

CABRI IRRSAE

Bollettino degli utilizzatori di CABRI-geometre e di altri software matematici

Settembre 1998 - N. 17

S O M M A R I O

Cabri discusso

- Un quesito di maturità scientifica

Come fare

- Composizione di due simmetrie assiali
- Il piano cartesiano. Simmetria assiale. Traslazione. Simmetria centrale
- Il moto dei satelliti
- Il moto dei proiettili
- Dalla prospettiva piana alla geometria proiettiva

Proposte di lavoro

- La riga proibita

Da abraCAdabri

- I solidi di Platone

Indirizzo

Bollettino CABRI IRRSAE

IRRSAE-Emilia Romagna

Via Ugo Bassi, 7 - 40121 Bologna

Tel. (051)22.76.69 - Fax (051)26.92.21

E-mail: cabri@arci01.bo.cnr.it

<http://arci01.bo.cnr.it/cabri/>

Gruppo di discussione:

E-mail: cabrinews@arci01.bo.cnr.it

Fardiconto:

<http://arci01.bo.cnr.it/fardiconto/>

Flatlandia:

<http://arci01.bo.cnr.it/cabri/flatlandia/>

La versione elettronica del bollettino è

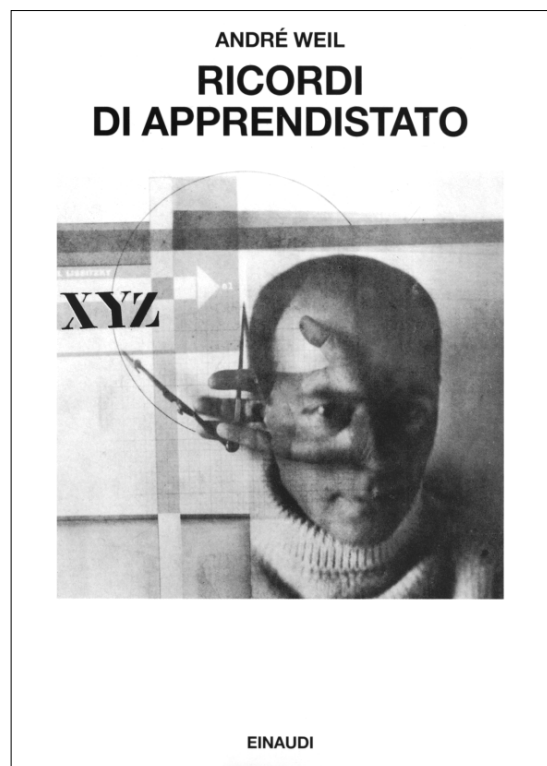
consultabile a questo indirizzo:

<http://arci01.bo.cnr.it/cabri/rivista.html>



I.R.R.S.A.E.

Emilia-Romagna



Il numero di software didattici, nel campo della matematica, e dei loro utilizzatori è in continuo aumento. A partire da questo numero riteniamo opportuno affiancare ad esperienze degli utilizzatori di Cabri-

géomètre, altre esperienze prodotte da insegnanti che ricorrono all'utilizzo di software matematici diversi da Cabri, quali ad esempio, G-Lab, Derive, Maple, MathView, Mathematica, Sketchpad, Cartesio, ...

Cabri discusso

Un quesito di maturità scientifica sperimentale illustrato con Cabri e MathView

di *Giovanni Margiotta*

Liceo Scientifico "Francesco d'Assisi" Roma

Illustro il primo quesito del tema di matematica della maturità scientifica PNI:

In un piano riferito ad un sistema di assi cartesiani ortogonali Oxy sono dati i punti $A(-1,0)$ e $B(1,0)$. Il candidato :

a) scriva l'equazione di Γ_1 , luogo dei punti per cui è uguale a $2\sqrt{2}$ la somma delle distanze da A e da B , e l'equazione di Γ_2 , luogo dei punti per cui è uguale a $\sqrt{2}$ la distanza da B ;

b) verifichi che Γ_1 e Γ_2 hanno due punti C e D in comune e dimostri che CBD è un triangolo rettangolo;

c) determini, eventualmente sfruttando la simmetria della curva Γ_1 rispetto all'asse delle ordinate, l'area della regione finita di piano S delimitata dagli archi di Γ_1 e di Γ_2 appartenenti al semipiano $y > 0$ e dai segmenti VW e $V'W'$, essendo V, V' e W, W' i punti d'intersezione dell'asse delle ascisse rispettivamente con Γ_1 e con Γ_2 (V e W di ascissa positiva);

d) considerato il solido T che si ottiene facendo ruotare S di un giro completo attorno all'asse delle ascisse, scriva la funzione $f(x)$ che esprime l'area della sezione di T con il piano perpendicolare all'asse delle ascisse e passante per il punto $P(x,0)$, distinguendo le varie posizioni di P , e disegni la curva Λ di equazione $y=f(x)$;

e) dica cosa rappresenta per il solido T l'area della parte di piano compresa tra Λ e l'asse delle ascisse.

Per costruire l'ellisse, utilizzando il punto b), basta applicare al cerchio di centro l'origine e raggio 1 l'affinità omologica⁽¹⁾ di asse la retta $x = 0$ che trasforma B in V , infatti: (vedere figura 1)

1) i punti C e D appartengono all'ellisse, $AC = AD = BC = BD = \sqrt{2}$ poichè i punti A e B sono simmetrici rispetto all'asse delle ordinate;

2) il punto V di ascissa $\sqrt{2}$ appartiene all'ellisse.

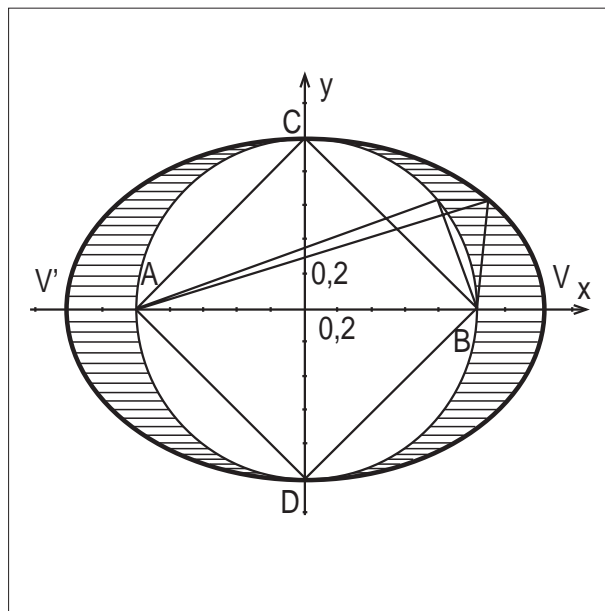


figura 1

Visualizzo il punto c):

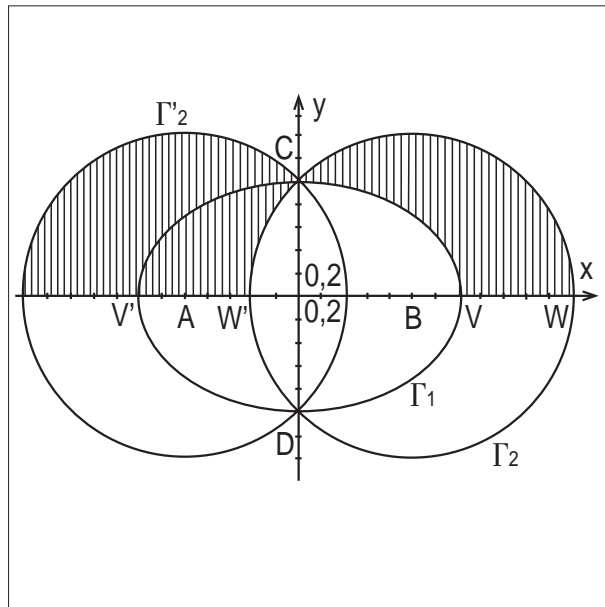


figura 2

(¹) CABRIRRSAE n. 12, n. 15

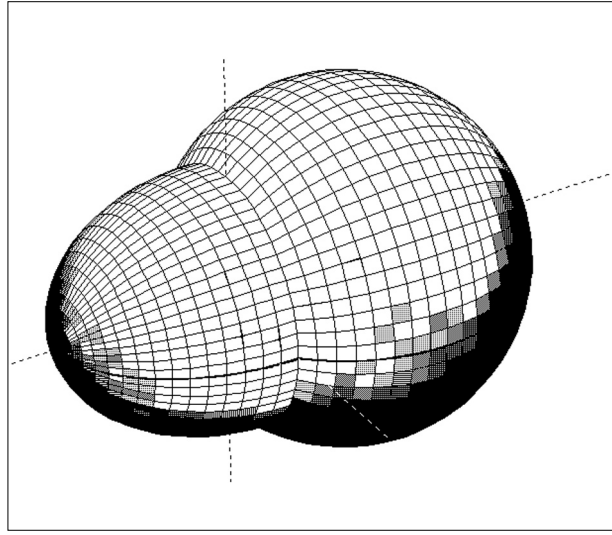


figura 3

Effettuo una sezione rispetto al piano xz

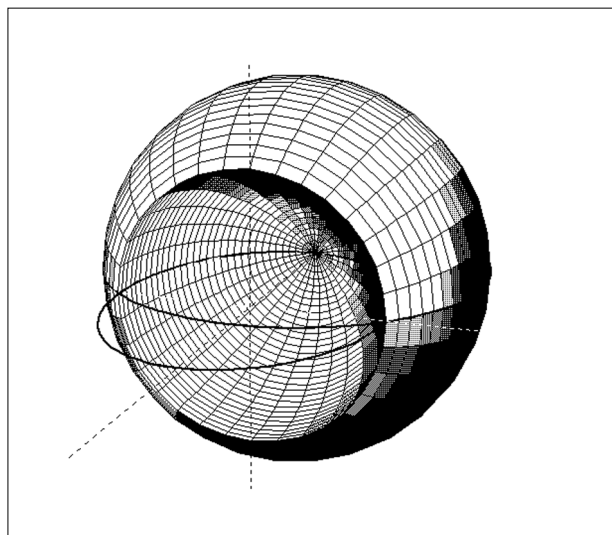


figura 4

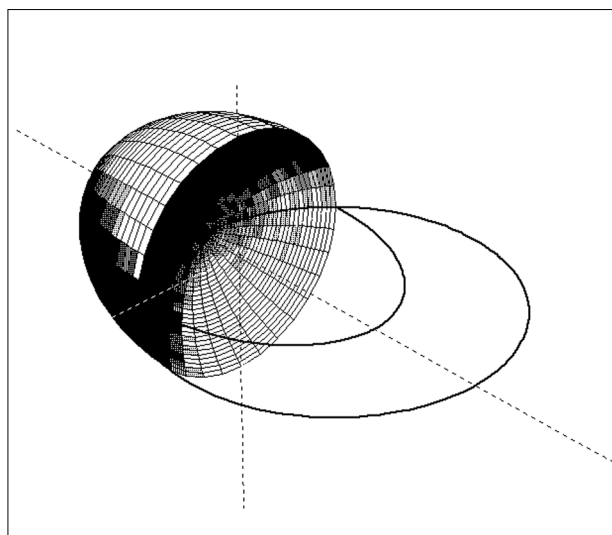


figura 5

segmenti perpendicolari all'asse delle ascisse individuati dalla regione S:

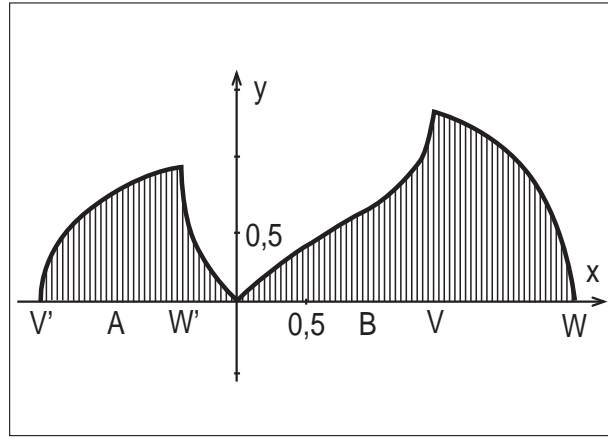


figura 6

Ruoto la figura di un giro completo rispetto all'asse delle ascisse:

