interni, di angoli esterni.
  - ***Numero puro***: n. lati, n. diagonali, n. max angoli interni concavi, n. triangoli.
- **Attività proposte**
  - ***Disegno***: di figure su carta, di figure con CABRI.
  - ***Classificazione*** di poligoni secondo il: numero di angoli interni concavi, numero di intersezioni di lati in punti interni ad essi.
  - ***Conteggio***: di oggetti geometrici.
  - ***Misurazione***: di lunghezze e di ampiezze con CABRI.
- **Destinatari**
  - 1° media *La scelta dipende naturalmente dal livello della classe,*
  - 2° media *dal tipo di suddivisione del programma nei tre anni e dal*
  - 3° media *tempo che si intende dedicare a questi tipi di attività.*

NOTE PER L'INSEGNANTE

Osservazioni sulla Unità Didattica

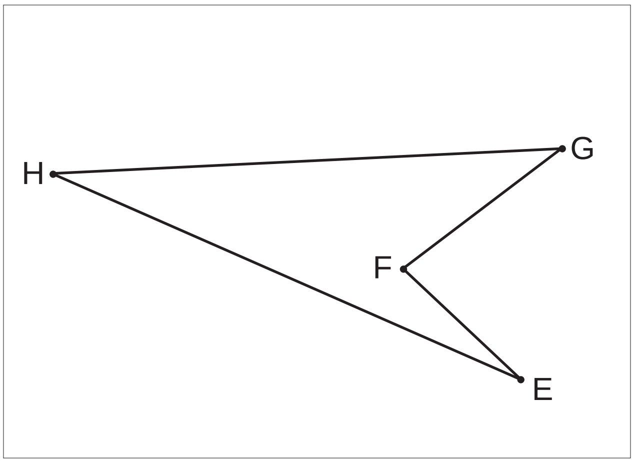
- Prima di proporre agli alunni ogni scheda è importante controllare che la classe possieda i prerequisiti (vedi scheda e).
- Le attività proposte nella presente U. D. dovrebbero servire non solo a *far conoscere dei contenuti*, ma anche a *far sperimentare dei metodi in modo consapevole.* A nostro parere, l'importanza degli obiettivi giustifica la difficoltà di alcune schede.
- Se la formalizzazione prevista in alcune fasi del lavoro risulta difficile, può essere positivo per la classe anche l'uso di schede semplificate (alcune di esse si prestano in modo particolare ad essere ridotte perché propongono più metodi per giungere al risultato).
- Le schede sono quasi tutte guidate; solo due (la n. 4 e la n. 6) contengono solo una traccia di lavoro.
  Inoltre, quasi tutte sono finalizzate alla ricerca di relazioni o di proprietà; solo una (la n. 1) serve per osservare e classificare figure e cercare definizioni; una (la n. 5) per definire problemi; una (la n. 8) per osservare figure e proprietà (vedi scheda e).
- Dopo la prima scheda non si danno più le istruzioni per CABRI, perché si suppone che nel frattempo i ragazzi abbiano familiarizzato col programma.

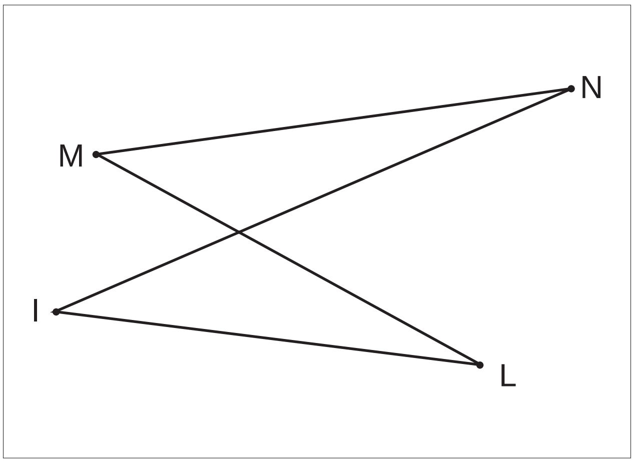
▼Scheda b)
ESEMPI DI FIGURE PRODOTTE CON CABRI PER CIASCUNA SCHEDA

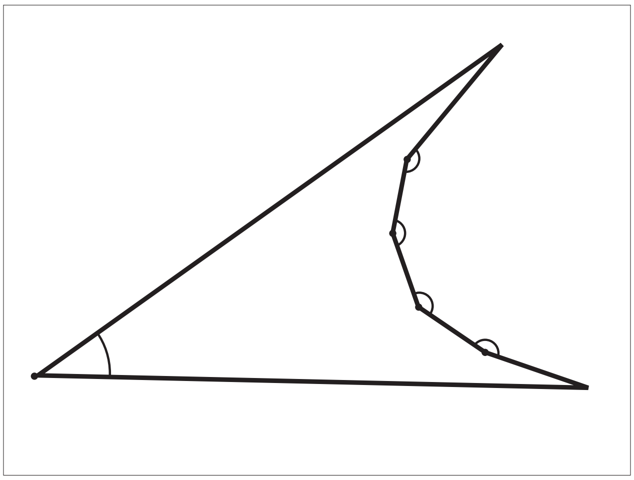


Scheda 1

Tra le tante figure che gli alunni potranno realizzare con l'aiuto del mouse queste tre dovrebbero rappresentare ciascuna un elemento dei tre possibili insiemi (quadrilateri convessi, concavi e intrecciati).



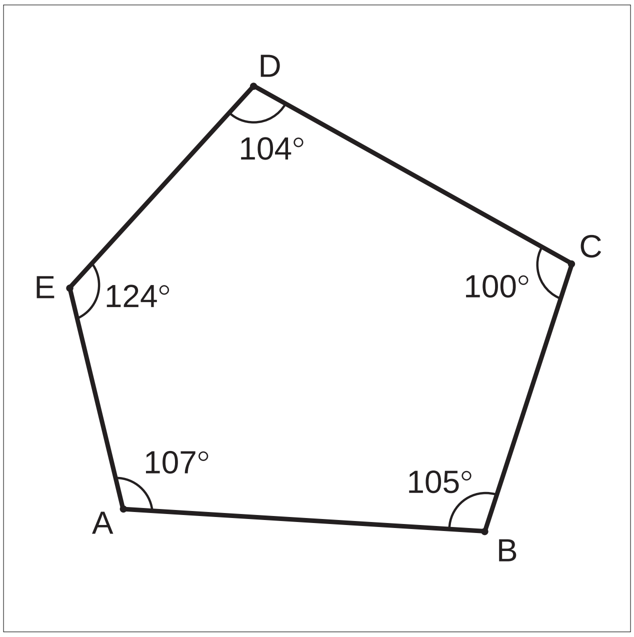




Scheda 2

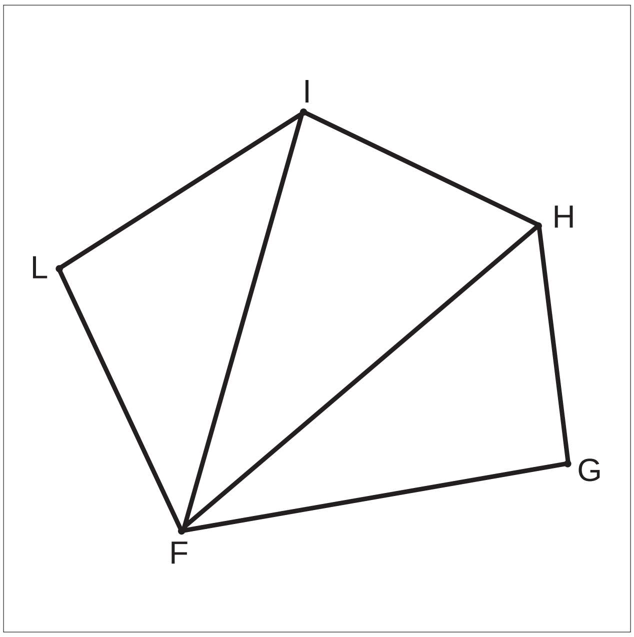
Gli alunni, agendo su quasi tutti i vertici del poligono, dovranno operare convenientemente con il cursore per modificare gli angoli e rendere concavo il maggior numero di essi. Bisogna anche ricordare che CABRI non misura l'angolo concavo ma il suo esplementare.

