I.R.R.S.A.E. Emilia Romagna - Sezione Scuola Media

CABRI*RRSAE*

Bollettino degli utilizzatori di **CABRI-géomètre** Maggio 1995 N. 5

SOMMARIO

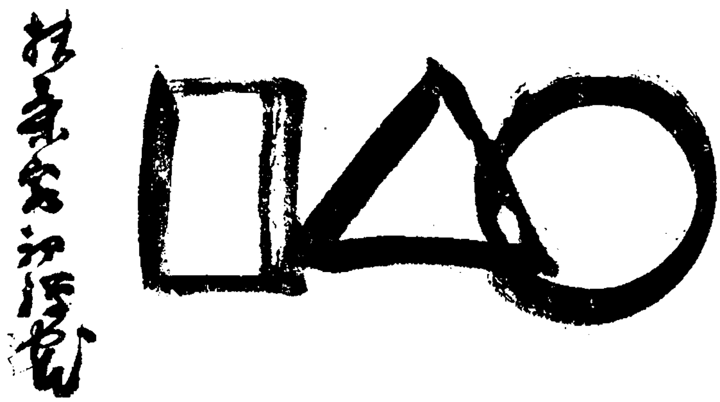
Indirizzo:

Bollettino **CABRI***RRSAE*
IRRSAE-ER
Sezione Scuola Media
via Ugo Bassi, 7
40123 Bologna

Tel. 051/227669
051/233248

Fax 051/269221

E-mail: cabri@arci01.bo.cnr.it



Cabri discusso

La misura in Cabri

di Paolo Boieri

In questa breve nota si vuole presentare una sintesi dell'intervento tenuto sul tema della misura in Cabri presso l'IRRSAE Emilia Romagna il 14 Novembre 1994; la conferenza è stata registrata (sarà presto disponibile la cassetta) e l'argomento viene sviluppato in un quaderno di prossima pubblicazione.

L'opzione Misura del menu Diversi di Cabri consente di visualizzare sullo schermo la misura di un segmento o di un angolo costruiti in precedenza.
Ogni utente di Cabri sa bene che esiste un problema nell'utilizzo della misura: è il problema della precisione della misura stessa. Anche in costruzioni molto semplici si può infatti verificare che le misure approssimate non consentono di stabilire la correttezza di una congettura o di verificare una proprietà.

Una caratteristica meno nota di Cabri è la possibilità che ci offre di modificare l'unità di misura, tramite l'opzione Preferenze del menu Edizione. Il quadrato che compare nella schermata di "Configurazione dello schermo" può essere deformato sia rimpicciolendolo che ingrandendolo, rispetto alla configurazione standard in cui un lato misura 8 cm.
Nel primo caso le misure visualizzate da Cabri sono superiori a quelle reali, nel secondo sono inferiori. Una caratteristica comune alla misura standard e a quella con misure inferiori alle reali è che non c'è corrispondenza biunivoca tra segmenti (che per semplicità consideriamo orizzontali) e misure: si possono costruire dei segmenti diversi tra di loro (ovviamente aventi un estremo in comune) a cui corrisponde una stessa misura.
Se invece scegliamo la misura superiore a quella reale segmenti distinti sulla stessa retta e con un estremo in comune hanno misure diverse.
In questo modo Cabri può essere considerato una "riga graduata a precisione variabile", con cui possiamo ottenere una precisione maggiore, rinunciando alla corrispondenza tra misura visualizzata e misura reale.

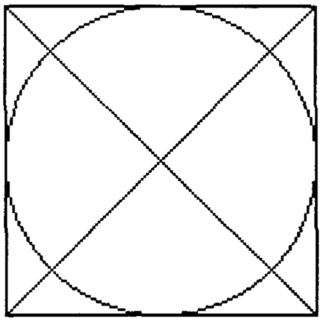
Un primo problema che si pone nell'analisi dell'errore della misura in Cabri è quello di quantificare tale errore; a questo scopo è opportuno considerare sempre l'errore relativo e non quello assoluto.
In un esempio concreto (la verifica dell'identità espressa nel secondo teorema di Euclide) si può verificare, con l'uso combinato di Cabri e di un foglio elettronico, che l'errore relativo non supera mai il 2%.
Inoltre si può vedere come l'errore relativo non si propaga quando, ad esempio, a partire da un segmento di misura x tracciamo i segmenti di misura x^2, x^3 e così via, oppure quando costruiamo i multipli di un angolo assegnato.