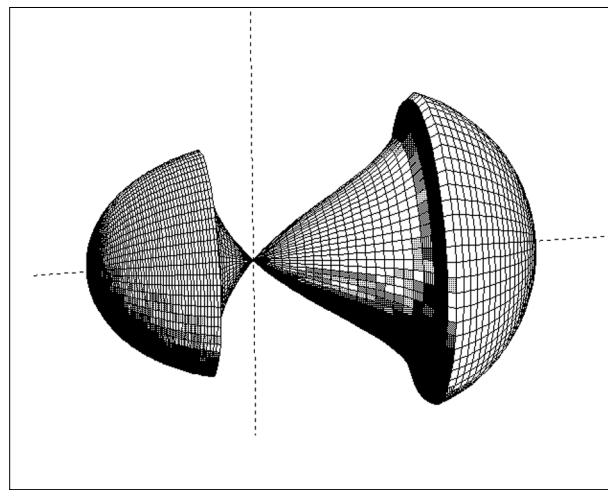


figura 7

La figura vista dall'origine degli assi:

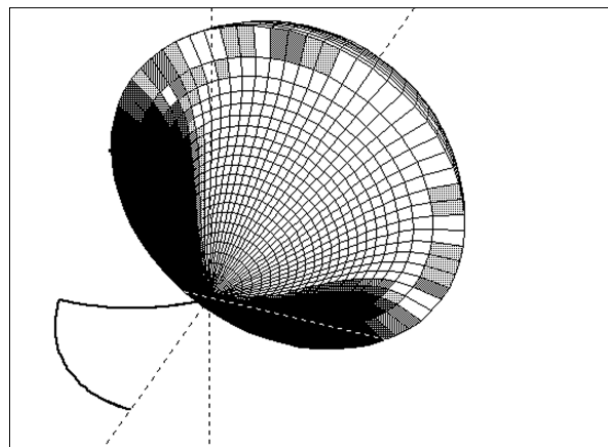


figura 8

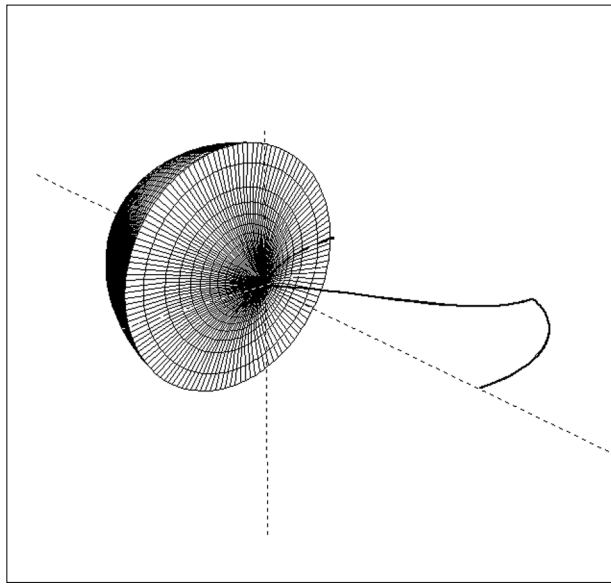


figura 9

Ed infine la funzione che esprime l'area delle sezioni dei due solidi:

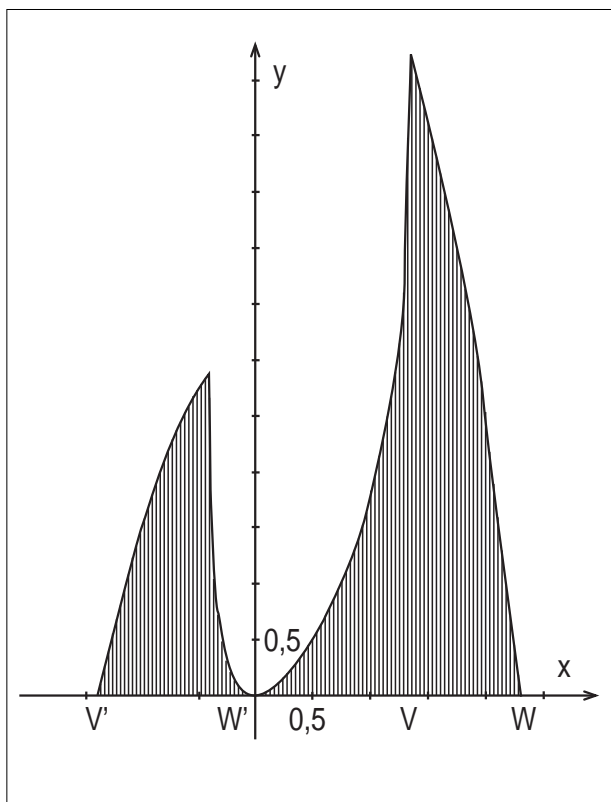


figura 10

4

Un'ultima osservazione: se ruoto di un giro completo rispetto all'asse delle ascisse la regione di piano S' (vedere figura 2) delimitata dagli archi di Γ'_2 e di Γ_2 appartenenti al semipiano

$$\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
 ottengo un solido che ha lo stesso volume dei precedenti (vedere figura 11)

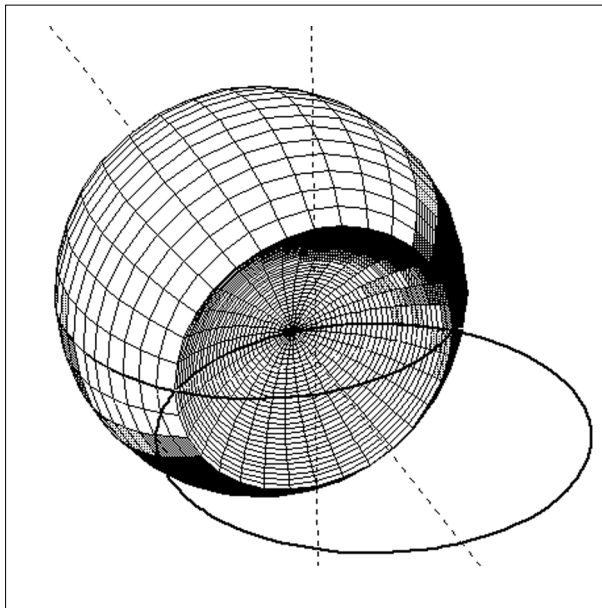


figura 11

Come fare



Composizione di due simmetrie assiali

di Anna Strolin Franzini
Scuola Media "Guido Reni" Bologna

In questo articolo vengono presentate due schede di lavoro, per studenti di seconda media, che guidano alla definizione della trasformazione risultante di due simmetrie assiali. Le trasformazioni vengono applicate a un triangolo. La prima scheda esamina il caso in cui i due assi di simmetria siano paralleli, la seconda esamina il caso in cui gli assi siano incidenti.

Nella prima scheda (Fig. 1) lo studente viene guidato sia a definire la traslazione risultante, individuando la relazione che lega la distanza tra gli assi e il vettore

della traslazione, che a controllare se l'operazione di composizione di simmetrie sia commutativa e possieda l'elemento inverso. Per disegnare il vettore con la versione 1.7 di Cabri occorre caricare la MACRO Vettore fornita da CABRI stesso.

Nella seconda scheda (Fig. 2) la ricerca della relazione che lega l'angolo tra gli assi di simmetria e l'ampiezza della rotazione risultante porta, come caso particolare, alla definizione della simmetria centrale. Si suggerisce di esplorare quantitativamente solo i casi in cui l'angolo di incidenza tra gli assi sia acuto, per non incorrere in angoli di rotazione maggiori di 180° (CABRI 1.7 misura solo angoli convessi).

Viene poi suggerito un metodo per disegnare figure dotate di un centro di simmetria centrale (Fig. 3). Disegnando le figure con CABRI anziché su carta, gli studenti possono ottenere con grande facilità immagini anche complesse che possono essere modificate variamente con il semplice trascinarsi di punti nel piano. Il colore è sistematicamente utilizzato come codice per distinguere visivamente gli oggetti geometrici disegnati a secondo del ruolo che svolgono nel problema affrontato: verde per i dati, rosso per i risultati del problema, nero (oppure bianco, se lo sfondo è nero) per le costruzioni intermedie.

Una osservazione di carattere didattico sull'attività proposta. Facendo disegnare con CABRI triangoli che si corrispondono nella composizione di simmetrie, la richiesta di formulare una ipotesi di relazione (ad esempio quella tra la distanza degli assi e il vettore traslazione) è legittimata dalla possibilità da parte degli studenti di 'vedere' molti casi di composizione, variando sia il triangolo, sia la distanza e la direzione degli assi. Il suggerire di formulare ipotesi basandosi su un analogo disegno fatto a mano è invece in qualche modo 'diseducativo' in quanto sollecita gli studenti a accontentarsi dell'osservazione di un solo caso per essere autorizzati a definire una relazione e a credere che essa sia comunque valida. Ottimo quindi, in questa come in altre ricerche geometriche, l'uso di CABRI. Resta però l'esigenza di non mortificare l'uso delle mani e degli strumenti da disegno nelle attività di geometria proposte a studenti di Scuola Media inferiore. Si suggerisce quindi di associare alla seduta di laboratorio sulla composizione di simmetrie l'assegnazione di un compito a casa: la produzione con carta e matita delle figure disegnate con CABRI durante l'esecuzione della scheda di lavoro nel laboratorio. In particolare, per quanto riguarda la seconda parte della scheda che porta a definire la rotazione, si suggerisce di ricalcare su carta trasparente il triangolo ABC, cui si applicano le due simmetrie, e il punto O di intersezione tra gli assi (come disegnati eseguendo la scheda) poi, mantenendo le figure perfettamente sovrapposte, di puntare la punta del compasso sul punto O in modo da potere ruotare ABC intorno a O e vedere che esso si sovrappone al triangolo

C , p z
tante.
Per l'esecuzione delle schede può essere utilizzata sia la versione 1.7 di Cabri che la versione per Windows '95: i nomi dei comandi della versione 1.7 corrispondono ad altrettante icone nella versione Windows.

Parte prima: assi di simmetria paralleli

- Retta (disegnarla con direzione verticale)
- Punto
- Nomi: retta s1, punto P
- Parallela per il punto P alla retta s1
- Nomi: retta s2
- Triangolo (disegnarlo di fianco a s1, ma non tra le due rette)
- Nomi: vertici A, B, C
- Aspetto degli oggetti, verde: rette s1 e s2; pennello verde: triangolo ABC

- Simmetrico dei punti A, B e C rispetto alla retta s1
- Nomi: punti A', B' e C' (**Attenzione** alle corrispondenze: A' corrisponde a A, ecc.)
- Triangolo A'B'C'
- Simmetrico dei punti A', B' e C' rispetto alla retta s2
- Nomi: punti A'', B'' e C'' (**Attenzione** alle corrispondenze: A'' corrisponde a A', ecc.)
- Triangolo A''B''C''
- Aspetto degli oggetti, pennello rosso: triangolo A''B''C''

- a) I triangoli ABC e A''B''C'' sono direttamente o inversamente congruenti?.....
 b) La trasformazione risultante delle due simmetrie è quindi una trasformazione diretta o inversa?.....

Osservare la coppia di triangoli corrispondenti ABC e A''B''C'' mentre si eseguono **lentamente** le seguenti operazioni:

- Modificare il triangolo ABC
- Traslare l'asse di simmetria s1 (trascinandolo con il mouse)
- Cambiare la direzione dell'asse s1 (utilizzando il tasto ALT + trascinarsi con il mouse)
- Traslare l'asse di simmetria s2 (trascinando il punto P nel piano)

- Segmenti AA'', BB'', CC''
- Misura: segmenti AA'', BB'', CC''
- Aspetto degli oggetti, rosso: segmenti AA'', BB'', CC''

c) Come sono le misure dei segmenti AA'', BB'' e CC'', che congiungono coppie di punti corrispondenti?
 Trascinando **lentamente** il punto P, fare quasi coincidere i due assi di simmetria poi allontanare l'asse s2 dal-



za dei segmenti AA'' , BB'' , CC''

d) Secondo te quale è la trasformazione **RISULTANTE** di due simmetrie assiali con assi paralleli?.....