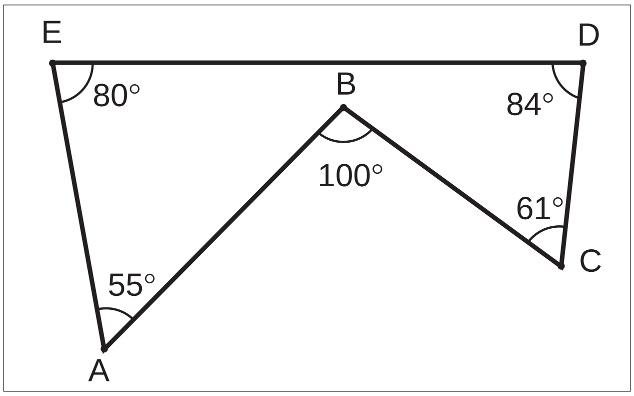
Questo potrebbe essere un possibile ettagono utile per le osservazioni richieste dalla scheda:



Scheda 3

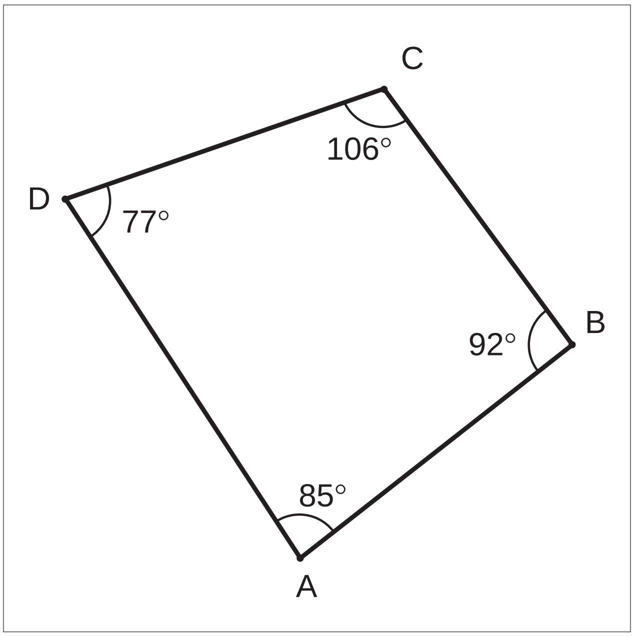
Una corretta suddivisione del poligono in triangoli, mediante il disegno di tutte le diagonali a partire da un vertice, e la misura delle ampiezze degli angoli interni permetteranno le osservazioni necessarie per ricercare sperimentalmente la relazione presa in considerazione nella scheda.





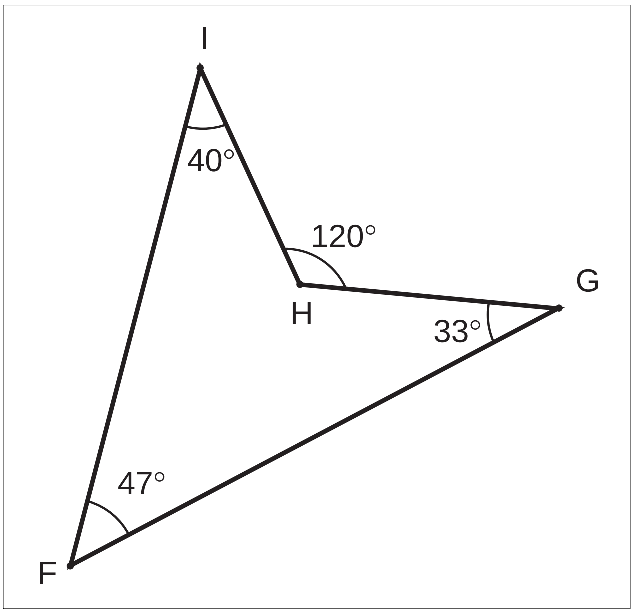
Scheda 4

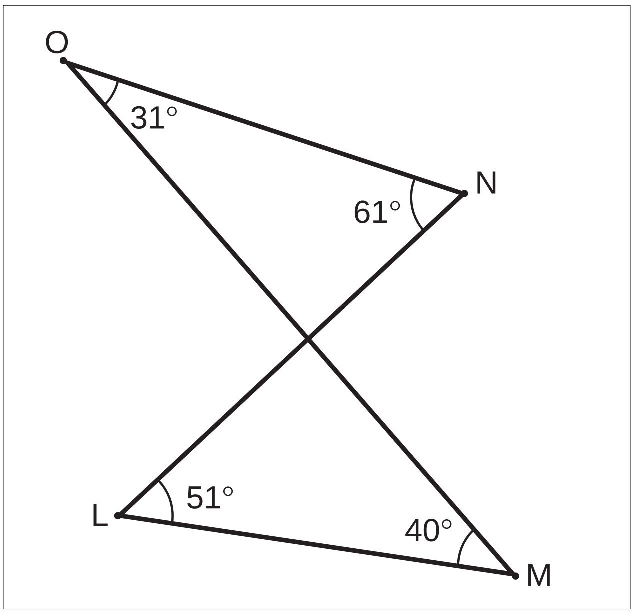
Questo è un possibile poligono concavo utile per le osservazioni che permetteranno di effettuare la verifica proposta dalla scheda

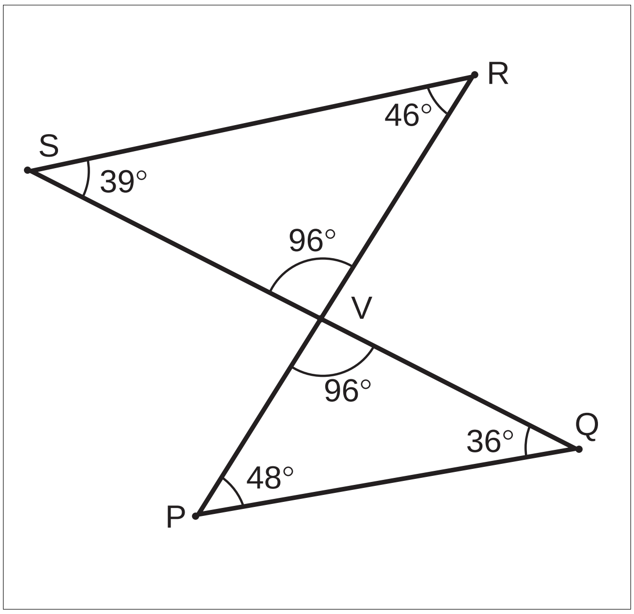


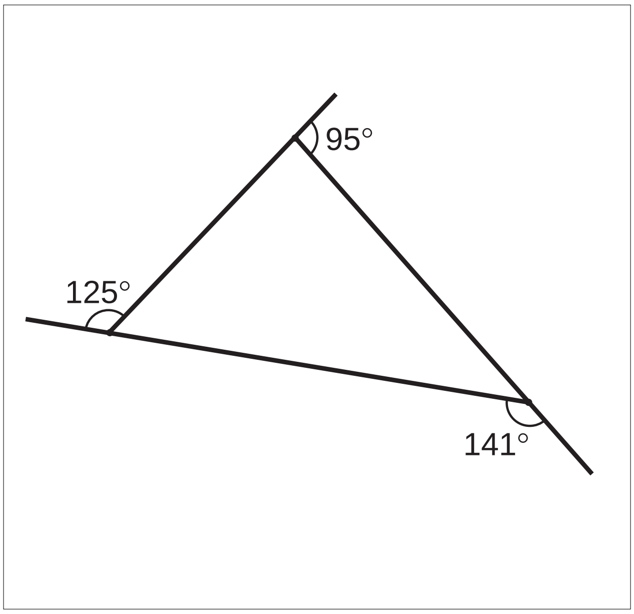
Scheda 5

Il confronto della somma delle ampiezze degli angoli dei diversi tipi di quadrilateri favorirà una serie di osservazioni che porteranno alla compilazione delle tabelle e ad un'utile discussione in classe intorno ad un problema nuovo.