Una analisi più dettagliata del procedimento di misurazione permette di distinguere fra tre fonti di errore:
a) la natura discreta dello schermo, composto da un numero finito di pixel;
b) l'errore intrinseco a ogni calcolo numerico, dovuto alla rappresentazione dei numeri nel calcolatore e alle modalità di esecuzione delle operazioni algebriche;
c) l'approssimazione finale dei calcolo della misura a un numero composto da una parte intera e da una sola cifra decimale.
Del punto a) abbiamo già parlato; molto più complesso è evidenziare dei fenomeni in cui gioca un ruolo essenziale il punto b). Bisogna ricorrere necessariamente a un procedimento iterativo in cui si ha una amplificazione dell'errore a ogni passaggio. Si introducono degli algoritmi numerici molto instabili, che possono anche essere visualizzati con Cabri.
Un altro procedimento instabile è quello che Cabri mette in atto quando si tratta di trovare il punto di intersezione tra due rette con coefficienti angolari molto vicini. Anche in questo caso si può trovare una costruzione che evidenze questo fenomeno.
Si tratta in ogni caso di procedimenti lontani dalla pratica comune di Cabri.

La conclusione a cui si può giungere è quella che l'errore della misura in Cabri è in generale da imputare solo all'approssimazione troppo grossolana con cui sono visualizzate le misure (un decimale per i segmenti e un grado per gli angoli). Questa approssimazione è comunque dello stesso ordine di grandezza di quella che si ha in ogni misurazione effettuata con una riga graduata di un segmento disegnato.

Per questo motivo la misurazione in Cabri si pone come una interessante prosecuzione "virtuale" del procedimento di misurazione "reale"; inoltre essa permette di evidenziare alcune importanti caratteristiche, come l'arbitrarietà della misura e l'importanza della distinzione tra errore assoluto e relativo.

Inoltre il fatto che una proposizione geometrica non può esser verificata (se non approssimativamente) tramite una misurazione è un'occasione per motivare la necessità della dimostrazione.



Qualche difficoltà nell'utilizzo di Cabri-géomètre in classe

B. Capponi, C. Laborde
DidaTech. Université Joseph Fourier

Abbiamo già avuto l'occasione in un precedente articolo di esporre le diverse organizzazioni possibili della classe, per l'utilizzo di Cabri-géomètre. In questo articolo vorremmo mostrare quali difficoltà può incontrare l'insegnante con Cabri-géomètre nel suo lavoro in una classe.

Organizzazione della classe

La maggior parte delle difficoltà non provengono per altro da Cabri-géomètre stesso, ma piuttosto dall'utilizzo di un dispositivo informatico in una classe.
In una situazione di laboratorio, gli alunni sono in generale raggruppati per due davanti a una macchina. La prima difficoltà dipende dalla gestione di una situazione in cui gli alunni sono indotti a utilizzare un dispositivo munito di una certa interattività e conducono un lavoro autonomo. A causa di questa autonomia, i gruppi incontrano delle difficoltà dovendo risolvere dei problemi pratici, o più teorici, indipendentemente gli uni dagli altri. Il professore ha una visione più collettiva dell'avanzamento del lavoro e ha spesso la tendenza a cercare di interrompere il lavoro di gruppo per dare delle informazioni a tutta la classe, sovente spinto dalle osservazioni che fa in uno o più gruppi. Questi interventi sono spesso inefficaci a causa del coinvolgimento degli alunni nel loro compito individuale e delle scarse relazioni fra l'intervento del professore e le loro preoccupazioni al momento dell'intervento.
Affinché la seduta di lavoro si svolga nel modo migliore, il professore deve essere guidato da tre preoccupazioni essenziali.