- **Distanza** tra i due assi di simmetria (Perpendicolare per il punto P a s_1 , intersezione tra la perpendicolare e s_1 , ecc.)
- Aspetto degli oggetti, pennello verde: distanza tra gli assi di simmetria; gomma: perpendicolare
- Misura: distanza tra gli assi di simmetria

Modificare gradualmente la distanza tra gli assi di simmetria s_1 e s_2

e) Come è la lunghezza, la direzione e il verso dei segmenti AA'' , BB'' , CC'' confrontata con la lunghezza, la direzione e il verso della distanza tra il primo e il secondo asse di simmetria?

LUNGHEZZA:

DIREZIONE:

VERSO:

Osservazioni:

La trasformazione risultante di due simmetrie assiali con assi paralleli è una

Il vettore che la definisce ha:

lunghezza.....

direzione e verso.....

- Vettore AA'' (oppure BB'' o CC'')
- Aspetto degli oggetti, rosso: vettore
- Misura: vettore

Muovere lentamente l'asse di simmetria s_2 nel piano

f) Puoi ottenere l'identità come risultante delle due simmetrie (vettore di lunghezza zero)?.....

g) In che modo?

La **trasformazione inversa** di una simmetria assiale individuata da un certo asse è quindi.....

- Simmetrico di A, B e C rispetto alla retta s_2
- Nomi: punti A_1 , B_1 e C_1
- Triangolo $A_1B_1C_1$
- Simmetrico dei punti A_1 , B_1 e C_1 rispetto alla retta s_1
- Nomi: punti A_2 , B_2 e C_2
- Triangolo $A_2B_2C_2$
- Aspetto degli oggetti, rosso: triangolo $A_2B_2C_2$

*Confrontare i triangoli $A''B''C''$ e $A_2B_2C_2$, ottenuti applicando al triangolo ABC la stessa coppia di simmetrie **ma in ordine diverso**.*

- Aspetto degli oggetti, rosso: vettore
- Misura: vettore

h) Che cosa cambia cambiando l'ordine delle due simmetrie?

La composizione di due simmetrie assiali con assi paralleli è **una operazione commutativa**?

Parte seconda: assi di simmetria incidenti

Caricare il file della parte prima (composizione di simmetrie con assi paralleli), poi salvarlo con un nome diverso in modo da utilizzare il disegno del triangolo ABC e del suo simmetrico rispetto all'asse s_1

- Sopprimi un oggetto: punto P
- Punto sulla retta s_1
- Nomi: punto O
- Retta per il punto O e un punto del piano (scegliere un punto nel semipiano in cui è disegnato il triangolo $A'B'C'$)
- Nomi: retta s_2 , punto P
- Aspetto degli oggetti, verde: retta s_2
- Simmetrico dei punti A' , B' e C' rispetto alla retta s_2
- Nomi: punti A'' , B'' e C'' (**Attenzione** alle corrispondenze: A'' corrisponde a A' , ecc.)
- Triangolo $A''B''C''$
- Aspetto degli oggetti, pennello rosso: triangolo $A''B''C''$

Osservare i triangoli corrispondenti ABC e $A''B''C''$

a) La trasformazione risultante di due simmetrie assiali con assi incidenti può essere una traslazione?

b) Perché?

*Trascinare **lentamente** il punto P nel semipiano in modo da modificare l'angolo tra i due assi di simmetria s_1 e s_2 , e osservare il triangolo $A''B''C''$*

*Mettere il punto P in modo che l'angolo tra s_1 e s_2 che contiene $A'B'C'$ sia **acuto***

- Segna l'angolo tra s_1 e s_2 (disegna un punto su s_1 in modo da potere segnare **uno degli angoli acuti** tra s_1 e s_2)
- Misura: angolo tra s_1 e s_2
- Aspetto degli oggetti, pennello verde: angolo e punto O
- Circonferenze con centro in O e passanti per A, B e C rispettivamente
- c) Le tre circonferenze passano anche per A'' , B'' e C'' rispettivamente?

Modificare prima il triangolo ABC, poi la direzione dell'asse s_2 , sempre osservando il triangolo $A''B''C''$ e le tre circonferenze disegnate

B'' e C'' rispettivamente?

Mettere di nuovo il punto P in modo che l'angolo tra s1 e s2 che contiene A'B'C' sia acuto

- Segmenti OA e OA''; OB e OB''; OC e OC''
- Segna gli angoli AOA'', BOB'' e COC''
- Misura: angoli AOA'', BOB'' e COC''
- Aspetto degli oggetti, rosso: angoli AOA'', BOB'' e COC''

e) Come sono gli angoli AOA'', BOB'' e COC''?

f) La trasformazione risultante è quindi una

Modificare la direzione dell'asse s2 in modo da ottenere angoli di incidenza tra i due assi di simmetria diversi ma sempre minori o uguali a 90°

g) Che relazione esiste tra l'ampiezza dell'angolo formato dai due assi di simmetria, che chiameremo α , e l'ampiezza dell'angolo di rotazione, che chiameremo β ? $\beta =$

Osservazioni:

La trasformazione risultante di due simmetrie assiali con assi incidenti è una **ROTAZIONE**

Il CENTRO di ROTAZIONE è

L'AMPIEZZA di ROTAZIONE è

Modificare la direzione dell'asse s2 in modo da ottenere un angolo di incidenza tra i due assi, di 90°

h) Quale è l'ampiezza β della rotazione quando l'ampiezza dell'angolo α tra i due assi misura 90°?

i) Come sono in questo caso i segmenti OA e OA''; OB e OB''; OC e OC''? e

Osservazioni:

Una rotazione di 180° è detta **SIMMETRIA CENTRALE**.

Il centro di una rotazione di 180° è chiamato **centro di simmetria**.

Punti che si corrispondono in una simmetria centrale sono dal centro di simmetria e allineati con esso.

Salvare la figura disegnata prima di eseguire le operazioni che seguono

- Aspetto degli oggetti, gomma: le tre circonferenze, il triangolo A'B'C' e i sei segmenti uscenti dal punto O

Eseguire le seguenti operazioni

- Spostare l'asse s1 in modo che esso intersechi il triangolo ABC

- Spostare su s1 il punto O in modo che sia interno al triangolo ABC

- Modificare lentamente l'angolo tra s1 e s2 in modo da osservare rotazioni di ABC, di ampiezza diversa, intorno al suo punto O

- Fare in modo che l'angolo tra s1 e s2 sia di 90°, **SIMMETRIA CENTRALE** con centro in O

La figura verde-rossa (composta da ABC e A''B''C'') è una **figura dotata di un centro di simmetria centrale**. Il suo centro di simmetria è il punto O.

Tale figura, ruotando intorno al suo punto di O 180° si sovrappone a se stessa.

Figure dotate di un centro di simmetria centrale

Esistono quindi **figure dotate di un centro di simmetria centrale** (detto anche centro di simmetria rotazionale di ordine due), figure cioè che ruotando intorno a un loro punto, il centro di simmetria, si sovrappongono a se stesse ogni 180° di rotazione (quindi si sovrappongono due volte ogni giro completo di 360°).

Si può disegnare rapidamente una figura che abbia tale proprietà, utilizzando la costruzione CABRI *Simmetrico di un punto* che fornisce anche il simmetrico di un punto rispetto a un centro di simmetria.

Si proceda in questo modo:

- Disegnare il centro di simmetria O e alcuni punti A, B, C ecc.
- Costruire i simmetrici rispetto al centro O dei punti A, B, C, ecc. e chiamarli A', B', C', ecc.
- Congiungere con segmenti i punti A, B, C ecc. poi, **di seguito e nello stesso ordine**, i loro corrispondenti A', B', C' ecc.
- Chiudere la spezzata congiungendo l'ultimo punto con il punto A.

Si può anche usare il colore per evidenziare punti e segmenti che si corrispondono.

La figura disegnata può essere ampiamente modificata, trascinando con il mouse il centro O e i punti A, B, ecc. nel piano.

Per controllare che le figure disegnate si sovrappongono a se stesse ogni mezzo giro si può procedere in questo modo:

- Stampare una figura
- Ricalcarla su carta trasparente e lasciare le figure perfettamente sovrapposte
- Puntare la punta del compasso sul centro di simmetria O
- Ruotare la figura ricalcata di 180°



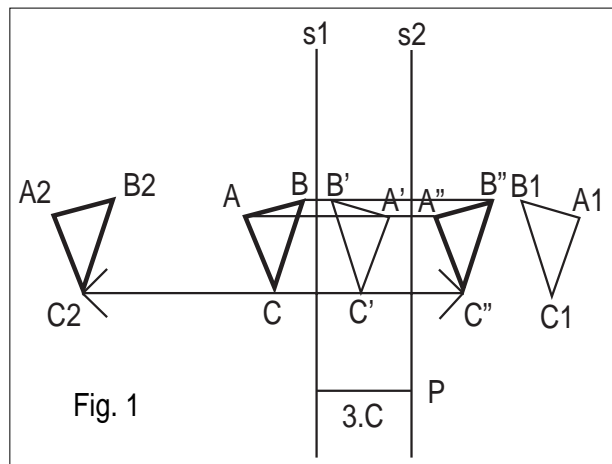


Fig. 1

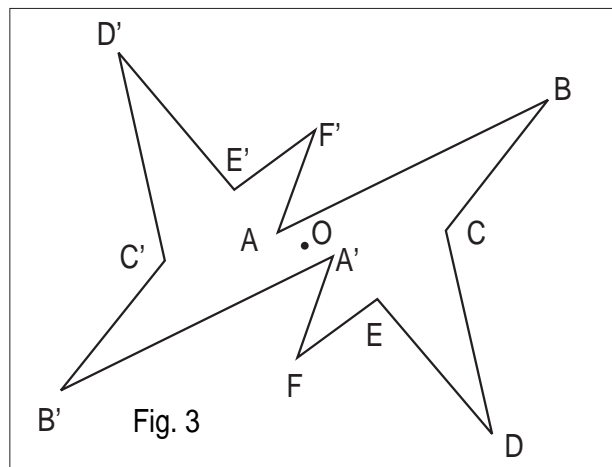


Fig. 3

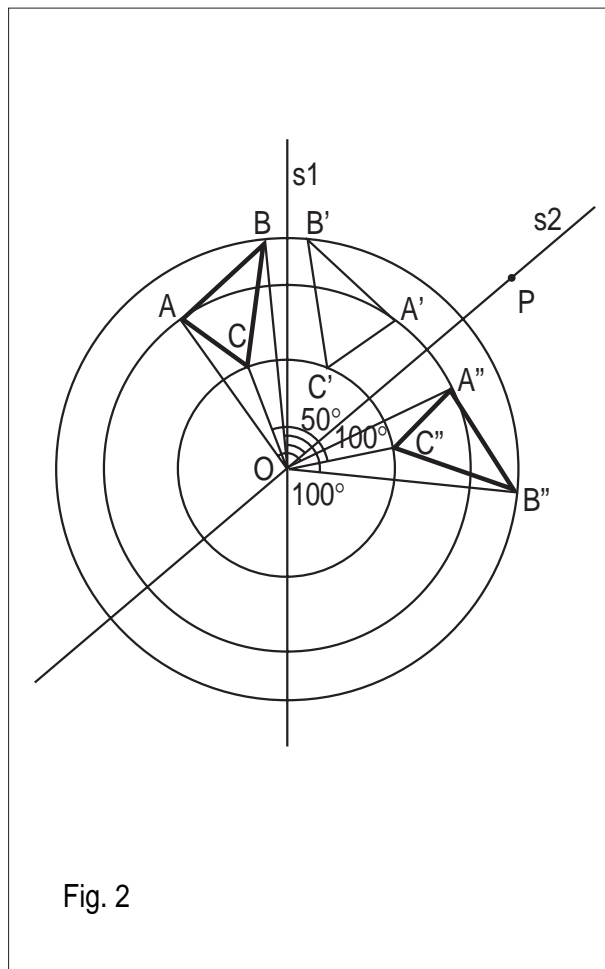


Fig. 2



Il piano cartesiano in Cabri

di Paola Nanetti

ITC "Mattei" San Lazzaro di Savena - Bologna
e M. Cristina Silla

ITC "Salvemini" Casalecchio di Reno - Bologna

Scheda A

Con Cabri II è possibile introdurre nel piano un sistema di riferimento cartesiano basta selezionare le seguenti opzioni:

- casella strumenti disegna
- mostra/nascondi assi
e poi, eventualmente, per comodità di riferimento:
- griglia (è necessario confermare che la griglia è rispetto agli assi appena introdotti avvicinandosi a tali assi e cliccando quando compare la richiesta rispetto a questi assi) per evidenziare i punti con coordinate intere.