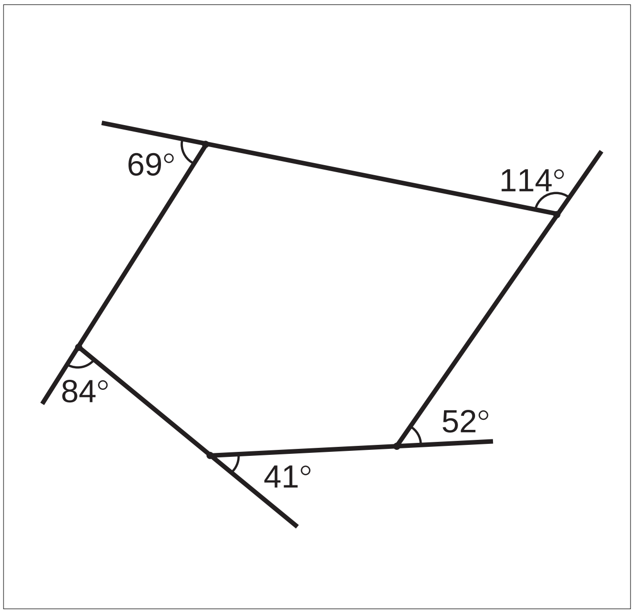


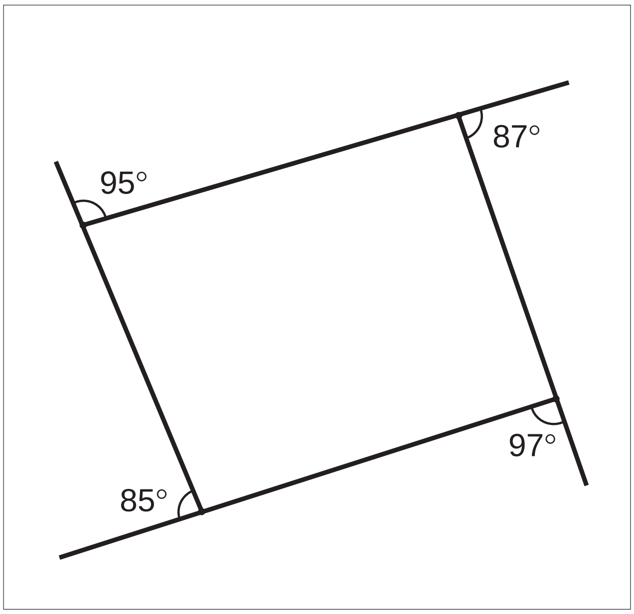


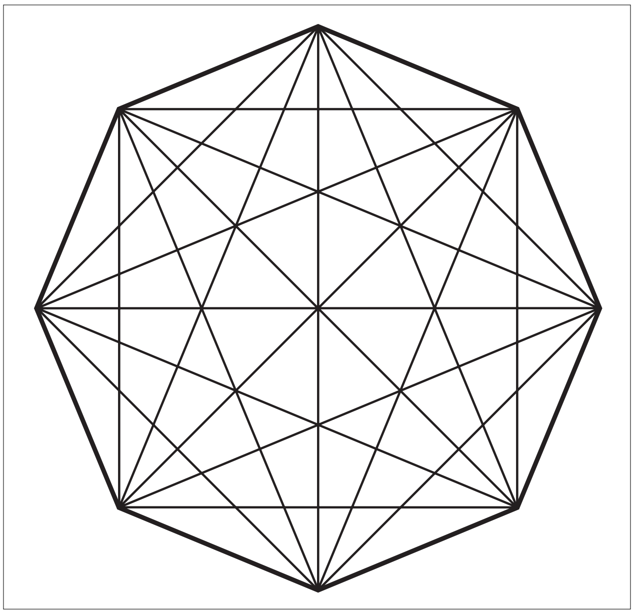


Scheda 6

Anche tra l'ampiezza degli angoli esterni dei poligoni ed il numero dei lati è possibile ricercare una relazione; questi sono esempi delle figure che si devono costruire con CABRI:

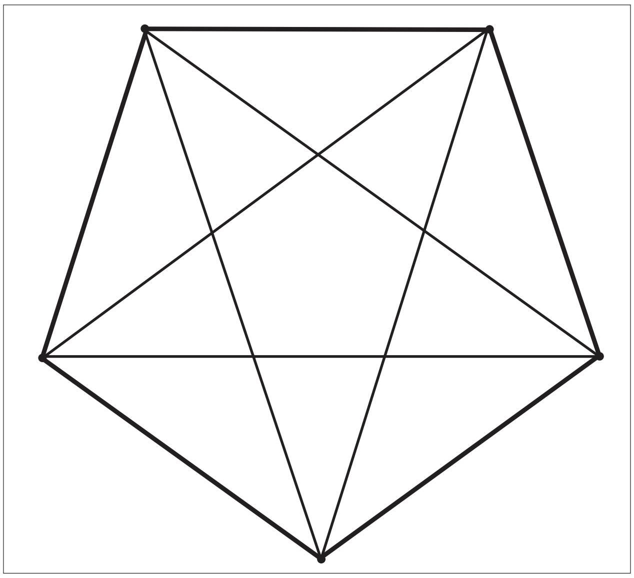






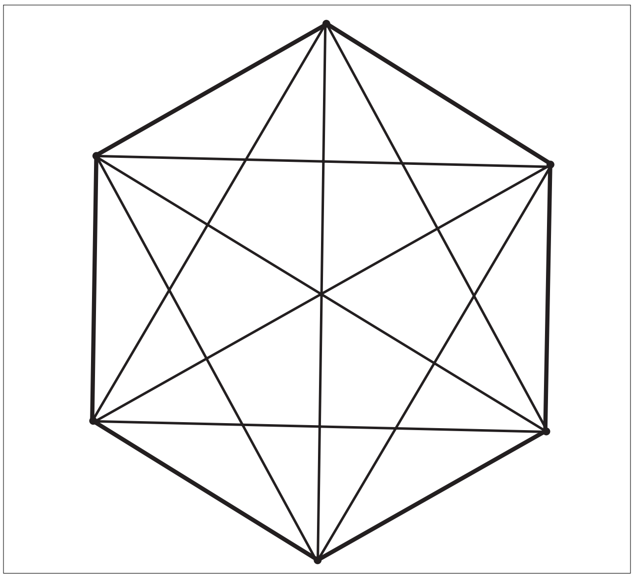
Scheda 7

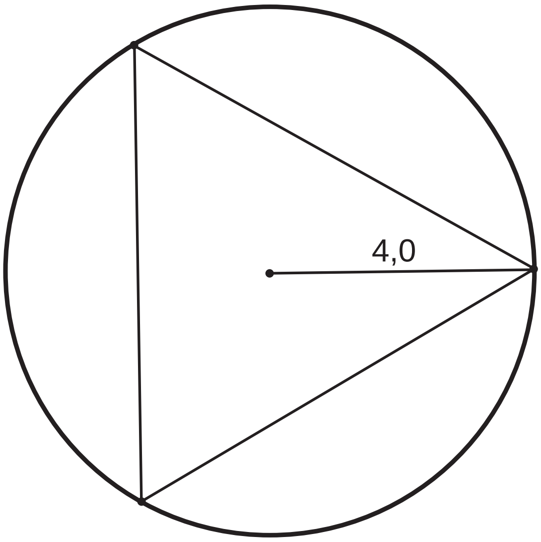
Ecco un ottagono che aiuta a ricercare la relazione che lega il numero delle diagonali di un poligono ed il numero dei lati:



Scheda 8

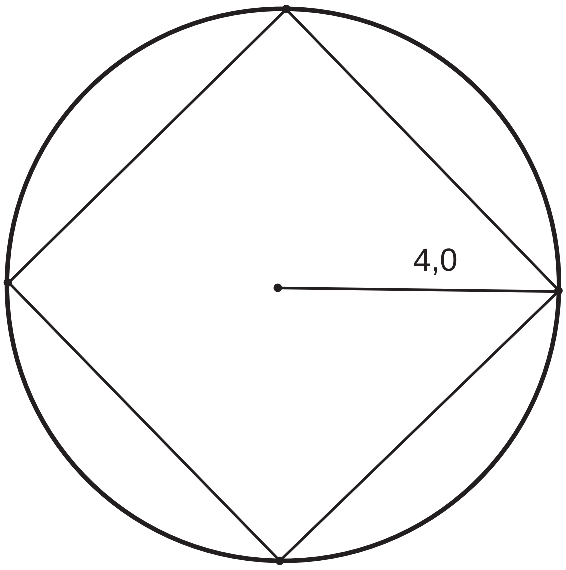
Le diagonali di un poligono creano, al centro del poligono stesso, una figura geometrica che varia al variare del numero dei lati.

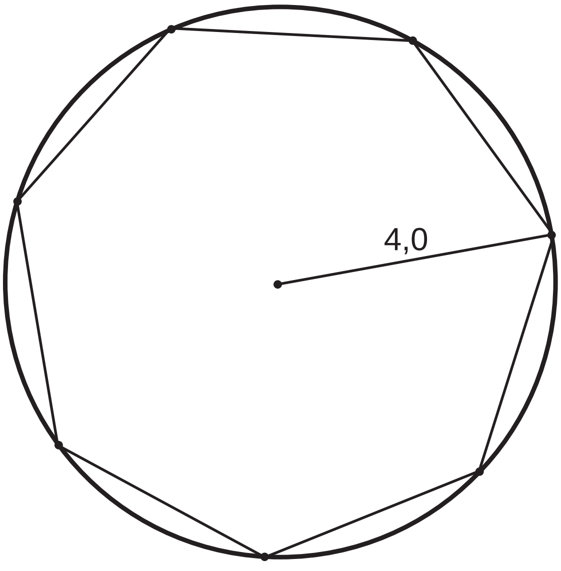




Scheda 9

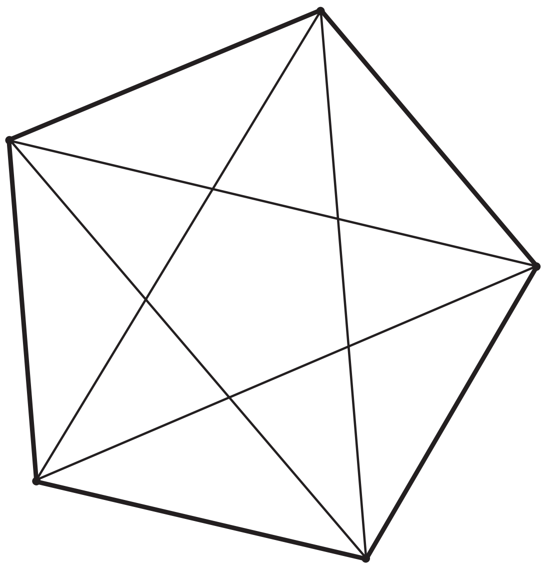
Il perimetro dei poligoni regolari, inscritti in una circonferenza, cresce con l'aumentare del numero dei lati del poligono stesso ed ha come limite la circonferenza dello stesso raggio.