- Il lavoro degli alunni deve essere pianificato, a tale scopo viene distribuita, ad ogni gruppo, una scheda che descrive il lavoro da svolgere.
- Le interruzioni e le fasi collettive devono essere previste all'inizio ed essere in numero limitato. Gli interventi non previsti devono limitarsi ai casi particolarmente critici (errori gravi che turbino il funzionamento della seduta) e il professore deve allora provvedere a interrompere tutti i lavori individuali affinché il suo intervento sia efficace.
- Il professore deve organizzare delle fasi di bilancio (al termine di una seduta o all'inizio di quella seguente) e approfittare di queste fasi per fare le sintesi necessarie (anche per i problemi tecnici).

Queste raccomandazioni possono apparire superflue ad alcuni, ma i molti utilizzi che ne abbiamo fatto e che abbiamo osservato ci hanno mostrato che non rispettare queste semplici regole porta sovente a degli insuccessi mal vissuti dagli insegnanti, i quali hanno l'impressione di perdere in efficacia e di controllare male la loro classe.

Difficoltà proprie di Cabri-géomètre

In ciò che concerne specificatamente il programma Cabri-géomètre, molte difficoltà elementari sono eliminate dall'aiuto *in linea* accessibile direttamente nel programma. Questo aiuto è tuttavia inefficace per i ragazzi al di sotto dei 13 o 14 anni, poiché essi leggono male i messaggi o li comprendono male.
L'insegnante deve conoscere, prima di cominciare, un certo numero di difficoltà che nonostante tutto possono presentarsi. Citiamo qui le due principali.

- Durante i primi contatti, gli allievi devono sapere che gli oggetti di base possono essere spostati e che le costruzioni sono convalidate dalla conservazione delle loro proprietà dopo un tale spostamento.
- La costruzione dei punti d'intersezione e dei punti su un oggetto deve essere sorvegliata all'inizio dell'apprendimento poiché gli alunni creano talvolta semplicemente un punto di base (al posto di uno di questi punti) e la loro figura non si conserva per spostamenti.

Altre difficoltà meno importanti appaiono e sono state trattate nel capitolo iniziale del libro "Cabri-classe(1)" apparso recentemente, di cui abbiamo curato la redazione. Diamo solo la lista dei principali punti relativi ad alcune delle difficoltà che abbiamo osservato:

Menu grigi
I menu delle costruzioni sono grigi quando non ci sono sufficienti oggetti sulla figura perché la costruzione sia possibile.
Ambiguità
Il significato delle ambiguità, così come il modo di risolverle, deve essere spiegato agli alunni.
Ingrandire e ridurre le figure
L'uso dei tasti + e – per ingrandire e ridurre (su PC) o la scelta del tasto opzioni su Mac per ridurre.
Annullare l'ultima azione realizzata
E' importante segnalare agli alunni l'interesse di questo tasto che permette di rimediare a molte catastrofi.
Nascondere gli oggetti - *ridisegnare oggetti nascosti – mettere in grassetto*
Gli alunni tengono molto alla presentazione delle figure e chiedono informazioni sulle possibilità di gestire questa presentazione.
Sopprimere non è nascondere
La distinzione sopprimere/nascondere deve essere spiegata agli alunni con l'effetto sulla figura.
Macro-costruzioni-'
La realizzazione di una macro-costruzione deve essere l'oggetto di un periodo di prova. In particolare è necessario disporre prima della costruzione, per descriverla poi in una macro-costruzione
Retta, Cerchio (Retta di base, Cerchio di base)
Gli oggetti Retta e Cerchio (di base) sono molto particolari. Noi preferiamo all'inizio eliminarli dai menu se è possibile e introdurli solo in un secondo momento in ragione del loro funzionamento particolare.

La descrizione di queste difficoltà non deve nascondere che Cabri-géomètre è un programma a manipolazione diretta che può essere utilizzato senza un importante aiuto specifico. Esso appare così come un programma molto adatto all'utilizzo nell'insegnamento dove gli alunni possono fare della geometria molto velocemente, senza che il programma costituisca un ostacolo per la manipolazione degli oggetti geometrici.
Noi abbiamo d'altronde constatato, in seguito a un uso frequente nelle classi, un migliore accesso alla nozione di figura definita dalle sue proprietà.