Esegui tali comandi.

Considera ora un punto P qualsiasi e determina le coordinate di tale punto selezionando :

- misura
- coordinate ed equazioni
- fai variare il punto P nel piano cartesiano.

Considerando tale esercizio possiamo concludere:

8

	segno ascissa	segno ordinata
Punti 1° quadrante		
Punti 2° quadrante		
Punti 3° quadrante		
Punti 4° quadrante		

tesiano i punti:

A (-1/2; 5)

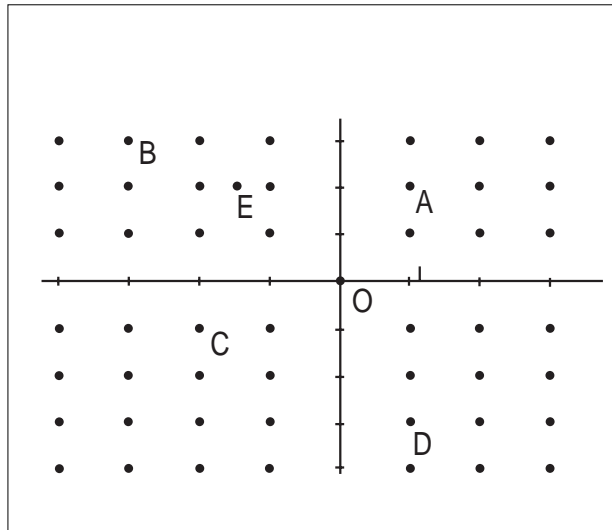
B (6; 5/2)

Quesito

Esiste un punto che è individuato da due coppie diverse di coordinate?.....
Perchè?.....

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO / RECUPERO

- Dire dove si trovano tutti i punti del piano che hanno :
 - ordinata uguale a 2
 - ascissa uguale a 3
 - ascissa uguale all'ordinata
 - ascissa inversa dell'ordinata
- Determina le coordinate dei punti disegnati nelle figure seguenti:

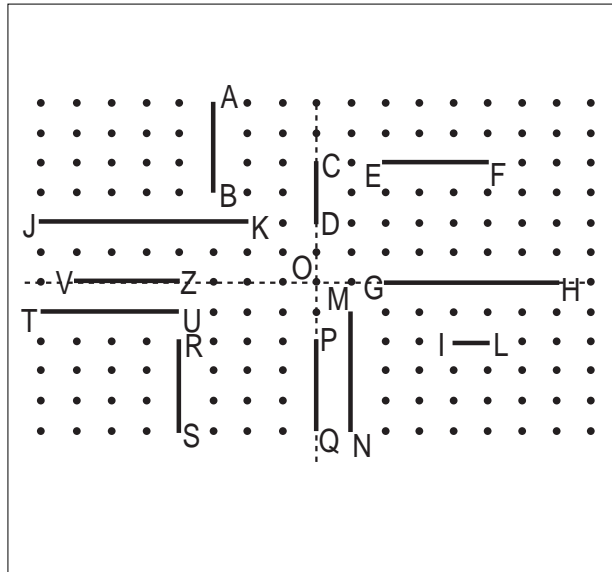


Scheda B

Obiettivi: calcolare la distanza di due punti nel piano

Strumenti: laboratorio informatico

1.



- A() B() C() D() E()
 F() G() H() I() L()
 M() N() P() Q() R()
 S() T() U() V() Z()
 J() K()

Confronta le coordinate di E e F cosa noti? Come risulta il segmento EF? Confronta le coordinate di M e N Cosa noti? Come risulta il segmento MN? Cosa puoi concludere? Calcola la misura dei segmenti dati

AB = CD = EF = GH = IL = MN =
 PQ = RS = UT = VZ = JK =

Conferma le tue risposte con Cabri selezionando :

- misura di segmenti. Che cosa noti?.....

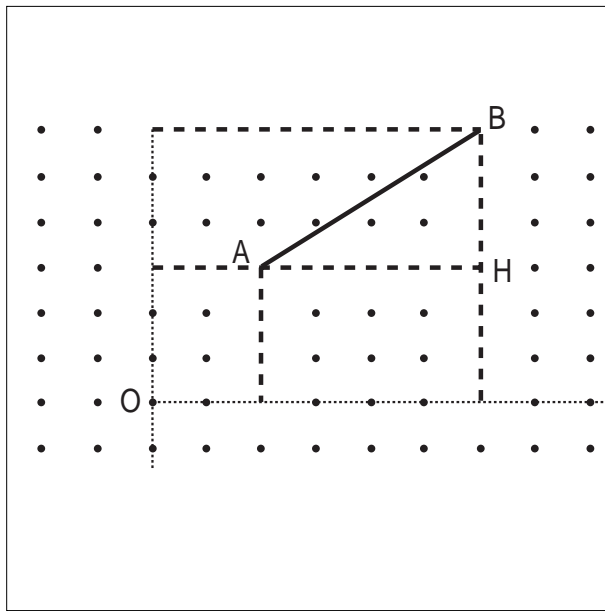
Dato un segmento di vertici A(x₁, y₁) e B(x₂, y₂) parallelo all'asse x o appartenente all'asse x la sua misura (o distanza fra A e B) è data da: d(AB) = AB =

Dato un segmento di vertici A(x₁, y₁) e B(x₂, y₂) parallelo all'asse y o appartenente all'asse y la sua misura (o distanza fra A e B) è data da: d(AB) = AB =

Si può quindi concludere che:

in ogni caso la distanza che hai calcolato partendo dal modello geometrico è sempre uguale alla differenza delle coordinate che non sono uguali e, poiché la distanza è un numero assoluto è necessario considerare il valore assoluto di tale differenza

2.



Come puoi trovare la distanza AB in questo caso?

A() B() H() AH= BH=

Quindi la distanza fra A e B si calcola applicando.....e si ottiene : AB =

Dato, quindi, un segmento qualsiasi di coordinate A(x₁,y₁) e B(x₂,y₂) avremo: BH =AH =

Quindi la formula generale per trovare la misura di un segmento qualsiasi AB (o la distanza di due qualsiasi punti A, B nel piano cartesiano) è: AB =





$d(AB) = d(BA)$? SI

Giustifica la tua risposta non solo facendo ricorso a regole note, ma anche algebricamente partendo dalla formula appena trovata

Scheda C

Obiettivi: determinare le coordinate del punto medio di un segmento

Strumenti: laboratorio informatico

1. Esegui la seguente esercitazione

- Costruisci un sistema di riferimento cartesiano con Cabri
 - Rappresenta il segmento di estremi A (2;3) e B (6;7)
 - Disegna con i comandi di Cabri il punto medio di AB e chiamalo M
 - Determina l'ascissa di M : come è legata alle ascisse di A e di B?
 - Determina l'ordinata di M: come è legata alle ordinate di A e B?
 - Ripeti l'esercizio per un segmento di vertici C (-2; 5) ed D (6; -1)
 - Quali sono le coordinate del punto medio N di CD?
 - Ripeti l'esercitazione precedente per un segmento con vertici F (-4; -2) e G (-2; -2)
 - Quali sono le coordinate del punto medio P di FG?
- Si può quindi affermare che : dato un segmento AB con vertici A(x_1 ; y_1) e B(x_2 ; y_2) il punto medio M di AB ha le seguenti coordinate: $XM = \dots\dots\dots$ $YM = \dots\dots\dots$

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO / RECUPERO

1. Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono vere o false:
- Ad ogni coppia ordinata (x;y) con $x, y \in \mathbb{Q}$ corrisponde un punto del piano cartesiano V F
 - Ad ogni coppia ordinata (x;y) con $x, y \in \mathbb{N}$ corrisponde un punto del piano cartesiano V F
 - Ad ogni coppia ordinata (x;y) con $x, y \in \mathbb{Z}$ corrisponde un punto del piano cartesiano V F
 - Ad ogni coppia ordinata (x;y) con $x, y \in \mathbb{R}$ corrisponde un punto del piano cartesiano V F
 - Ad ogni punto del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata di numeri naturali V F
 - Ad ogni punto del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata di numeri interi V F
 - Ad ogni punto del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata di numeri razionali V F
 - Ad ogni punto del piano cartesiano corrisponde una coppia ordinata di numeri reali V F
 - Le coppie (x;y) e (y,x) individuano nel piano cartea-

- Le coppie (x;y) e (y,x) individuano nel piano cartea-
- siano lo stesso punto solo se $x = y$ V F
- I punti dell'asse x hanno ascissa nulla V F
- I punti dell'asse Y hanno ordinata nulla V F
- Le coordinate di un punto variano al variare della
- posizione dell'origine degli assi V F
- Le coordinate di un punto variano al variare del-
- l'unità di misura scelta sugli assi V F

2. Individua la posizione del punto P (x;y) con $x, y \in \mathbb{R}$

$x > 0, y > 0$

$x > 0, y < 0$

$x < 0, y > 0$

$x < 0, y < 0$

$x = 0, y > 0$

$x > 0, y \geq 0$

$x = 0, y = 0$

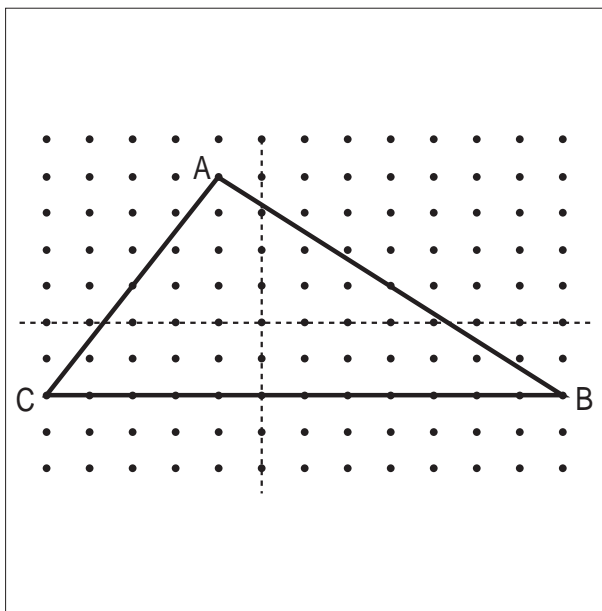
3. Senza eseguire la rappresentazione grafica dire a

quali quadranti appartengono i seguenti punti:

A (2/3;1) B (2; 7/5) C (3; -5/2) D (-5; 2)

E (-3/4; -3) F (- 4; 0) G (0; 3)

4. Dato il triangolo in figura calcola le coordinate degli estremi delle sue mediane.



PER SAPERNE DI PIÙ

1. Sia dato il segmento di vertici A e B e con punto medio M Sapendo che A(1; 2) e M(2; 3) sapresti determinare l'altro vertice B?
2. Dato il triangolo ABC di vertici A(6; 2) , B(8; 7), C (-3; -5) calcola il perimetro del triangolo MNP essendo M, N, P i punti medi dei lati del triangolo dato.
3. Dato il triangolo ABC di vertici A(7; -2) , B(-1; 4), C(-5; -2) se ne calcoli perimetro ed area.
4. Dato un triangolo ABC nel piano cartesiano come possiamo verificare se è rettangolo?

Simmetria assiale nel piano cartesiano

Obiettivi: individuare l'equazione di una simmetria assiale nel piano cartesiano

Strumenti: laboratorio informatico

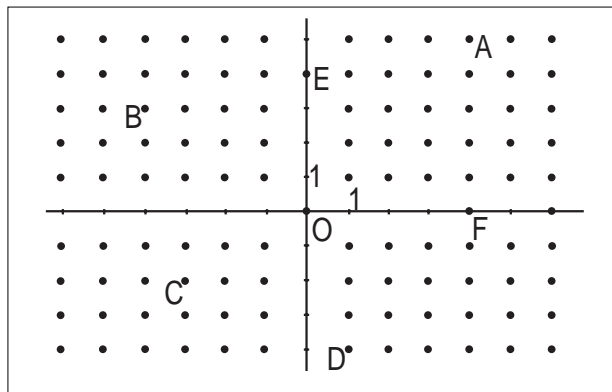
Premessa

Vogliamo studiare ora la simmetria assiale nel piano cartesiano e precisamente vogliamo arrivare a trovare la legge che permette di calcolare le coordinate del punto simmetrico, rispetto a particolari assi di simmetria, di un punto dato.