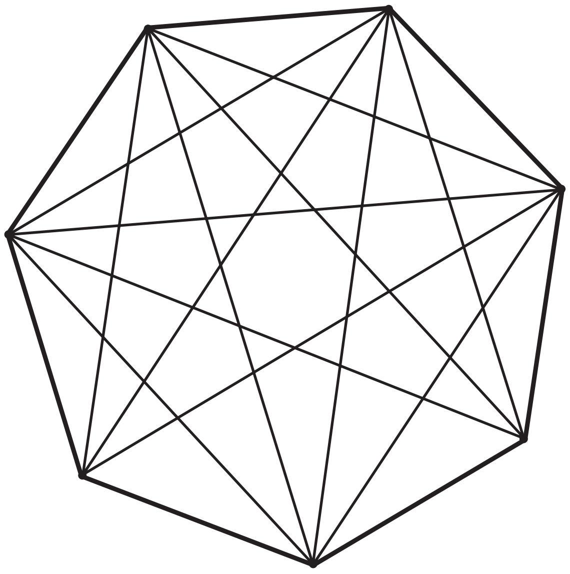




Scheda 10

Come varia il perimetro del poligono centrale formato dalle diagonali, al crescere del numero dei lati?





▼ Scheda c)
PROCEDURE PER DISEGNARE ALCUNI POLIGONI REGOLARI

Consigliamo di disegnare i poligoni regolari con CABRI una volta per tutte e di salvarli con nomi diversi su un dischetto "della classe" che deve essere a disposizione degli alunni per le varie attività.

1) TRIANGOLO EQUILATERO

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Cost.Inters, r, Γ: B
- Crea.CircOP, B, O: K
- Cost.Inters, Γ, K: C, D
- Crea.Seg, A, C
- Crea.Seg, C, D
- Crea.Seg, D, A

2) QUADRATO

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Cost.Inters, r, Γ: B
- Cost.RettaPerp, O, r: s
- Cost.Inters, s, Γ: C, D
- Crea.Seg, A, C
- Crea.Seg, C, B
- Crea.Seg, B, D
- Crea.Seg, D, A

3) PENTAGONO REGOLARE

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Cost.Inters, r, Γ: B
- Cost.RettaPerp, O, r: s
- Cost.Inters, s, Γ: C, D
- Cost.PtoMedio, C, O: E
- Crea.CircOP, E, A: K
- Cost.Inters, s, K: F, G
- Crea.CircOP, A, G: Λ
- Cost.Inters, Γ, Λ: H, I
- Crea.CircOP, H, A: Λ'
- Cost.Inters, Γ, Λ': L
- Crea.CircOP, I, A: Λ''
- Cost.Inters, Γ, Λ'': M
- Crea.Seg, A, H
- Crea.Seg, H, L
- Crea.Seg, L, M
- Crea.Seg, M, I
- Crea.Seg, I, A

4) ESAGONO REGOLARE

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Cost.Inters, r, Γ: B
- Crea.CircOP, B, O: K
- Cost.Inters, Γ, K: C, D
- Crea.CircOP, A, O: Λ
- Cost.Inters, Γ, Λ: E, F
- Crea.Seg, A, E
- Crea.Seg, E, C
- Crea.Seg, C, B
- Crea.Seg, B, D
- Crea.Seg, D, F
- Crea.Seg, F, A

5) ETTAGONO REGOLARE

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Crea.CircOP, A, O: K
- Cost.Inters, Γ, K: B, C
- Crea.RettaPP, B, C: s
- Cost.Inters, r, s: D
- Cost.RettaPara, A, s: t
- Cost.RettaPara, B, r: u
- Cost.Inters, u, t: E
- Crea.CircOP, A, E: Λ
- Cost.Inters, Γ, Λ: F
- Crea.Seg, A, F
- *Riportare il segmento* AF *sulla circonferenza* Γ *per sei volte*

6) ENNAGONO REGOLARE

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Cost.Centro, Γ: O
- Crea.RettaPP, A, O: r
- Crea.CircOP, A, O: K
- Cost.Inters, Γ, K: B, C
- Crea.RettaPP, B, C: s
- Cost.Inters, r, s: D
- Crea.CircOP, O, D: Λ

- Cost.Inters, r, Λ: E
- Crea.CircOP, D, E: Σ
- Cost.Inters, s, Σ: F *(semiretta contenente B)*, G *(semiretta contentente C)*
- Crea.CircOP, G, D: Ω
- Cost.Inters, Σ, Ω: H *(esterno a Γ)*, I *(interno a Γ)*
- Crea.RettaPP, H, O: t
- Cost.Inters, t, Γ: L *(interno a Σ)*, M *(esterno a Σ)*
- Crea.RettaPP, A, L: u
- Cost.RettaPara, C, u: v
- Crea.CircOP, C, L: Φ
- Cost.Inters, v, Φ: N *(interno a Γ)*,
- P *(esterno a Γ)*
- Crea.RettaPP, A, N: w
- Cost.RettaPara, C, w: x
- Cost.Inters, u, x: Q
- Crea.CircOP, A, Q: Ψ
- Cost.Inters, Γ, Ψ: R, S
- Crea.Seg, A, R
- *Riportare il segmento AR sulla circonferenza Γ per otto volte*

7) UNDECAGONO REGOLARE

- Crea.Circ: Γ
- Cost.PtoSuOgg, Γ: A
- Crea.PtoSuOgg, Γ: B
- Crea.Seg, A, B
- Crea.CircOP, B, A: K
- Cost.Inters, Γ, K: C
- Crea.Seg, B, C
- *Riportare allo stesso modo il segmento BC sulla circonferenza Γ per un totale di undici segmenti*
- *Muovere col mouse il punto B sulla circonferenza Γ fino a far combaciare i punti A e N estremi della spezzata*

NOTE

- Poligoni regolari - Salvare con i nomi: 3, 4, ..., 12, che compariranno nel catalogo con l'estensione .FIG (3.FIG, 4.FIG, ... , 12.FIG). Queste figure serviranno per la scheda 8.
- Poligoni regolari con cerchio circoscritto - Salvare con i nomi: 3C, 4C, ..., 12C (→ 3C.FIG, 4C.FIG, ..., 12C.FIG). Queste figure serviranno per la scheda 9.

Le procedure precedenti sono le semplici implementazioni delle rispettive costruzioni geometriche con riga e compasso. Queste costruzioni sono state ricavate da un libro di testo di Educazione Tecnica.

NB - Una volta disegnato il *triangolo equilatero*, mediante l'opzione *Aspetto degli oggetti* del menu *Edizione*, si cancellano tutti gli elementi della costruzione eccetto il triangolo e il cerchio e si salva la figura col nome 3C (→ 3C.FIG). Poi si cancella anche la circonferenza e si salva col nome 3 (→ 3.FIG).

Operare nello stesso modo per terminare la costruzione delle altre figure.

Per ottenere *l'ottagono regolare* è sufficiente partire dal quadrato, tracciare l'asse di tutti i lati e intersecare questi assi con la circonferenza; si cancellano i lati del quadrato e si costruiscono i lati dell'ottagono.

In modo analogo si ottengono il *decagono regolare* e il *dodecagono regolare*, a partire rispettivamente dal pentagono e dall'esagono.

Per i poligoni con numero di lati dispari e superiore a 10, l'unica procedura trovata è generale (serve per la costruzione di un poligono regolare qualsiasi), ma molto imprecisa; essa non permette di generare poligoni soddisfacenti perché la sua imprecisione supera quella di CABRI stesso nel disegnare le figure. Come conseguenza di questo fatto si osservano ad esempio poligoni "centrali" (vedi scheda 8) con un numero di lati inferiore a quello del poligono di partenza.