(1) - Cabri-classe, *Apprendere la geometria con un programma*. Edizioni Archimède 5 rue Grandel 95 1 00 Argenteuil. France

Come fare

Cabri-géomètre nella risoluzione di problemi di geometria classica

Consolato Pellegrino
Dipartimento di Matematica Università di Modena

Il presente contributo riporta una attività che è stata sviluppata nell'ambito di un lavoro di gruppo svolto a Latina durante il XVII Convegno Nazionale sull'insegnamento della Matematica organizzato dall'UMI (Unione Matematica Italiana) e dalla CIIM (Commissione Italiana per l'insegnamento della Matematica).
Il testo completo è riportato negli Atti del Convegno (Supplemento al Notiziario UMI)

Sino agli anni '60 circa il valore formativo dell'insegnamento della Geometria euclidea sembrava indiscusso. Tale insegnamento era finalizzato all'acquisizione di capacità di analisi, deduzione e rigore espositivo. Parte integrante di quel tipo di insegnamento era l'attività di risoluzione di problemi geometrici che era considerata utile anche allo sviluppo delle facoltà creative dell'allievo. Il tutto costituiva da base e da sfondo all'introduzione della Geometria analitica. Si riteneva che questa progressività facesse apprezzare ancor di più la generalità e la sistematicità del metodo analitico da una parte e l'eleganza e la "semplicità" del metodo sintetico dall'altra. Questi obiettivi sono tuttora in parte presenti nella proposta dei nuovi programmi per il biennio della scuola secondaria superiore. C'è da dire però che nella pratica didattica l'insegnamento della Geometria è progressivamente mutato. Per vari motivi, sui quali qui non entriamo, nella scuola secondaria la Geometria classica è sempre più trascurata a vantaggio di quella analitica. Ma ciò che è più sorprendente, e che forse potrebbe sancire definitivamente questa trasformazione, è che all'università, seguendo l'impostazione algebrica ormai dominante, nei corsi di Geometria, anche per studenti del corso di laurea in Matematica, i concetti ed i risultati di natura geometrica, compresi quelli relativi alla Geometria euclidea, sono ricavati esclusivamente da conoscenze di tipo algebrico precedentemente introdotte. Perciò è abbastanza difficile pensare ad una inversione di tendenza che porti ad un recupero del patrimonio culturale sottovalutato. Tuttavia oggi è possibile un risveglio di interesse verso la Geometria classica grazie alle nuove tecnologie ed in particolare a Cabri-géomètre, software specificatamente messo a punto per l'insegnamento di questa.

Diamo la soluzione di un problema scelto tra quelli proposti recentemente in una gara di Matematica per studenti di scuola secondaria superiore (cfr. Notiziario UMI, 1994, n. 5, p. 44). Il problema viene qui risolto cercando di mettere in luce l'utilità di Cabri proprio per l'avvio degli studenti alla risoluzione, per via sintetica, di problemi geometrici.

Problema: *Dato un parallelogramma provare, eventualmente con considerazioni di carattere intuitivo, che esiste un triangolo equilatero con i tre vertici giacenti sui lati del parallelogramma e con un lato parallelo alla diagonale maggiore. Determinare quanti altri triangoli ci sono con la predetta proprietà.*

Al fine di cercare le eventuali soluzioni di questo problema, seguendo una delle indicazioni generali che vengono date al riguardo (cfr. ad es. Cipolla 1948; Sabbatini 1900, rist. 1983), cerchiamo di stabilire le caratteristiche comuni alla famiglia di figure (in questo caso triangoli equilateri) che soddisfare a tutte meno una le condizioni imposte dal problema. Poniamoci quindi di fronte al foglio di lavoro di *Cabri e* disegniamo, utilizzando i comandi dei menu Crea e Costruzioni, un parallelogramma ABCD che abbia AC come diagonale maggiore. Consideriamo quindi un punto R vincolato a muoversi sul lato AB e tracciamo la retta *r* parallela ad AC per R; *r* intersecherà il lato BC del parallelogramma in un punto S. Tracciamo il segmento RS e "nascondiamo" la retta *r* (quest'ultima operazione è realizzabile mediante il comando Aspetti degli oggetti del menu Edizione). Il segmento RS appena costruito ha gli estremi rispettivamente su AB e su BC ed è parallelo alla diagonale maggiore AC. Possiamo dunque pensare a RS come ad un lato del triangolo da costruire.