Cabri II presenta nel suo menù il comando che permette di disegnare un sistema di riferimento cartesiano: è sufficiente selezionare.....Possiamo ora, con il solito comando, disegnare un punto qualsiasi del piano e di esso avere le coordinate cartesiane: è sufficiente selezionarePossiamo ora passare ad eseguire, selezionando..... simmetrie assiali rispetto a particolari assi.

La simmetria assiale rispetto all'asse x

- Introduci gli assi cartesiani
- prendi ora il punto A nel primo quadrante, trovane le coordinate, trova il suo simmetrico rispetto all'asse x e chiamalo A', trovane le coordinate
- ripeti questa operazione per un punto B del 2°q, C del 3°q, D del 4°q, E appartenente all'asse y, F appartenente all'asse x e compila la seguente tabella:



coordinate del punto iniziale	coordinate del punto simmetrico rispetto asse x
A ()	A' ()
B ()	B' ()
C ()	C' ()
D ()	D' ()
E ()	E' ()
F ()	F' ()

Che cosa noti?.....Ci sono punti che hanno se stessi come corrispondente?
Perchè?.....

Se chiamo xi, yi le coordinate del punto dato e xf, yf le coordinate del punto simmetrico rispetto all'asse x, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse?.....

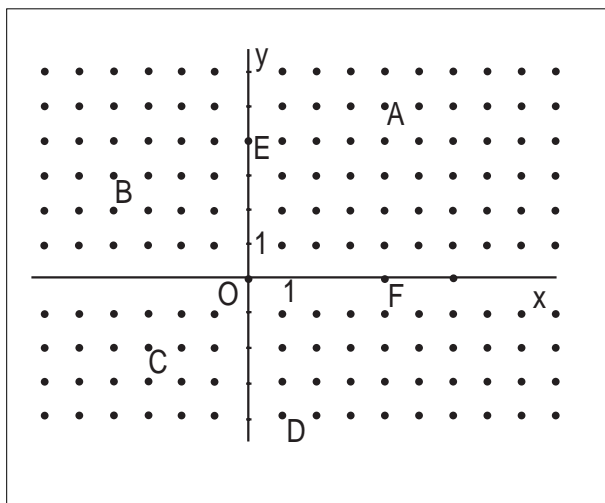
Posso quindi concludere che l'equazione della simmetria assiale rispetto all'asse x è la seguente:

$$\begin{cases} xf = \\ yf = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B (3, 0), C (1, 5), trova le coordinate del suo simmetrico rispetto all'asse x e verifica con Cabri la tua risposta.

La simmetria assiale rispetto all'asse y

- Introduci gli assi cartesiani
- prendi ora il punto A nel primo quadrante, trovane le coordinate, trova il suo simmetrico rispetto all'asse y e chiamalo A', trovane le coordinate
- ripeti questa operazione per un punto B del 2°q, C del 3°q, D del 4°q, E appartenente all'asse y, F appartenente all'asse x e compila la seguente tabella:



coordinate del punto iniziale	coordinate del punto simmetrico rispetto asse y
A ()	A' ()
B ()	B' ()
C ()	C' ()
D ()	D' ()
E ()	E' ()
F ()	F' ()

Che cosa noti?.....Ci sono punti che hanno se stessi come corrispondente?.....
Perchè?.....

Se chiamo xi, yi le coordinate del punto dato e xf, yf le coordinate del punto simmetrico rispetto all'asse y, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse?

Posso quindi concludere che l'equazione della simmetria assiale rispetto all'asse y è la seguente:

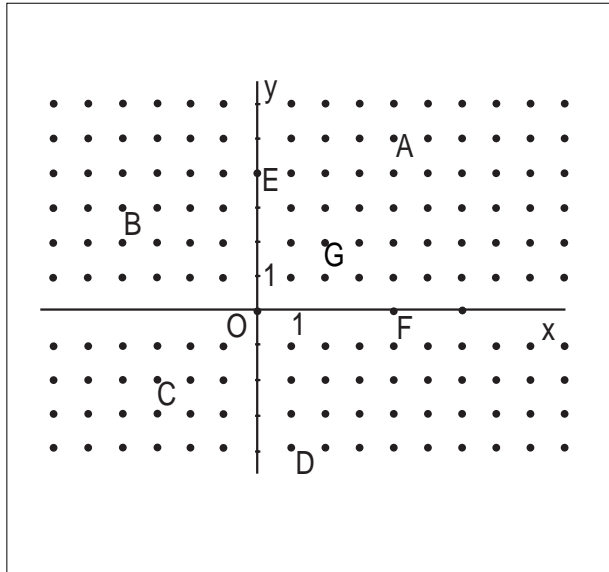
$$\begin{cases} xf = \\ yf = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B(3, 0), C (1, 5), trova le coordinate del suo simmetrico rispetto all'asse y e verifica con Cabri la tua risposta.



del 1° e 3° quadrante, b1

- Introduci gli assi cartesiani
- costruisci la bisettrice b1 del primo e terzo quadrante
- considera alcuni punti appartenenti a tale bisettrice e trovane le coordinate. Che cosa noti ?
- prendi ora il punto A nel primo quadrante , trovane le coordinate, trova il suo simmetrico rispetto a tale bisettrice e chiamalo A', trovane le coordinate
- ripeti questa operazione per un punto B del 2°q, C del 3°q, D del 4°q, E appartenente all'asse y, F appartenente all'asse x, G appartenente a tale bisettrice e compila la seguente tabella:



coordinate del punto iniziale	coordinate del punto simmetrico rispetto alla bisettrice b1
A ()	A' ()
B ()	B' ()
C ()	C' ()
D ()	D' ()
E ()	E' ()
F ()	F' ()
G ()	G' ()

Che cosa noti?..... Ci sono punti che hanno se stessi come corrispondente?..... Perchè?.....
 Se chiamo xi, yi le coordinate del punto dato e xf, yf le coordinate del punto simmetrico rispetto alla bisettrice b1, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse?

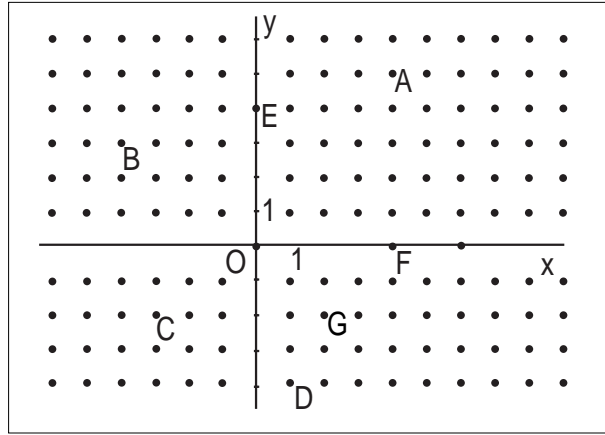
Posso quindi concludere che l'equazione della simmetria assiale rispetto alla bisettrice b1 è la seguente:

$$\begin{cases} xf = \\ yf = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B (3, 0), C (1, 1), trova le coordinate del suo simmetrico rispetto alla bisettrice b1 e verifica con Cabri la tua risposta.

del 2° e 4° quadrante, b2

- Introduci gli assi cartesiani
- costruisci la bisettrice b2 del secondo e quarto quadrante
- considera alcuni punti appartenenti a tale bisettrice e trovane le coordinate. Che cosa noti?
- prendi ora il punto A nel primo quadrante, trovane le coordinate, trova il suo simmetrico rispetto a tale bisettrice e chiamalo A', trovane le coordinate
- ripeti questa operazione per un punto B del 2°q, C del 3°q, D del 4°q, E appartenente all'asse y, F appartenente all'asse x, G appartenente a tale bisettrice e compila la seguente tabella:



coordinate del punto iniziale	coordinate del punto simmetrico rispetto alla bisettrice b2
A ()	A' ()
B ()	B' ()
C ()	C' ()
D ()	D' ()
E ()	E' ()
F ()	F' ()
G ()	G' ()

Che cosa noti?.....
 Ci sono punti che hanno se stessi come corrispondente?..... Perchè?.....
 Se chiamo xi, yi le coordinate del punto dato e xf, yf le coordinate del punto simmetrico rispetto alla bisettrice b2, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse?

Posso quindi concludere che l'equazione della simmetria assiale rispetto alla bisettrice b2 è la seguente:

$$\begin{cases} xf = \\ yf = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B (3, 0), C (1, 1), trova le coordinate del suo simmetrico rispetto alla bisettrice b2 e verifica con Cabri la tua risposta.

La traslazione nel piano cartesiano

Obiettivi: individuare l'equazione di una traslazione nel piano cartesiano

Strumenti: strumento informatico

Traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse x

- Inserisci gli assi cartesiani
- Per non dover utilizzare diverse istruzioni conviene considerare il vettore appartenente all'asse x con origine nel punto O; si prenda quindi un altro punto qualsiasi A di tale asse e si consideri il vettore OA; se ne calcoli la misura; si trasli, secondo questo vettore, un punto C appartenente al primo quadrante e si chiami C' il traslato. Completa:

$$C(x, y) \rightarrow C'(x', y')$$

Si consideri e si costruisca il vettore opposto ad OA e lo si chiami OB; che cosa differenzia i vettori OA e OB?

Al precedente punto C si applichi ora il vettore OB. Completa:

$$C(x, y) \rightarrow C''(x'', y'')$$

Si modifichi quindi il modulo del vettore OA e si trasli, secondo tale vettore un punto D del secondo quadrante. Completa:

$$D(x, y) \rightarrow D'(x', y')$$

Invece del vettore OA si consideri il vettore OB; che cosa li differenzia?

Al precedente punto D si applichi ora il vettore OB. Completa:

$$D(x, y) \rightarrow D''(x'', y'')$$

Se chiamo x_i, y_i le coordinate del punto dato e x_f, y_f le coordinate del punto traslato rispetto ad un vettore parallelo all'asse x, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse noto il modulo e il verso del vettore?

Posso quindi concludere che l'equazione della traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse x di modulo v_x e verso positivo θ la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Posso quindi concludere che l'equazione della traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse x di modulo v_x e verso negativo θ la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B (3, 0), C (1, 5), trova le coordinate del suo traslato rispetto ad un vettore parallelo all'asse x, con verso positivo e verifica con Cabri la tua risposta.

Traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse y

- Inserisci gli assi cartesiani
- Per non dover utilizzare diverse istruzioni conviene considerare il vettore appartenente all'asse y e origine in O; si prenda quindi un altro punto qualsiasi A di tale asse e si consideri il vettore OA; se ne calcoli la misura; si trasli, secondo questo vettore, un punto C appartenente al primo quadrante e si chiami C' il traslato. Completa:

$C(x, y) \rightarrow C'(x', y')$

Si consideri e si costruisca il vettore opposto ad OA e lo si chiami OB; che cosa differenzia i vettori OA e OB?

Al precedente punto C si applichi ora il vettore OB. Completa:

$$C(x, y) \rightarrow C''(x'', y'')$$

Si modifichi quindi il modulo del vettore OA e si trasli, secondo tale vettore un punto D del secondo quadrante. Completa:

$$D(x, y) \rightarrow D'(x', y')$$

Invece del vettore OA si consideri il vettore OB; che cosa li differenzia?

Al precedente punto D si applichi ora il vettore OB. Completa:

$$D(x, y) \rightarrow D''(x'', y'')$$

Se chiamo x_i, y_i le coordinate del punto dato e x_f, y_f le coordinate del punto traslato rispetto ad un vettore parallelo all'asse y, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse noto il modulo e il verso del vettore?