Abbiamo quindi deciso, ad esempio nel caso dell'*undecagono*, di riportare undici volte un segmento qualsiasi sulla circonferenza e ridimensionarlo in seguito fino a far combaciare gli estremi della spezzata così ottenuta. L'undecagono così ottenuto (vedi proc. n. 7) non è regolare, ma anche i precedenti lo sono solo entro l'errore di misura. Il nostro undecagono è appunto "regolarizzabile" entro l'errore, e quindi utilizzabile per i nostri scopi.

▼ Scheda d) TIPI DI SCHEDE-ALUNNI

Classificazione delle schede-Alunni in base agli obiettivi

Scheda n°	Tipi di schede: DI...					
	Osservazione di Figure	Classificazione di Figure	Ricerca di Definizioni	Ricerca di Relazioni	Ricerca di Proprietà	Ricerca di Problemi
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

▼ Scheda e) PREREQUISITI: Elenco Prerequisiti e relative Schede

Prerequisiti	per la Scheda n°:										Possibilità di usare le schede di questa U.D. per introdurre l'argomento
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Figure geometriche e loro elementi											
- Angolo	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
- Angoli Consecutivi		•									
- Angolo Convesso	•	•	•	•	•	•	•				
- Angolo Concavo	•	•	•	•	•	•	•				
- Segmento	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	
- Segmenti Consecutivi		•									
- Lato		•	•					•	•	•	
- Spezzata chiusa		•									
- Poligono	•	•	•	•	•		•	•	•	•	
- Vertice	•	•	•		•		•	•			
- Diagonale			•				•	•			
- Perimetro									•	•	
- Angolo interno		•	•	•	•						
- Angolo esterno						•					
- Triangolo			•			•	•	•	•		
- Quadrilatero	•	•	•	•	•	•	•	•	•		
- Pentagono	•	•	•	•		•	•	•	•	•	
- Esagono	•	•	•	•		•	•	•	•		
- Ettagono		•		•		•	•	•	•	•	•
- Ottagono								•	•		•
- Ennagono								•	•	•	•
- Decagono								•	•		•
- Undecagono								•	•	•	•
- Dodecagono								•	•		•
- Poligono regolare								•	•	•	
- Circonferenza									•		
- Raggio									•	•	
- Cerchio circoscritto ad un poligono									•	•	
Misurazioni											
- Misurare		•	•		•			•	•	•	
- Misura di ampiezza		•	•		•			•			
- Misura di lunghezza								•	•	•	
- Sensibilità di uno strumento di misura		•	•		•			•	•		
- Errore		•	•		•			•	•	•	
- Rappresentazione in grafico di valori con errore			•						•	•	
- Propagazione dell'errore: Somma di misure con errore			•		•				•	•	
Relazioni											
- Relazione		•	•		•		•	•	•	•	
- Variabile		•									
- Valore di una variabile		•									
- Valori costanti		•									
- Tipi di rappresentazione: Tabella		•	•		•		•	•	•	•	
- Tipi di rappresentazione: Grafico		•	•						•	•	
- Tipi di rappresentazione: Formula		•					•				
- Trasformazioni: Tabella - > Grafico		•	•						•	•	
- Trasformazioni: Tabella - > Formula		•	•				•				•
- Trasformazioni: Grafico - > Formula		•	•								
Uso di Formule											
- Calcolo di valori		•					•				
- Deduzione di altre formule							•				•

■ II - SCHEDE PER GLI ALUNNI

▼ Scheda 1 "Ricerca di definizioni"

PROBLEMA

"Quali definizioni sembra interessante stabilire, dopo aver osservato e classificato dei poligoni con uguale numero di lati?"

RICERCA

1. Costruisci un quadrilatero unendo in modo ordinato quattro punti base, a tre a tre non allineati, che chiamerai A, B, C, D (CREAZIONE - PUNTO - ALT A - EDIZIONE - NOMI - CREAZIONE - SEGMENTO - ALT A).
2. Con il cursore, operando sui vertici, modifica la forma del quadrilatero a tuo piacere ma non considerare le figure in cui tre dei punti sono allineati, cioè in cui un vertice cade su uno dei lati.
3. Fra i tanti quadrilateri che hai potuto osservare, considera quelli che hanno subito le trasformazioni più notevoli rispetto agli angoli e disegnali su un foglio.
4. Scegli tu un criterio per realizzare un raggruppamento e colora dello stesso colore i quadrilateri che hanno le stesse caratteristiche rispetto agli angoli.
5. Scrivi accanto ai gruppi di quadrilateri un nome o una frase scelti da te che descrivano la caratteristica comune.
6. Consegna il tuo lavoro all'insegnante per una discussione in classe e per una classificazione dei poligoni ottenuti.
7. Ripeti la tua esperienza, in classe o a casa, con altri poligoni (un pentagono che poi modificherai, un esagono, ecc.), disegnando su carta.
8. Osserviamo in classe il materiale prodotto (punti 4 e 7) e discutiamo per una classificazione delle figure.
9. Scegliamo le definizioni e completiamo le conclusioni.

CONCLUSIONI

Poligono ……..........…….. =

Poligono ………..…........... =

Poligono ………..…........... =

▼ Scheda 2 "Ricerca di relazione"

PROBLEMA

"Qual e` la formula che rappresenta la relazione fra il numero massimo *na* di angoli concavi di un **poligono concavo** e il numero *nl* dei suoi lati?"

Fase 1 : Ricerca con Tabella

1 Costruisci un ***quadrilatero*** utilizzando quattro segmenti consecutivi (CREAZIONE - SEGMENTO - ALT A) che formino una spezzata chiusa.
2. Chiama A, B, C, D i vertici del quadrilatero (EDIZIONE - NOMI).
3. Sposta i vertici con il cursore e modifica la forma del poligono a tuo piacere.
4. Cessa di modificare la figura quando ottieni un poligono concavo.
5. Misura l'ampiezza degli angoli interni (ricorda che CABRI considera solo angoli $\leq 180°$) (DIVERSI - SEGNA UN ANGOLO - MISURA).
6. Quanti angoli concavi può avere al massimo un quadrilatero? ....
7. Ora trasforma il quadrilatero in ***pentagono*** e poi in ***esagono*** cancellando un lato (DIVERSI-SOPPRIMI UN OGGETTO - ...) e sostituendolo con due lati. Ripeti le operazioni 3, 4, 5.
8. Quanti angoli concavi può avere al massimo un pentagono? .... ed un esagono? ....
9. Completa la tabella fino all'esagono:

n.lati (*nl*)	n. tot. angoli interni [*nt*]	n. min. angoli convessi [*na'*]	n.max angoli concavi [*na*]
3			
4			
5			
6			

10. Nei poligoni che hai costruito, gli angoli concavi possono essere uno di seguito all'altro? ....
11. Muovi comunque i vertici del poligono in modo da disporre, uno di seguito all'altro, tutti gli angoli concavi da te trovati.
12. Ora che li hai così disposti, sei sicuro di averli individuati tutti? ....
13. Stampa o disegna su un foglio i poligoni che possono avere angoli concavi.
14. Osserva bene la tabella. Sei capace di scrivere la formula richiesta dal problema? .... Se la tua risposta e` "sì", vai alla conclusione e completa la formula. Se la tua risposta è "no", utilizza il procedimento indicato nei punti seguenti.
15. Osserva la terza colonna della tabella. Qual è il numero minimo degli angoli interni convessi (*na'*) nel quadrilatero ...., nel pentagono .... e nell'esagono? .... Pensi che tale numero cambi all'aumentare del numero dei lati? ....
16. Come varia il numero massimo degli angoli interni concavi?
17. Con quale operazione ricaverai, dunque, *na* conoscendo il numero totale degli angoli *nt* ed il numero minimo degli angoli interni convessi *na'*? ....

CONCLUSIONE

La formula richiesta, ricavata dalla tabella, è dunque: *na* = ...

Fase 2 : Controllo della formula

1. Controlla la formula trovata per *nl* = 7. Quale valore ottieni in questo caso per *na*? Completa:

$na\,(7)_{\text{formula}}$ = ...

2. Adesso, costruisci un ***ettagono*** e, con il metodo grafico adoperato nella fase 1, ricava di nuovo il valore di *na*. Completa:

$na\,(7)_{\text{figura}}$ = ...

3. Come sono i valori $na\,(7)_{\text{formula}}$ e $na\,(7)_{\text{figura}}$? ....

4. Se vuoi, puoi effettuare in modo analogo altri controlli.
5. Quanti altri controlli hai fatto? ....

Fase 3 : Uso della formula

1. Utilizzando la formula trovata nella fase 1, rispondi alla domanda seguente:
   Quanti angoli concavi può avere al massimo un poligono di 35 lati? *na (35)* = ...

Fase 4 : Ricerca con grafico

1. Riporta la prima e l'ultima colonna della tabella su un piano cartesiano, con *nl* in ascissa e *na* in ordinata. Usa un foglio a quadretti.
2. Qual è il tipo di formula adatto a rappresentare la relazione descritta dal grafico? Completa: *na* = ...
3. In questa formula, quali sono le variabili? ....
4. E quali sono i valori costanti (che non cambiano)? ....
   Ricava anche dal grafico tali valori: ....