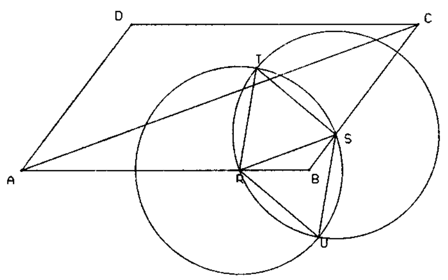


fig. 1

In generale però, si veda *fig. 1*, nessuno dei due triangoli equilateri RST ed RSU, uno simmetrico all'altro, costruiti su RS ha il terzo vertice sul contorno del parallelogramma. Tuttavia sfruttando la dinamicità di *Cabri,* se spostiamo il punto R sul lato AB abbiamo modo di osservare che:

- i due triangoli si ingrandiscono se avviciniamo R ad A (arrivano a coincidere con i triangoli equilateri di lato AC se R coincide con A) e, invece, si rimpiccioliscono se avviciniamo R a B (arrivano ad "annullarsi" se R coincide con B);
- il triangolo RSU (avente il terzo vertice nel semipiano di origine RS che non contiene il triangolo ACD) non avrà mai il terzo vertice sul contorno del parallelogramma mentre ciò accadrà una ed una sola volta per il triangolo RST (c'è infatti una ed una sola posizione R_1 dì R su AB per cui, T si viene a trovare in un punto T_1 sul contorno del parallelogramma).

E abbastanza intuitivo infatti, ragionando per continuità, che deve esistere *almeno* una posizione di R su AB per cui T si viene a trovare sul contorno del parallelogramma. Quello che invece è più difficile vedere, senza l'aiuto di *Cabri*, è la effettiva collocazione di T_1 e la sua unicità. Per stabilire ciò, seguendo un'altra indicazione generale riguardo alla soluzione dei problemi geometrici, conviene individuare il luogo L dei punti del piano descritto da T al variare di R su AB (la caratterizzazione di L è utile in quanto i punti R di AB che forniscono soluzioni dei problema sono tutti e soli i punti comuni ad L ed al contorno del parallelogramma). In effetti con l'aiuto di *Cabri* (una volta nascosti per comodità i lati RU, SU ed il vertice U del triangolo RSU) se spostiamo R su AB possiamo intuire che T, muovendosi su una retta passante per B, descrive un segmento.

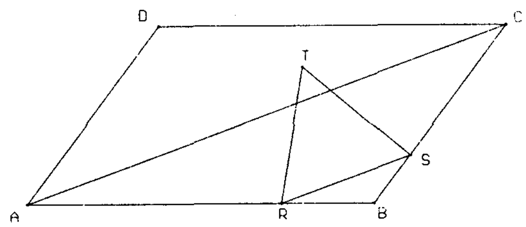


fig. 2

Questa intuizione può essere rafforzata usando il comando Luogo di punti del menu Costruzioni (si veda *fig. 2*). Ovviamente però, per escludere false impressioni, occorre dimostrare che T si muove effettivamente su una retta passante per B. Anche a questo riguardo *Cabri* può essere utile, infatti, si veda *fig. 3,* se teniamo premuto il tasto di tabulazione mentre muoviamo R su AB vediamo che sullo schermo, oltre al triangolo RST che varia, continua a rimanere visualizzata anche la sua posizione iniziale.

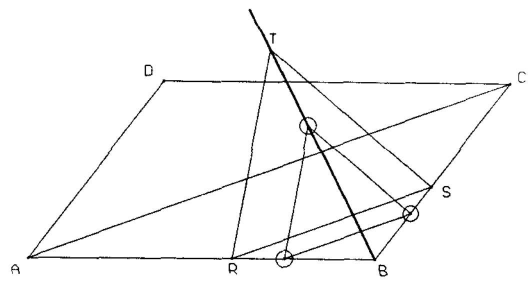


fig. 3

Ciò consente di rendersi conto che, per costruzione, i triangoli equilateri ottenuti hanno i lati a due a due paralleli e quindi, per il teorema di Desargues, sono omotetici. Questo fatto comporta che le rette congiungenti i vertici corrispondenti di tali triangoli devono incontrarsi in uno stesso punto che non può essere altro **che** B, dal momento che due di esse, AB e BC, si incontrano proprio in esso.
Da quanto detto segue che tutti i triangoli equilateri che hanno due vertici rispettivamente sulle rette AB e BC hanno il terzo vertice, T, giacente su una retta *t* passante per B. Di conseguenza tra i suddetti triangoli ce n'è uno solo che ha tutti e tre i vertici sui lati del parallelogramma.