Posso quindi concludere che l'equazione della traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse y di modulo v_y e verso positivo θ è la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Posso quindi concludere che l'equazione della traslazione rispetto ad un vettore parallelo all'asse x di modulo v_x e verso negativo θ è la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B (3, 0), C (1, 5), trova le coordinate del suo traslato rispetto ad un vettore parallelo all'asse x, con verso positivo e verifica con Cabri la tua risposta.

Traslazione rispetto ad un vettore non parallelo all'asse x e y

- Mostra gli assi cartesiani
- Un qualsiasi vettore non parallelo agli assi lo possiamo considerare avente punto iniziale nell'origine degli assi

- Tracciamo un vettore come da figura e lo misuriamo. Tale vettore può essere considerato il vettore somma di due vettori, che saranno detti componenti e indicate con v_x, v_y , la prima parallela all'asse x, la seconda parallela all'asse y; per ottenere tali componenti si può mandare dall'estremo del vettore la parallela all'asse y e all'asse x; si trovino le intersezioni H, K di tali parallele con gli assi; si costruiscano i vettori OH (v_x) e OK (v_y) e le si misuri.

Si trasli, secondo questo vettore v_1 , un punto F appartenente al primo quadrante e si chiami F' il traslato. Completa: $F(x, y) \rightarrow F'(x', y')$

Si costruisca il vettore opposto al precedente e si ripeta anche per questo vettore la costruzione già descritta. Si trasli, secondo questo vettore v_2 , il punto F precedente.

Completa: $F(x, y) \rightarrow F''(x, y)$ Che cosa noti? motiva la risposta.....
 Si ripeta la costruzione precedente per un vettore che si trova nel terzo quadrante (poi partire dalla costruzione precedente e applicare i simmetrici) e di esso costruire il suo opposto. Si applichi poi sempre al punto F la traslazione rispetto al vettore v_3 e al vettore v_4 . Completa e motiva le risposte $F(x, y) \rightarrow F'''(x, y)$ $F(x, y) \rightarrow F''''(x, y)$
 Se chiamo x_i, y_i le coordinate del punto dato e x_f, y_f le coordinate del punto traslato rispetto ad un vettore v non parallelo agli assi, come posso esprimere il legame che intercorre tra esse note le componenti v_x, v_y del vettore e il verso del vettore?

Posso quindi concludere che l'equazione della traslazione rispetto ad un vettore non parallelo agli assi con componenti v_x, v_y è la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Dove il + si applica.....
 Dove il - si applica

Simmetria centrale nel piano cartesiano

Obiettivi: individuare l'equazione di una simmetria centrale nel piano cartesiano

Strumenti: laboratorio informatico

Premessa

Vogliamo studiare ora la simmetria centrale nel piano cartesiano e precisamente vogliamo arrivare a trovare la legge che permette di calcolare le coordinate del punto simmetrico, rispetto al centro O di un punto dato. Possiamo disegnare un punto qualsiasi del piano e di esso avere le coordinate cartesiane e quindi selezionare.....

La simmetria centrale rispetto ad O.

- Introduci gli assi cartesiani
- prendi ora il punto A nel primo quadrante, trovine le coordinate, trova il suo simmetrico rispetto ad O e chiamalo A', trovine le coordinate
- ripeti questa operazione per un punto B del 2°q, C del 3°q, D del 4°q, E appartenente all'asse y, F appartenente all'asse x e compila la seguente tabella:

coordinate del punto iniziale	coordinate del punto simmetrico rispetto ad O
A ()	A' ()
B ()	B' ()
C ()	C' ()
D ()	D' ()
E ()	E' ()
F ()	F' ()

Che cosa noti?.....Ci sono punti che hanno se stessi come corrispondente?.....perchè?.....

Se chiamo x_i, y_i le coordinate del punto dato e x_f, y_f le coordinate del punto simmetrico rispetto all'asse x

centrale rispetto ad O e la seguente:

$$\begin{cases} x_f = \\ y_f = \end{cases}$$

Esegui la seguente esercitazione: Costruisci il triangolo di vertici A (0, 4), B(3, 0), C (1, 5), trova le coordinate del suo simmetrico rispetto ad O e verifica con Cabri la tua risposta

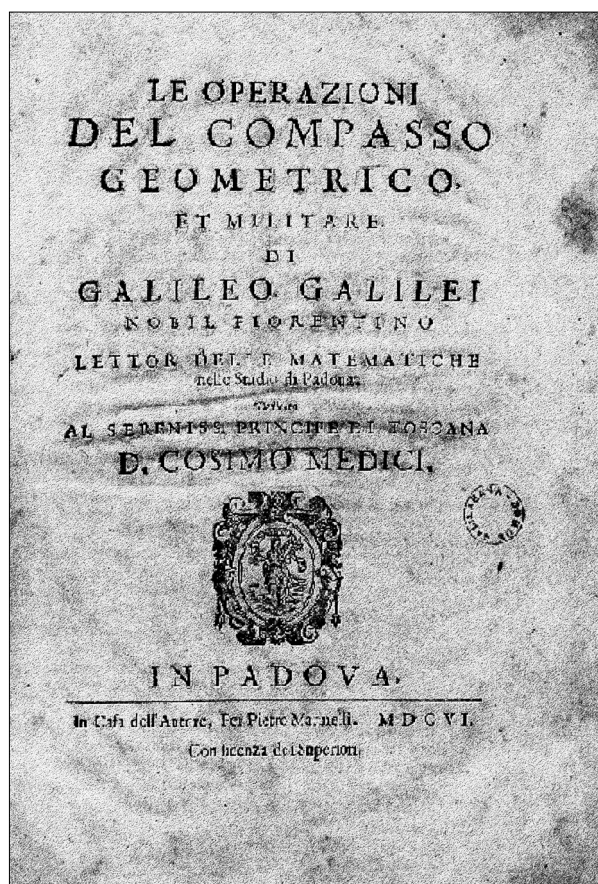


Il moto dei proiettili

di Roberto Ricci

Liceo Scientifico "A. Righi" Bologna

L'analisi del moto del proiettile è uno dei più significativi argomenti di cinematica affrontati nel corso del terzo anno di un liceo scientifico. Se si trascura l'attrito viscoso con l'aria, tale analisi si basa sul principio di composizione dei movimenti e richiede conoscenze dei moti uniformi e uniformemente vari nonché di geometria cartesiana per determinare la traiettoria parabolica.



Galileo Galilei con gli strumenti concettuali allora a disposizione: ancora sostanzialmente di geometria sintetica per la matematica, poi quelli che egli stesso andava sviluppando per la nascita della scienza e della fisica modernamente intese. Tali studi, che non erano soltanto speculativi, produssero un risultato di un certo rilievo con la costruzione di un compasso militare, rielaborato anche dall'allievo Evangelista Torricelli.

dell'Università di Padova a distruggere le copie del libro, e la sentenza fu bandita a suon di tromba. In quell'occasione, a difesa del proprio buon diritto, Galileo scrisse:

Difesa di GALILEO GALILEI, Nobile Fiorentino, Lettore delle Matematiche nello studio di Padova, contro alle calunnie ed imposture di Baldassar Capra milanese. Usategli si nella Considerazione Astronomica sopra la Nuova Stella del MDCIII come (et assai più) nel pubblicare nuovamente come sua invenzione la fabbrica, et gli usi del Compasso Geometrico, et Militare, sotto il titolo di Usus et fabrica Circini cuiusdam proportionis, etc. In Venetia, 1607, presso Tomaso Baglioni.

Nell'Edizione nazionale delle Opere di GALILEO GALILEI, il Compasso è pubblicato nel volume II, pp. 363-424, la Difesa nello stesso volume, pp. 513-601.

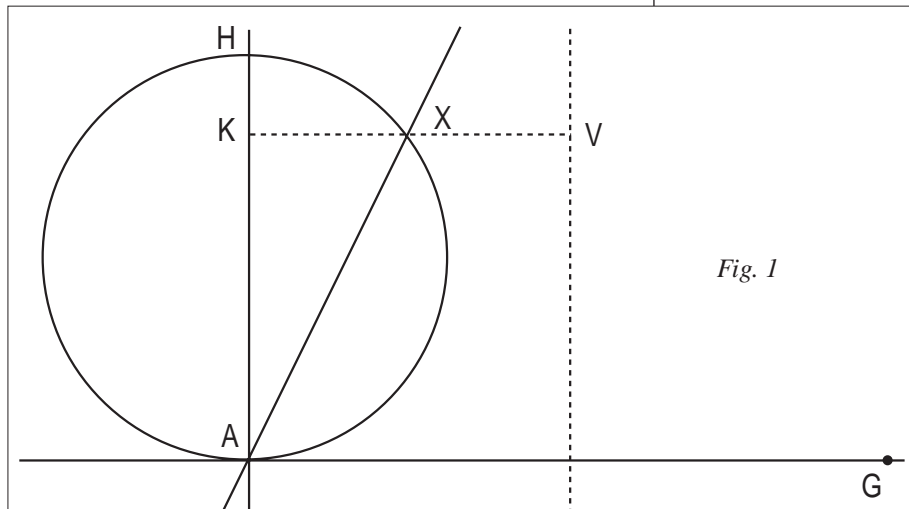


Fig. 1

Il compasso, detto anche squadra militare, poteva essere usato come squadra per stabilire l'alzata delle bombarde ed è descritto in: Le operazioni del Compasso geometrico et militare di GALILEO GALILEI, Nobile Fiorentino, Lettore delle Matematiche nello studio di Padova, 1606.

Con una semplice costruzione si può illustrare l'idea di base della squadra militare di Galileo (si veda ad es. M.E. Bergamaschini, P. Marazzini, L. Mazzoni, *Fisica I*, Carlo Signorelli, Milano).

Il diametro AH della circonferenza, elemento fondamentale della costruzione, ha lunghezza pari all'altezza

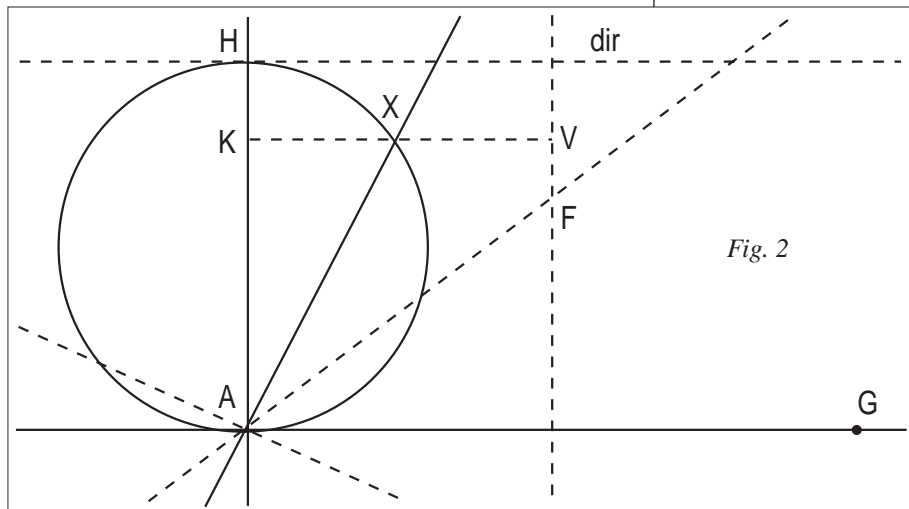


Fig. 2

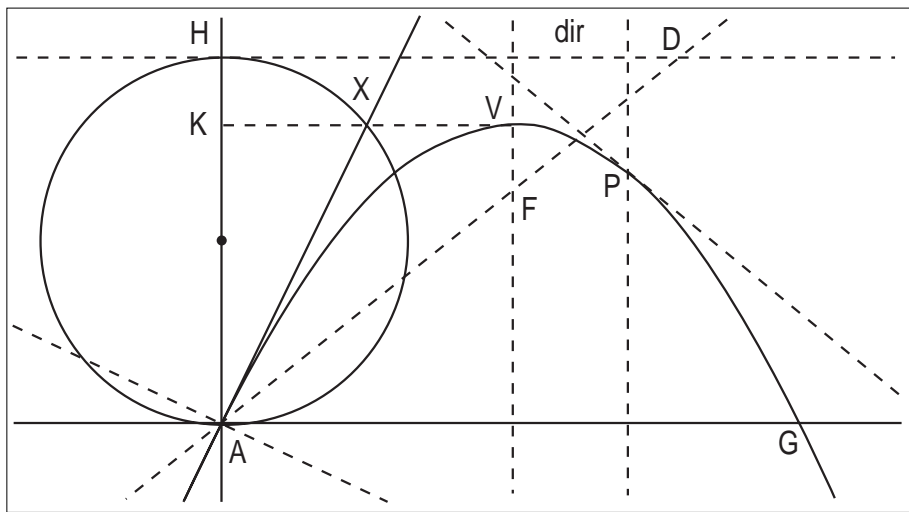
che il proiettile raggiungerebbe se fosse sparato verticalmente, cioè $v^2/(2g)$ se v è la velocità impressa al proiettile e g l'accelerazione di gravità. L'inclinazione della retta AX rappresenta l'alzata del mortaio e quindi AK ha lunghezza $v_y^2/(2g)$ se v_y è, in questo caso, la componente verticale della velocità. Dati la velocità del proiettile e l'altezza del mortaio la costruzione permette di determinare in particolare la gittata. Il punto V di massima quota raggiunto dal proiettile è costruito come simmetrico di K rispetto a

X; il punto G, gittata del mortaio, è costruito come simmetrico di A rispetto alla verticale per V. Dunque la gittata è quattro volte la lunghezza KX. Daltra parte $KX^2 = AK \cdot KH = (v^2/(2g) - v_y^2/(2g)) \cdot v_y^2/(2g) = (v_x^2/(2g)) \cdot v_y^2/(2g)$ se v_x è la componente orizzontale della velocità; allora KX ha lunghezza $v_x v_y / (2g)$ e quindi la massima distanza orizzontale percorsa dal proiettile è $2v_x v_y / g$.