CONCLUSIONE

La formula richiesta, ricavata dal grafico, è dunque:

na = ...

Fase 5 : Confronto metodi

1. I due metodi (con Tabella / con Grafico) portano allo stesso risultato? ....
2. Quale dei due metodi è più facile, secondo te? ....
3. Quale è più veloce? ....

▼ Scheda 3 "Ricerca di relazione"

PROBLEMA

" Qual è la formula che rappresenta la relazione fra la somma degli angoli interni *sa* e il numero dei lati *nl* di un **poligono convesso**, cioè *sa*(*nl*)?"

Fase 1 : Ricerca sperimentale per nl = 3

1. Disegna sullo schermo un triangolo qualunque e chiamalo Fig. 1.
2. Attribuisci un nome a ciascun vertice (ad esempio A, B, C).
3. Misura l'ampiezza di ciascun angolo interno e scrivi nella tabella che segue questi dati con l'errore (tieni conto che la sensibilità di CABRI come strumento di misura delle ampiezze è di 1^0); calcola la loro somma e scrivi nell'ultima colonna il risultato con l'errore.

Figura n° [*nf*]	Ampiezza degli angoli (°)			Somma delle ampiezze (°) [*sa*]
	α	β	γ	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				

4. Deforma il triangolo, ottenendo una seconda figura (Fig. 2), calcola la somma delle nuove ampiezze e scrivi dati e risultati in tabella.
5. Ripeti più volte l'operazione del punto 4 (Fig. 3, ... Fig. n con n>4).
6. Disegna un grafico ponendo in ascissa *nf* e in ordinata *sa*. Usa un foglio a quadretti e scegli per la scala dell'asse verticale l'unità pari ad un quadretto; per il punto iniziale di questa scala scegli un valore opportuno, che dovrà essere molto maggiore di zero.
7. Qual è la somma sa_3 degli angoli interni di un triangolo? Troverai la risposta osservando il livello della retta tracciata e leggendone il valore sull'asse verticale.

   sa_3 (somma delle ampiezze degli angoli interni in un triangolo) =

Fase 2 : Ricerca sperimentale per nl > 3

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo scelga un poligono convesso con *nl* > 3 , possibilmente diverso da quello degli altri gruppi
2. Ripeti le operazioni dei punti 2, 3, 4, 5 e completa una tabella come la precedente, adattandola al numero dei lati che hai. Per le ampiezze degli angoli usa lettere dell'alfabeto greco: α, β, γ, δ, ε, φ, λ, μ, ν, π, ρ, σ, τ, ...
3. Qual è la somma delle ampiezze degli angoli del tuo poligono (con errore)? ....

Fase 3 : Tabella (→ Grafico) → Formula

1. Scrivi il risultato della fase 1 e tutti i risultati della fase 2 (il tuo e quelli dei compagni) nella seconda colonna della tabella che segue (*nl* è il numero dei lati del poligono).
2. Osserva la tabella. Puoi già ricavare la formula che esprime la relazione fra *sa* e *nl* ? ....
3. Se la tua risposta è "sì", completa:

   sa = ...[formula sperimentale ricavata da tabella]
4. Se la tua risposta è "no", prova con il metodo grafico descritto nei punti successivi. Anche se hai risposto "sì" puoi provare ugualmente; il risultato che otterrai servirà da controllo.

5. Riporta in grafico su carta millimetrata *sa* con l'errore, in funzione di *nl* (Traccia l'asse orizzontale ad una altezza di circa 1/4 dell'altezza del foglio - Scegli il valore zero di entrambe le scale nell'origine degli assi - Scegli sui due assi opportune unità, diverse fra loro)
6. Puoi tracciare una retta che attraversi almeno 2/3 dei "punti" sperimentali? ....
7. Se "sì", ricava da essa prima il tipo di formula, poi il valore delle costanti e infine la formula che esprime la relazione fra *sa* e *nl* .
8. Scrivi il risultato, completando la formula:
   sa =....................................... [formula sperimentale ricavata da grafico]

nl	*sa* (°)
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Fase 4 : Ricerca teorica, a partire da un assunto iniziale

1. Nei testi di geometria si trova per i triangoli che: *sa* = 180°[formula teorica ricavata da testo]
2. Usiamo questo valore per compilare la prima riga della tabella seguente:

numero lati [*nl*]	numero triangoli [*nt*]	somma ampiezze (°) [*sa*]
3	*1*	*1•180= 180*
4		
5		
6		
7		
8		

3. Adesso, disegna SU CARTA una serie di poligoni convessi con 4, 5, 6, ... lati e per ciascuno di essi disegna ***tutte*** le diagonali che escono da ***un solo*** vertice. Esse dividono ciascun poligono in triangoli.
4. Osserva bene un poligono (comincia dal quadrilatero). Conta i triangoli e compila la seconda colonna della seconda riga.
5. Osserva che le diagonali hanno diviso non solo il quadrilatero in triangoli, ma anche gli angoli del quadrilatero in angoli del triangolo. Allora, tenendo conto del valore di *sa* per il triangolo, qual e` il suo valore per il quadrilatero? .... Compila la terza casella della seconda riga con il prodotto di un numero naturale per un fattore costante.
6. Ripeti le operazioni descritte nei punti 4 e 5 per ***tutti gli altri poligoni*** e completa la tabella.
7. Infine, osserva la tabella e completa la formula:
   sa =.. [formula teorica]

Fase 5 : Confronto Formula teorica - Formula sperimentale

1. Riporta in grafico la relazione *sa* (*nl*) espressa dalla formula teorica, prendendo i dati dalla prima e terza colonna dell'ultima tabella. Usa il grafico su carta millimetrata descritto nella fase 3.
2. Che cosa puoi concludere osservando il grafico? ....

CONCLUSIONI

- La risposta sperimentale al problema è data dalla formula seguente: *sa* =
- La risposta teorica al problema è costituita dalla formula seguente: *sa* =
- La due formule sono da considerare .... entro l' ....

Scheda 4 "Ricerca di relazione"

PROBLEMA

"La formula relativa a poligoni convessi che lega il numero dei lati alla somma delle ampiezze degli angoli interni (trovata nella scheda 3) vale anche per **poligoni concavi**?"

IPOTESI ....

VERIFICA

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo dovrà occuparsi di poligoni concavi con numero di lati fissato, scelto nella serie: 4, 5, 6, 7, ...
2. Disegna sullo schermo il poligono con il numero di lati assegnato, attribuisci un nome a ciascuno dei suoi vertici (chiamalo Fig. 1).
3. Misura l'ampiezza di ciascun angolo interno.
4. Compila una tabella che abbia nella prima colonna il nome della figura, nelle colonne successive le ampiezze di ciascun angolo e nell'ultima colonna la somma delle ampiezze.
5. Deforma il poligono (purché rimanga concavo) e ripeti le operazioni 3 e 4.
6. Ripeti più volte le operazioni del punto 5 (otterai le Fig. 2, 3, 4 ....).
7. Se incontri questioni che ti sembrano complicate, discutine con gli altri gruppi. Se necessario, interrompete il lavoro e discutete con l'insegnante.
8. Scrivi le conclusioni e allega una relazione sul lavoro svolto, giustificando e documentando le tue scelte.

CONCLUSIONI

- L'ipotesi fatta è ....

- La relazione richiesta è la seguente: *sa* =

Scheda 5 "Da una ricerca nascono problemi?"

PROBLEMA

"Quali problemi nascono dalla ricerca della relazione fra la somma delle ampiezze degli angoli interni e il numero dei lati, nel caso dei **poligoni intrecciati**?"

Ricerca per nl = 4

1. Costruisci un **quadrilatero convesso** (Fig. 1).
2. Assegna ai vertici i nomi A, B, C, D in senso orario e in modo che il vertice D sia il piu` a sinistra.
3. Nella tabella successiva sono stati scelti, per le ampiezze degli angoli interni, i simboli seguenti :

   α per l' angolo di vertice A

   β per l' angolo di vertice B

   γ per l' angolo di vertice C

   δ per l' angolo di vertice D
4. Misura l'ampiezza di tutti gli angoli interni e registra nella prima riga della tabella le misure con l'errore (tieni conto che CABRI , come strumento di misura di ampiezze, ha la sensibilita` di 1^0)
5. Calcola la loro somma e scrivi il risultato con l'errore nell'ultima casella della prima riga.