Volendo una soluzione costruttiva del problema (oltre a dimostrasse l'esistenza come si è fatto) basta utilizzare uno qualunque dei triangoli RST già costruiti. Infatti, da quanto emerso dalla precedente esposizione, basta prendere come T_1 il punto di intersezione del contorno del parallelogramma con la retta *t* che passa per B e per T e poi costruire R_1 ed S_1 rispettivamente intersecando AB con la parallela per T_1 a RT ed intersecando BC con la parallela per T_1 a ST.

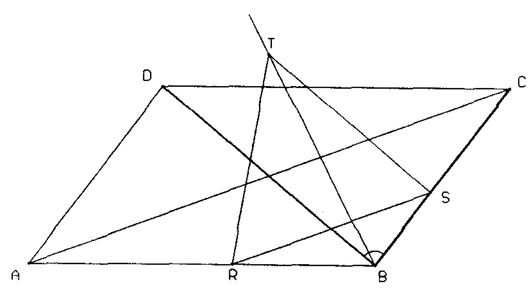


fig. 4 (a)

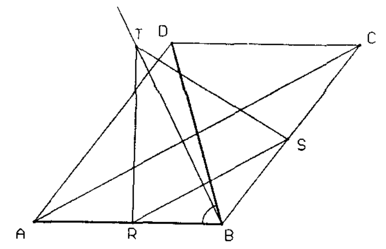


fig. 4(b)

Per quanto riguarda l'effettiva posizione di T_1 va detto che esso, nel caso del parallelogramma considerato in *fig. 1,* si trova sul lato CD ma ciò non è vero in generale.

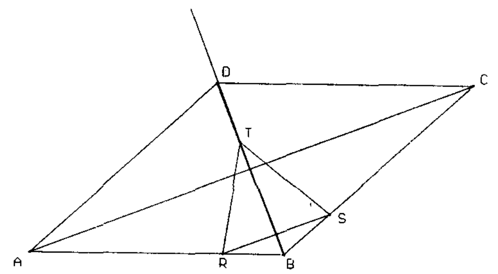


fig. 4 (c)

Infatti, come mostrato in *fig. 4,* sempre sfruttando la dinamicità di *Cabri* si può intuire e quindi arrivare a dimostrare che T_1 si trova o su DA o su CD oppure coincide con D a seconda che *t* sia interna all'angolo ABD o all'angolo DBC oppure coincida con BD.
Ovviamente non è detto che non esistano altri triangoli che soddisfino alle condizioni richieste. Infatti lo studio condotto dipende dalla scelta del lato su cui abbiamo preso il punto R. Di conseguenza per esaminare tutti i casi possibili dobbiamo vedere cosa accade se scegliamo R su uno dei rimanenti lati. Se R appartiene a BC ovviamente la soluzione coincide con quella già trovata. Invece se scegliamo R su CD o, equivalentemente, su DA otteniamo una nuova soluzione.
Riassumendo possiamo concludere che i triangoli richiesti sono sempre due *(fig. 5).*