Possiamo anche costruire la traiettoria parabolica del

Nel sito Internet <http://galileo.difi.unipi.it/sezdid/antologia/opere/> si possono trovare immagine del frontespizio dell'opera e altre informazioni come la seguente:

Famoso il plagio del milanese Baldassare Capra, che tradusse l'opera in latino spacciandola per sua, ma



proiettile individuando il fuoco F come intersezione tra l'asse di simmetria della parabola, la verticale per V , e la retta simmetrica di AH rispetto alla perpendicolare di A ad AX , tangente alla traiettoria. Infatti una delle proprietà

raggi paralleli all'asse di simmetria della parabola, come AH , vengono riflessi dalla curva in modo da passare per il fuoco. La direttrice, inoltre, è la retta perpendicolare all'asse della parabola passante per il punto simmetrico del fuoco F rispetto al vertice V .
Si noti che la direttrice passa per il punto H .

La traiettoria parabolica si può ottenere poi con la solita costruzione: preso un punto D sulla

direttrice, costruito il punto P intersezione dell'asse di FD e della perpendicolare da D alla direttrice, si costruisce il luogo dei punti P al variare di D .

Cabri in biblioteca

È stato pubblicato per conto dell'IRRSAE-Emilia Romagna il volume "Esplorare la Geometria con CABRI II. Materiali della scuola secondaria di secondo grado". Questo volume, curato da Giuliana Bettini, Franca Noè e Aurelia Orlandoni, raccoglie i frutti del lavoro di un gruppo di docenti che hanno progettato unità didattiche che prevedono l'uso del software Cabri-géomètre. Questi lavori hanno preso l'avvio in un seminario residenziale tenutosi a Bellaria (RN) nel 1995, sono stati sperimentati nelle classi e successivamente discussi e riordinati. Gli argomenti trattati sono le Isometrie e in particolare le Simmetrie, per il biennio; per il triennio: le funzioni e i luoghi, applicazioni dei luoghi nella risoluzione di problemi.

Chi desidera avere il volume può inoltrare richiesta scritta, tramite la scuola, all'IRRSAE dell'Emilia-Romagna, all'attenzione del presidente prof. Franco Frabboni. Il volume è gratuito, le spese postali sono a carico del destinatario.

Corsi e seminari

Nei giorni 6, 7, 8 Novembre 1998 a Castel San Pietro Terme si terrà il Convegno Nazionale "Incontri con la Matematica" n. 12 dedicato a "Diversi aspetti e diversi ambiti della Didattica della Matematica". Per informazioni rivolgersi a Ufficio Scuola, Comune di Castel San Pietro Terme (orari d'ufficio), tel. 051/6954124, fax 051/6954126.

Errate corrigé

Nell'articolo "I quadrilateri" apparso sul bollettino n. 16, segnaliamo le seguenti correzioni nei nomi degli autori: A. Grassi e N. Tumiati anziché A. Grossi e N. Tuminati.

Dalla prospettiva piana alla geometria proiettiva

di Cristiano Dané
Liceo Scientifico "Majorana" Torino

Numerosi artisti e scienziati del Rinascimento hanno studiato problemi legati alla prospettiva, ma si deve aspettare il XVIII secolo per uno studio sistematico della geometria proiettiva ad opera dei matematici dell'École Polytechnique di Parigi. L'argomento è uno dei punti d'incontro più alti tra matematica e arte e ben si presta ad essere trattato con Cabri.

In quest'articolo viene presentata un'esperienza con una classe IV liceo scientifico, il lavoro è stato condotto utilizzando un data display che ha facilitato la discussione in gruppo sulle prove effettuate dagli studenti, permettendo considerazioni utili sia in campo matematico sia artistico.

La costruzione:

La costruzione è molto semplice anche se un po' laboriosa:

- si tracciano la linea di terra e l'orizzonte (tra loro parallele);
- si disegnano sull'orizzonte il punto V e i due punti D1 e D2 simmetrici rispetto a V;
- nella parte "al di sotto" della linea di terra si disegnano le figure preparatorie, ad es. due quadrati concentrici e un triangolo equilatero, facili da realizzare e didatticamente significativi;
- si determinano le immagini di tali figure nel piano del disegno, conducendo dai loro vertici alcune rette in modo tale che
 - quelle che intersecano perpendicolarmente la linea di terra si trasformino in rette passanti per l'intersezione e per V,
 - quelle che intersecano la linea di terra formando angoli di 45° (parallele quindi alle diagonali del quadrato) si trasformino in rette passanti per tale intersezione e per il punto D1 o D2 (si veda la fig. 1).

Occorre solo stare un po' attenti ai vincoli da dare alla figura: mi pare necessario poter traslare verticalmente la linea di fuga e quella di terra, poter muovere i punti sull'orizzonte, mantenendone la simmetria, traslare sia

orizzontalmente sia verticalmente i quadrati e il triangolo e dilatare o comprimere il triangolo e i due quadrati

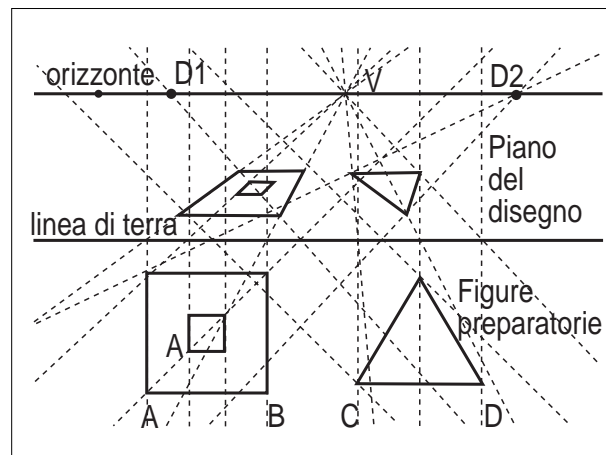


Figura 1

indipendentemente tra loro. I punti che permettono tali spostamenti sono evidenziati in figura.

L'interpretazione dinamica del disegno:

Ecco alcune delle questioni che sono sorte dalla discussione e che hanno permesso di mettere in luce caratteristiche della costruzione e errori che frequentemente compaiono nelle tavole degli studenti:

La distanza tra V e D2 rappresenta la distanza tra l'osservatore e il quadro: cosa accade allontanando o avvicinando tali punti? Perché? (fig. 2)

Cosa accade se la figura preparatoria poggia sulla linea di terra? (fig. 3)

Cosa accade spostando lateralmente il punto di vista?

Cosa accade se la linea di terra e l'orizzonte sono molto lontani o molto vicini?

Può accadere che l'immagine di un solo lato del quadrato interno sia contenuta nell'immagine di un lato del quadrato esterno? (fig. 3, ma non bisogna lasciarsi

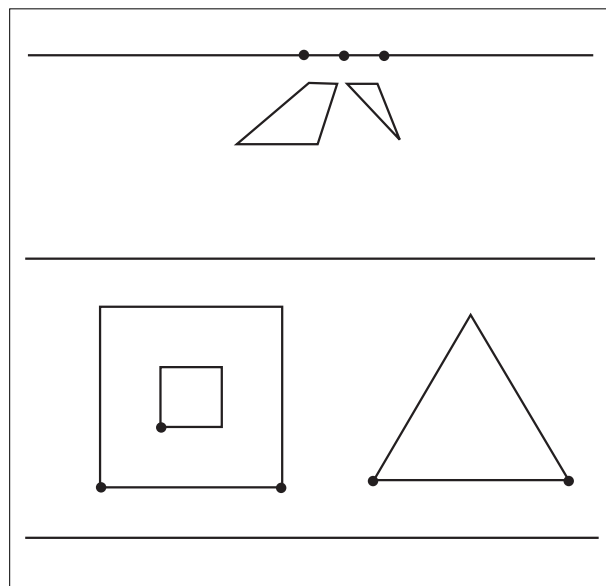


Fig. 2

Sono davvero molte le deduzioni che si possono fare e gli studenti si divertono a studiare le più svariate possibilità, tanto che a volte si incontrano figure non semplici da interpretare (fig. 4 in cui le figure preparatorie sono contenute nel piano del disegno, fig. 5 in cui sono stati invertiti D1 e D2).

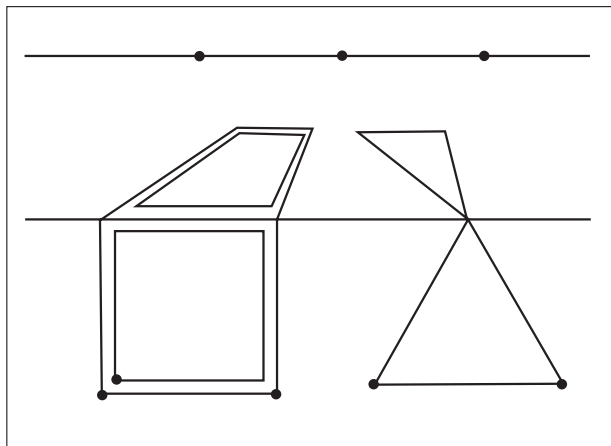


Figura 3

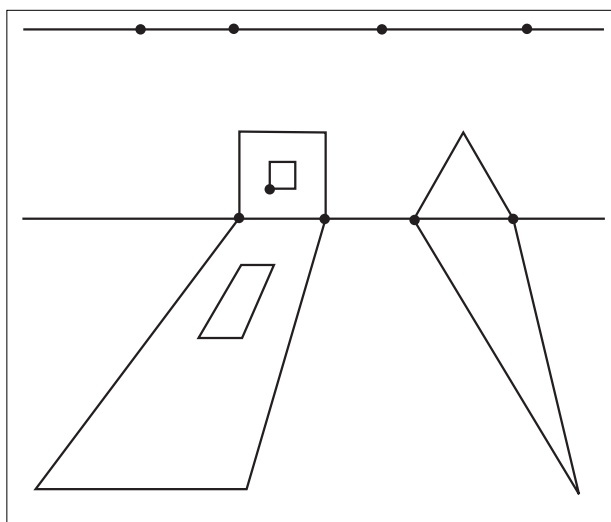


Figura 4

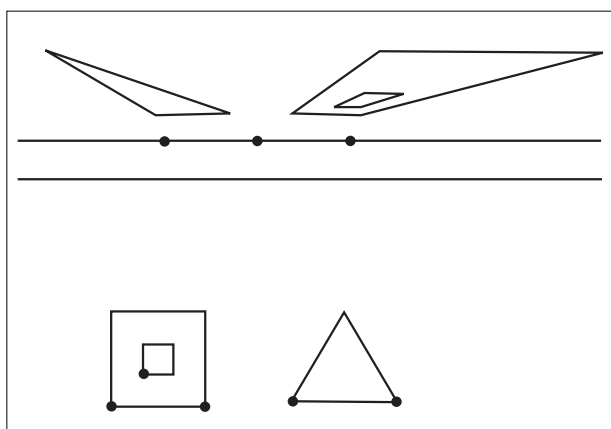


Figura 5

L'interpretazione matematica:

sta trasformazione proiettiva. Essa:

- trasforma punti in punti e rette in rette (conserva l'allineamento);
- trasforma rette incidenti in rette incidenti;
- le uniche rette parallele che continuano ad essere parallele sono quelle parallele alla linea di terra, e questa è una retta di punti uniti;
- tre rette concorrenti (ad esempio due lati e la diagonale del quadrato) hanno ancora immagini concorrenti.