Tab. 1

Fig. n	α (°)	β (°)	γ (°)	δ (°)	*sa* (°)
1					
2					
3					

6. Ora, trascina il punto D verso destra finché il quadrilatero sarà diventato **concavo** (Fig. 2).
7. Misura l'ampiezza di tutti gli angoli interni, calcola la somma con l'errore e compila la seconda riga della tabella.
8. Trascina ancora il punto D verso destra finché il quadrilatero sarà diventato **intrecciato** (Fig. 3).
9. Misura α, β, γ, δ, calcola la somma con l'errore e compila la terza riga della tabella.
10. Cosa osservi nella sesta colonna della tabella? ....
....
11. Poiché l'anomalia registrata è stata osservata in un solo caso di quadrilatero intrecciato, prova con altri quadrilateri intrecciati, seguendo le istruzioni che seguono.
12. Copia la somma delle ampiezze degli angoli relativa al quadrilatero intrecciato n°1 nella seguente Tab. 2**.**

Tab.2

Quadrilatero intrecciato	1	2	3	4	5	6
somma delle ampiezze $\alpha, \beta, \gamma, \delta$						

13. Disegna sullo schermo altri due o tre quadrilateri intrecciati e, per tutti, misura α, β, γ, δ, calcola la somma *sa* con l'errore e scrivi i risultati nella tabella 2.
14. Che cosa osservi? ....

15. Adesso, prova ad eseguire il lavoro descritto nei punti seguenti.
16. Considera ogni quadrilatero intrecciato come l'insieme di due triangoli e misura le ampiezze ϕ e ρ dei due angoli opposti al vertice che si sono formati. Registra i risultati nelle colonne ϕ e ρ della tabella 2.
17. Adesso calcola per ogni quadrilatero inrecciato la somma di *sa* + ϕ + ρ e compila l'ultima colonna con l'errore.

Quadrilatero intrecciato	*sa* ($\alpha + \beta + \gamma + \delta$)	ϕ	ρ	*st* (*sa* + ϕ + ρ)

18. Confronta i valori dell'ultima colonna. Cosa concludi? ....
....
....
19. Qual è la domanda che ti poni a questo punto? ....
....
....
20. Se ti poni altre domande, scrivile. Quando anche i tuoi compagni avranno terminato questa fase del lavoro, leggeremo le domande di tutti e le discuteremo. Concorderemo un elenco comune e lo scriveremo nelle conclusioni
....
....
....
....
....
....
....
....

CONCLUSIONI

Dall'argomento studiato nascono i seguenti problemi:

1.

2.

3.

4.

5.

6.

Scheda 6 "Ricerca di relazione"

PROBLEMA

"Ora sappiamo prevedere la somma degli angoli interni dei poligono a partire dal numero dei lati. Esiste la possibilità di prevedere la somma delle ampiezze degli angoli esterni nei **poligoni convessi**?"

IPOTESI ....

VERIFICA

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo dovrà occuparsi di poligoni convessi con numero di lati fissato, scelto nella serie: 3, 4, 5, 6, 7, ...
2. Disegna sullo schermo il poligono con il numero di lati assegnato, attribuisci un nome a ciascuno dei suoi vertici (chiamalo Fig. 1).
3. Misura l'ampiezza di ciascun angolo esterno.
4. Compila una tabella che abbia nella prima colonna il nome della figura, nelle colonne successive le ampiezze di ciascun angolo esterno e nell'ultima colonna la somma di tali ampiezze.
5. Deforma il poligono (purché rimanga convesso) e ripeti le operazioni 3 e 4.
6. Ripeti più volte le operazioni del punto 5.
7. Scrivi le conclusioni e allega una relazione sul lavoro svolto, giustificando e documentando le tue scelte.

CONCLUSIONI

- L'ipotesi fatta è ....
- La relazione richiesta è la seguente: *se* =

Scheda 7 "Ricerca di relazione"

PROBLEMA 1

"Qual è la formula che esprime la relazione fra il numero *nd* delle diagonali di un **poligono convesso** ed il numero *nl* dei suoi lati?"

Fase 1 : Ricerca sperimentale

1. Disegna SU CARTA una serie di poligoni convessi di 3, 4, 5, 6, 7 lati.
2. Chiama ordinatamente i vertici con le lettere successive dell'alfabeto (A,B,C, ...).
3. Cominciando dal vertice A, traccia da esso in nero tutte le diagonali; procedi allo stesso modo con i vertici successivi e usa un colore se devi ripercorrere una diagonale già tracciata.
   Quante sono le diagonali che hai colorato in ogni poligono? ....
   Quante volte hai tracciato ogni diagonale? ....
4. Osserva attentamente le figure e completa la tabella seguente Tab. 1. (Per contare rapidamente tutte le diagonali di ogni poligono puoi scrivere un numero progressivo su ciascune di esse).

(Tab. 1)

n° lati [*nl*]	n° diagonali da ogni vertice [*ndv*]	n° totale diagonali [*nd*]
3		
4		
5		
6		
7		

5. Con l'aiuto della tabella vogliamo stabilire la relazione fra le grandezze *nd*, *ndv* e *nl*.
   Osserva la seconda e la terza colonna della tabella, riguarda le figure, rileggi di nuovo le domande e le risposte del punto 3; prova a completare la formula seguente secondo una tua ipotesi:
   nd = ...
7. Prosegui il lavoro con le istruzioni seguenti per controllare la tua ipotesi o per scrivere la formula precedente se non sei riuscito.
8. Osserva la seconda colonna della tabella e rispondi:
   Perché da ciascun vertice di un quadrilatero (*nl* = 4) esce ***solo*** .... diagonale?
   ....
   ....
   Perché da ciascun vertice di un pentagono (*nl* = 5) escono ***solo*** .... diagonali?
   ....
   ....
   Che relazione puoi ricavare fra il numero delle diagonali che puoi tracciare da ogni vertice ed il numero dei vertici (e quindi dei lati)? Scegli la relazione corretta fra le seguenti:

   a) *ndv* = *nl* - 3 b) *ndv* = *nl* c) *ndv* = *nl* -2

9. Moltiplica, per ogni poligono, il numero dei vertici e quindi dei lati, per il numero delle diagonali che escono da ogni vertice e completa la Tab. 2.
   nv • *ndv* (per *nl* = 4) = ...

nl	4	5	6	7
nv•ndv				

10. Confronta, per ogni poligono, il numero totale delle diagonali e il prodotto ottenuto. Che cosa osservi? ....
   ....
   ....

11. Ricordi quante volte hai disegnato ciascuna diagonale? ....
12. Allora dovrai .... il prodotto ottenuto per .... per ottenere il numero totale delle diagonali di un poligono.

CONCLUSIONE

La formula che esprime la relazione fra il numero delle diagonali di un **poligono convesso** ed il numero dei suoi lati è la seguente:

nd = ...

Fase 2 : Controllo della formula

1. Controlla la formula trovata per $nl = 8$. Quale valore ottieni in questo caso per nd? . Completa:

$nd(8)_{\text{formula}}$ = ...

2. Adesso disegna un ottagono e, con il metodo grafico adoperato nella fase 1, traccia e conta di nuovo le diagonali. Completa:

$nd(8)_{\text{figura}}$ = ...

3. Come sono i due valori? ....

PROBLEMA 2

“ La formula trovata, vale anche per i **poligoni concavi**?”

1. Prova a dare una risposta dopo aver costruito CON CABRI gli stessi poligoni e dopo aver colorato le diagonali costruite con un solo colore o, quando è possibile, con un colore per ogni vertice.
2. Sposta un solo vertice; che cosa succede delle diagonali quando il poligono diventa concavo?
   ....

Cambia il loro numero? ....

3. Sei in grado ora di scrivere la relazione anche in questo caso?

nd = ...

Scheda 8 "Osservazione di figure"

PROBLEMA 1

"Quale figura si osserva nella **zona centrale di un poligono regolare**, dopo aver tracciato tutte le sue diagonali?"

IPOTESI

Prova a formulare la tua ipotesi di risposta compilando la tabella seguente, cioe` descrivendo le "figure centrali" che secondo te si formano al centro di un poligono regolare dopo aver tracciato tutte le sue diagonali:

(Tab. 1)

Poligoni regolari	*nl*	Figure centrali formate dalle diagonali
Triangolo equilatero	3	
Quadrato	4	
Pentagono regolare	5	
Esagono regolare	6	
Ettagono regolare	7	
Ottagono regolare	8	
Ennagono regolare	9	
Decagono regolare	10	
Undecagono regolare	11	
Dodecagono regolare	12	

Fase 1: Verifica a classe intera

1. Riflettiamo sul caso in cui il poligono regolare è un triangolo equilatero. Questo tipo di poligono possiede diagonali? ....
2. Allora, il triangolo equilatero possiede / non possiede una figura centrale (scegli una alternativa e cancella l'altra).

Fase 2: Verifica a gruppi

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo si occupera` di un tipo di poligono. Scegliete *nl* fra i seguenti valori: 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...
2. Richiama dal dischetto della classe il poligono regolare con il nome uguale al numero dei lati del poligono scelto dal tuo gruppo.
3. Disegna tutte le diagonali
4. Osserva la figura centrale. Nel caso che la figura centrale sia un poligono, ti conviene costruire i suoi punti-vertice, cancellare le diagonali e costruire i lati del poligono centrale. In questo caso, salva la figura scrivendo la lettera P accanto al numero (esempi di nomi: 5P, 11P, ecc.)
5. Compila la riga della tabella 2 che riguarda il tuo poligono. (Tab. 2)

Poligoni regolari	*nl*	Figure centrali
Triangolo equilatero	3	
Quadrato	4	
Pentagono regolare	5	
Esagono regolare	6	
Ettagono regolare	7	
Ottagono regolare	8	
Ennagono regolare	9	
Decagono regolare	10	
Undecagono regolare	11	
Dodecagono regolare	12	

Fase 3 : Raccolta dati e discussione

1. Detta ai tuoi compagni il contenuto della tua riga della tabella 2.
2. Scrivi nella tabella 2 i contenuti delle altre righe, man mano che ti vengono dettati dai tuoi compagni.

3. Confronta la Tab. 2 con la Tab. 1 e, se necessario, discuti con i compagni.
4. Concordiamo tutti insieme le conclusioni.

CONCLUSIONI

- Le tue ipotesi sono risultate globalmente ....
- La figura centrale di un triangolo equilatero ....
- La figura centrale di un poligono regolare con ....
- La figura centrale di un poligono regolare con ....

PROBLEMA 2

“Le figure centrali dei poligoni regolari con *nl* dispari sono anch’esse poligoni regolari?”

IPOTESI...

VERIFICA

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo si occuperà di un poligono regolare con *nl* diverso da quello dei compagni. Scegliete fra i valori seguenti: 5, 7, 9, 11, ...
2. Richiama dal dischetto della classe il poligono regolare con il nome uguale al numero dei lati del poligono scelto dal tuo gruppo, seguito da P (es.: 5P, 7P, ...).
3. Ingrandisci la figura (tasto P) in modo che il poligono centrale occupi gran parte dello schermo.
4. Misura la lunghezza di tutti i lati del poligono centrale e confronta i valori ottenuti. Queste lunghezze sono da considerare uguali entro l’errore, o diverse? ....
5. Misura l’ampiezza di tutti gli angoli del poligono centrale e confronta i valori ottenuti. Queste ampiezze sono da considerare uguali entro l’errore, o diverse? ....
6. Allora, il tuo poligono centrale è un poligono regolare? ....
7. Cancella gli angoli dalla tua figura e salvala aggiungendo al nome la lettera M (es.: 5PM).
8. Stampa la figura.

CONCLUSIONI

- L’ ipotesi fatta è ....
- La figura centrale di un poligono regolare con *nl* .... è ....

Scheda 9 "Ricerca di proprietà"

PROBLEMA
"Cosa succede al perimetro dei **poligoni regolari** al crescere del numero dei lati, e rimanendo costante il raggio del cerchio circoscritto?"

IPOTESI..

VERIFICA

Fase 1: Tabella

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo si occuperà di un tipo di poligono. Scegliete *nl* fra i seguenti valori: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...
2. Richiama dal dischetto della classe il poligono regolare con il nome uguale al numero dei lati del poligono scelto dal tuo gruppo, seguito da C, ad esempio: 5C.
3. Costruisci il centro e il raggio del cerchio circoscritto al poligono.
4. Misura la lunghezza del raggio e disponi il numero che esprime tale misura vicino al centro.
5. Concorda con i compagni l'ingrandimento massimo che permette di vedere sullo schermo tutti i poligoni e le circonferenze, ***con uguale raggio*** (usa il tasto P per ingrandire la figura e il tasto M per rimpicciolirla).
6. Misura la lunghezza di tutti i lati del poligono e controlla che tutte le misure siano uguali ***entro l'errore***. Salva aggiungendo R al nome (es.: 5CR) e stampa.
7. Calcola *p* cioè la lunghezza, con errore, del perimetro del poligono e *c* della circonferenza (quest'ultima sarà uguale per tutti i poligoni) e registra i risultati nella riga opportuna della tabella seguente:
8. Detta ai tuoi compagni il contenuto della tua riga della tabella.
9. Scrivi nella tabella i contenuti delle altre righe, man mano che ti vengono dettati dai tuoi compagni.

nl	*p (cm)*	*c (cm)*
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		

Fase 2 : Grafico

1. Riporta in grafico, su carta millimetrata, i valori di *c* in funzione di *nl* prendendo i dati della tabella. Osserva che, essendo *c* un valore costante a meno dell'errore, i punti di tale grafico appartengono ad una retta............................... all'asse delle ascisse: traccia tale retta.
2. Riporta in grafico *p* in funzione di *nl* nello stesso riferimento del grafico precedente.
3. Osserva il secondo grafico. Cerca di capire qual è la tendenza di *p(nl)* al crescere di *nl* e disegna la curva.
4. Discutiamo tutti insieme i risultati di tutti i gruppi. Concordiamo e scriviamo le conclusioni.

CONCLUSIONI
- L' ipotesi fatta è ....
- La lunghezza del perimetro dei poligoni regolari, al crescere del numero dei lati e rimanendo costante il raggio del cerchio circoscritto, diventa ....

Scheda 10 "Ricerca di proprietà"

PROBLEMA

"Come varia il perimetro del **poligono centrale di un poligono regolare** con *nl* .... e maggiore di 3, al crescere del numero dei lati, e rimanendo costante il raggio del cerchio circoscritto?"

IPOTESI ....

VERIFICA

Fase 1 : Tabella

1. Dividetevi in gruppi. Ogni gruppo si occuperà di un tipo di poligono. Scegliete *nl* fra i seguenti valori: 5, 7, 9, 11, ...
2. Richiama dal dischetto della classe il poligono regolare con il nome uguale al numero dei lati del poligono scelto dal tuo gruppo, seguito da PM, ad esempio: 5PM.
3. Costruisci il centro e il raggio del cerchio circoscritto al poligono iniziale (quello esterno).
4. Misura la lunghezza del raggio e disponi il numero che esprime tale misura vicino al centro.
5. Ingrandisci il più possibile il poligono centrale (il poligono esterno uscirà dallo schermo) (Usa i tasti P ed M per ingrandire e rimpicciolire).
6. Concorda con i compagni l'ingrandimento massimo che permette di vedere sullo schermo tutti i poligoni centrali, ***con uguale raggio del cerchio circoscritto.***
7. Misura la lunghezza di tutti i lati del poligono centrale e controlla che tutte le misure siano uguali ***entro l'errore.*** Salva aggiungendo R al nome (es.: 5PMR) e stampa.
8. Calcola *p* cioè la lunghezza, con errore, del perimetro del poligono centrale e registra i risultati nella riga opportuna della tabella seguente:
9. Detta ai tuoi compagni il contenuto della tua riga della tabella.
10. Scrivi nella tabella i contenuti delle altre righe, man mano che ti vengono dettati dai tuoi compagni.

nl	*p (cm)*
5	
7	
9	
11	

Fase 2 : Grafico

1. Riporta in grafico *p(nl)* dalla tabella, su carta millimetrata.
2. Osserva il grafico. Cerca di capire qual è la tendenza della curva *p(nl)* al crescere di *nl* e disegnala.
3. Discutiamo tutti insieme i risultati di tutti i gruppi. Concordiamo e scriviamo le conclusioni.

CONCLUSIONI

- L' ipotesi fatta è ....
- La lunghezza del perimetro del poligono centrale di un poligono regolare con *nl* .... e .... , al crescere del numero dei lati e rimanendo costante il raggio del cerchio circoscritto, diventa uguale a ....
- Il poligono centrale di un poligono regolare con *nl* .... e .... , al crescere del numero dei lati e rimanendo costante il raggio del cerchio circoscritto, diventa ....

Con Cabri-géomètre

è possibibile anche

sperimentare il metodo che caratterizza la ricerca.

In questo percorso didattico

vengono affrontate alcune

proprietà importanti

dei poligoni.

La compilazione delle

schede di lavoro e

l'esplorazione delle figure,

disegnate e modificate

in tempo reale

sul monitor grazie a Cabri,

favoriranno la corretta formulazione

di relazioni e proprietà.

I.R.R.S.A.E. Emilia Romagna - Sezione Scuola Media

Supplemento al n. 2 marzo - aprile 1998, di INNOVAZIONE EDUCATIVA bollettino bimestrale dell'Istituto Regionale di Ricerca, Sperimentazione, Aggiornamento Educativi dell'Emilia Romagna. Registrazione Trib. Bo n. 4845 del 24-10-1980. Direttore resp. Giancarlo Cerini, proprietà IRRSAE - Emilia-Romagna.