Non sono invece proprietà proiettive le misure di lunghezze e di angoli né i rapporti tra tali misure. Ciò può far nascere considerazioni su cosa sia la geometria, evidenziando ad esempio che in geometria proiettiva avrà senso parlare di triangolo, ma non di triangolo equilatero.

Bibliografia:

Boyer - *Storia della matematica* - A. Mondadori, Milano 1980.

Courant, Robbins - *Che cos'è la matematica?* - Bollati Boringhieri, Torino 1971.

Maraschini, Palma - *Format, spe vol. 1* - Paravia, Torino 1996.

Proposte di lavoro

La riga proibita

da "Giocando alla matematica"
di Pierre Berloquin Ed. A. Vallardi

La geometria del compasso consiste nel realizzare costruzioni geometriche con il solo compasso, senza riga né altri strumenti. Ecco un problema da risolvere in questo modo:

E' dato un cerchio con il suo centro. E' data una retta per due punti, l'uno interno l'altro esterno al cerchio, che non passa per il centro del cerchio. Con una riga, i punti di intersezione fra la retta e la circonferenza si otterrebbero con un semplice tratto. Con il solo compasso, per la loro costruzione è necessario tracciare tre circonferenze. Quali?

Da Abracadabari

I solidi di Platone

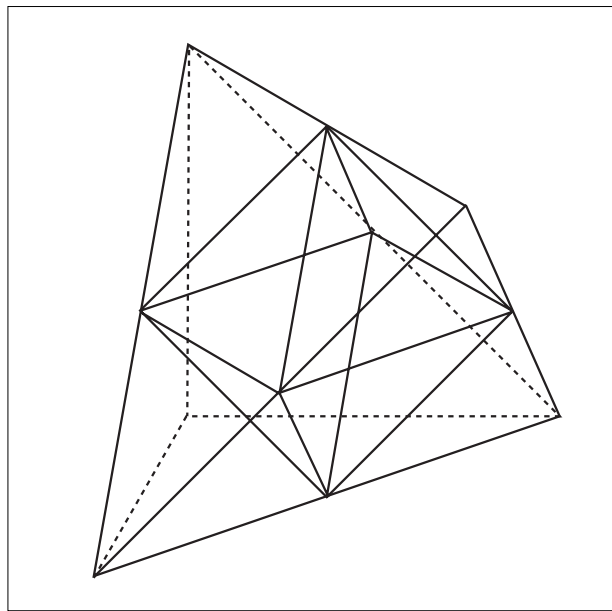
Traduzione di Giuliana Bettini
IRRSAE Bologna

I cinque poliedri regolari, tetraedro, cubo, ottaedro, icosaedro e dodecaedro, godono di proprietà notevoli, per esempio:

- Essi sono inscrittibili (esiste una sfera passante per i loro vertici) e circoscrittibili (esiste una sfera tangente internamente alle loro facce), queste due sfere hanno lo stesso centro, che è inoltre salvo che per il tetraedro, centro di simmetria del poliedro
- Sui lati uscenti da uno stesso vertice, i punti che sono situati a una distanza data da tale vertice formano un poligono regolare.
- Gli angoli diedri formati da due facce adiacenti sono uguali.
- Congiungendo i centri delle facce di un solido Platonico si ottiene ancora un solido Platonico. Se si ripete l'operazione si ottiene un solido omotetico a quello iniziale. Si dice che si ha una dualità.

L'ottaedro regolare

... Il disegno in Prospettiva Cavaliera dell'ottaedro regolare non pone problemi: è sufficiente osservare, per esempio, che i centri delle facce di un cubo (essendo il cubo e l'ottaedro duali), o meglio ancora i punti medi degli spigoli di un tetraedro regolare (pensate al tetraedro regolare inscritto in un cubo), non sono altro che i sei vertici di un ottaedro regolare.

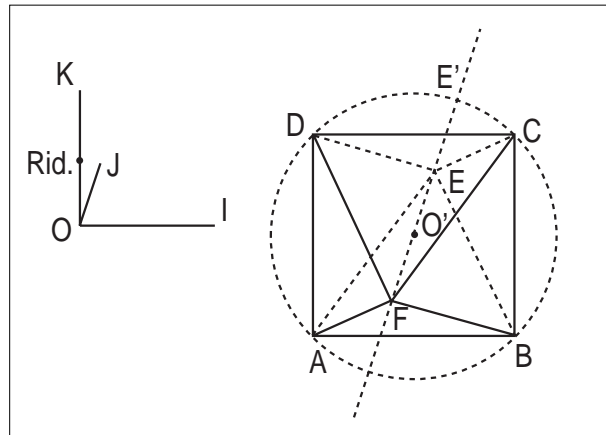
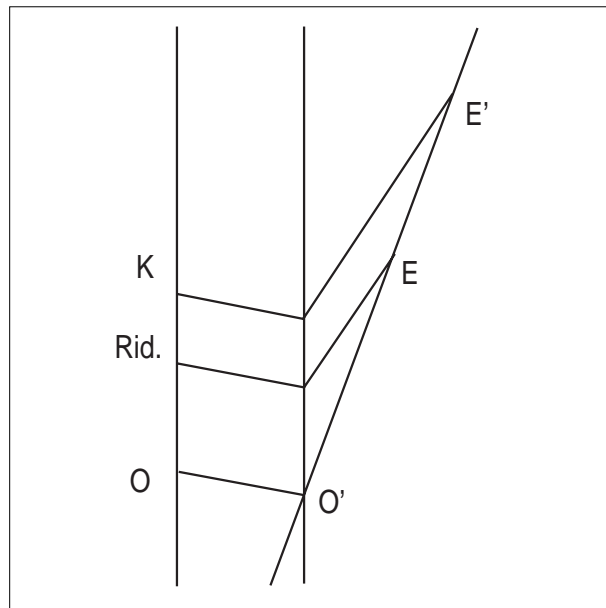


Si può anche notare che due coppie di vertici opposti di

lato 1) contenuto nel piano mediano della terza coppia di vertici opposti; in particolare, il diametro della sfera circoscritta all'ottaedro, ossia la distanza tra due vertici opposti, è $l\sqrt{2}$.

Scegliamo il piano di un tale quadrato, che sarà dunque rappresentato a grandezza naturale, come piano frontale della prospettiva. Richiamiamo la figura Tredro (CABRIRSAE N.15) e costruiamo un quadrato ABCD di centro O' ; sulla parallela a OJ condotta da O' , scegliamo un punto E' tale che $O'A=O'E'$; costruiamo una macro (proporzione) che dati i tre punti O, Rid, K allineati e i due punti O' e E' costruisca l'immagine di E' per l'omotetia di centro O' e rapporto $OK/ORid$.

Applichiamo la macro ai punti O, Rid, K, O' e E' e otteniamo l'immagine E di E' . Tracciamo il simmetrico F di E rispetto a O' . I punti A, B, C, D, E e F sono i vertici di un ottaedro regolare.



In questo numero

Nella sezione *Cabri discusso* compare un lavoro eseguito in parte con il software Cabri-géomètre II e in parte con il software MathView. Come annunciato nella nota redazionale all'inizio della sezione e nel sottotitolo del bollettino, da questo numero ospiteremo oltre alle esperienze degli utilizzatori di Cabri-géomètre 1.7 e Cabri-géomètre II, esperienze didattiche realizzate da insegnanti che utilizzano altri software anche in campi diversi dalla geometria.

In *Come fare* presentiamo un lavoro sulla composizione di due simmetrie assiali sperimentato in una scuola media inferiore. Seguono tre articoli rivolti alla scuola media superiore: uno presenta l'introduzione al piano cartesiano con Cabri II e alcune applicazioni in una classe di biennio; nel secondo si propone l'uso di Cabri II per illustrare il moto dei proiettili; il terzo sfrutta la dinamicità di Cabri per trasformare figure e dedurre caratteristiche nella prospettiva piana.

Nella sezione *Proposte di lavoro*, poniamo all'attenzione dei lettori un problema di costruzione col solo compasso, che si adatta bene al software Cabri.

Infine, nella sezione *Da abraCadaBRI*, ospitiamo la traduzione di un lavoro nello spazio tridimensionale, dedicato ai solidi di Platone.

L'immagine

L'immagine di copertina è un omaggio e un ricordo di André Weil, scomparso il 6 agosto scorso.

Fra i più grandi matematici del '900, il suo lavoro ha influenzato molti settori della matematica; in particolare ricordiamo le ricerche sulla teoria dei numeri, la geometria algebrica e la teoria dei gruppi.

Oltre all'autobiografia "Ricordi di apprendistato", sempre presso l'editore Einaudi è pubblicato "Teoria dei numeri".

Inviateci i vostri articoli

CABRIRSAE pubblica contributi relativi all'utilizzo del pacchetto Cabri-géomètre, con particolare attenzione alla valenza didattica e all'inserimento nel curriculum scolastico.

Ogni articolo (non più di 4 cartelle) deve pervenire, su supporto magnetico e cartaceo, ad uno degli indirizzi indicati in copertina, rispettando le seguenti modalità:

• SUPPORTO CARTACEO

- testo e figure devono essere impaginate secondo le intenzioni dell'autore;
- indicate per ogni figura il nome con cui è registrata sul supporto magnetico;
- per i "luoghi geometrici" inviate la stampata con l'indicazione del punto d'inserimento.

• SUPPORTO MAGNETICO

- il file di testo in *formato Word* (estensione .DOC) non deve contenere le figure che invece devono essere collocate in un file a parte in formato Cabri (estensione .FIG) e in formato Hewlett Packard Graphics Language (estensione .HGL). Per ottenere le figure in questo formato si rimanda al capitolo 8.5 Stampa su File (pag. 70) del manuale di Cabri Géomètre;
- anche se Cabri Géomètre permette di tracciare oggetti a colori, non utilizzate questa opzione nei file che allegate;
- altri materiali (immagini, tabelle, grafici, ecc.) devono pervenire in formato originale, con indicazione dell'applicativo che le ha generate.

Il materiale inviato non sarà restituito.

Siamo ugualmente interessati a ricevere materiali più articolati sull'utilizzo di Cabri; tali materiali possono essere diffusi mediante la collana "Quaderni di CABRIRSAE". ■

 CABRIRSAE

COMITATO SCIENTIFICO

Giulio Cesare Barozzi (Università di Bologna)
Mario Barra (Università La Sapienza - Roma)
Paolo Boieri (Politecnico di Torino)
Colette Laborde (IMAG Grenoble)
Gianni Zanarini (Università di Bologna)

COMITATO DI REDAZIONE

Anna Maria Arpinati, Sebastiano Cappuccio, Michele Impedovo,
Giuliana Bettini, Maria Grazia Masi, Valerio Mezzogori, Franca Noè, Daniele Tasso

Videimpaginazione GRAPHICART - Via Fondazza, 37 - Tel. Fax (051) 30.70.73 - 40125 Bologna

Supplemento al n.2 Marzo - Aprile 1998, di INNOVAZIONE EDUCATIVA bollettino bimestrale dell'Istituto Regionale di Ricerca, Sperimentazione, Aggiornamento educativi dell'Emilia-Romagna. Registrazione Trib. Bo n. 4845 del 24-10-1980. Direttore resp. Giancarlo Cerini, proprietà IRRSAE/ER.

Released Information Il materiale pubblicato da CABRIRSAE può essere riprodotto, citando la fonte