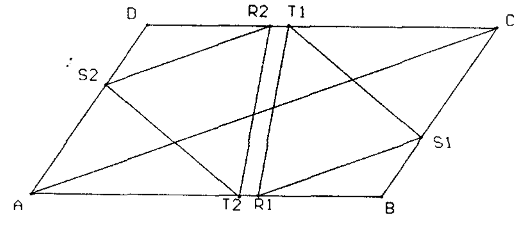


fig. 5

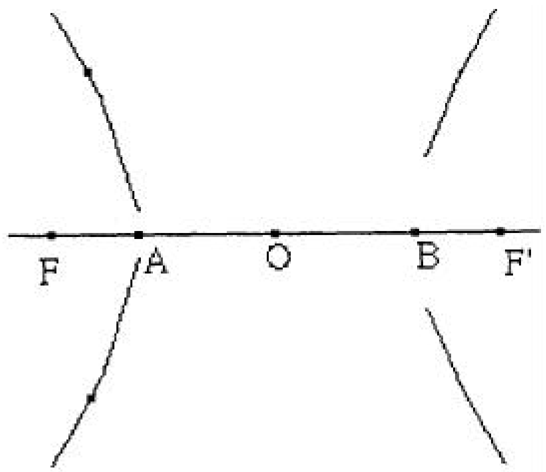
Prima di chiudere facciamo osservare che, utilizzando le principali possibilità offerte da *Cabri,* di fatto siamo giunti, in modo abbastanza agevole, alla soluzione ed alla discussione del problema mediante uno dei metodi generali di soluzione dei problemi geometrici, quello di similitudine o meglio di omotetia (altri importanti metodi sono quello di traslazione, rotazione e dei luoghi geometrici).

La curva del profilo delle torri di raffreddamento dell'acqua

di Giuseppe Giacometti

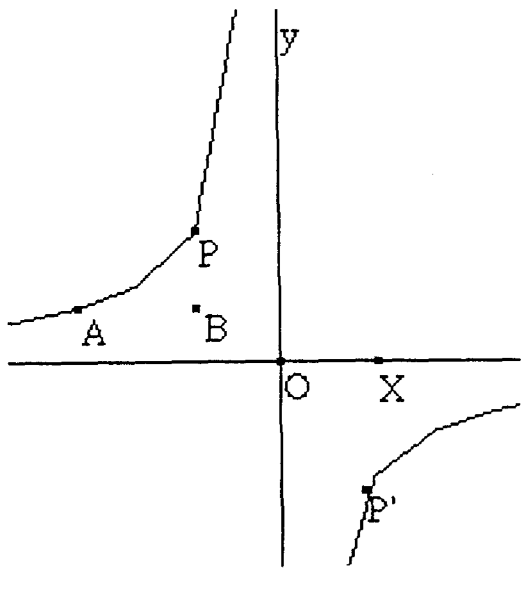
Quale conica rappresenta
- la forma che assume la superficie libera dell'acqua (o della sabbia) di una clessidra, formata da due coni opposti al vertice, appoggiata su una superficie piana
- la linea di luce proiettata sulla parete da un lume da tavolo con paralume cilindrico
- il profilo delle grandi torri di raffreddamento dell'acqua negli stabilimenti industriali?

E' l'iperbole, luogo geometrico dei punti del piano, le cui distanze da due punti fissi, detti fuochi, hanno una *differenza costante.*



a) Costruzione dell'iperbole

1. Disegnare la retta r passante per due punti (CREAZIONE/ retta per due punti)
2. Sulla retta r definire i fuochi F e F' (COSTRUZIONE/punto su un oggetto)
3. Definire il punto medio O del segmento FF' (COSTRUZIONE/punto medio)
4. Disegnare la circonferenza di centro O e passante per un punto qualsiasi appartenente all'intervallo FF' (CREAZIONE/circonferenza centro-punto)
5. Per migliorare l'aspetto della figura cancello i due punti attraverso cui avevo definito la retta (EDIZIONE/aspetto- gomma)
6. Definire i punti A e B come intersezione fra la circonferenza e la retta r (COSTRUZIONE/ intersezione di due oggetti- EDIZIONE/ nomi)
7. Scegliere il punto K, appartenente alla retta r ed esterno al segmento FF' (COSTRUZIONE/ punto su un oggetto)
8. Definire il segmento KA (CREAZIONE/ segmento)
9. Richiamare la macro "Trasporto di un segmento" (definita da A. Macrelli in Cabrirrsae n. 0 pag. 4)
10. Trasportare il segmento KA nel punto F e verso F', chiamare FA' il segmento traslato (COSTRUZIONE/ trasporto di un segmento - EDIZIONE/nomi)
11. Disegnare la circonferenza con centro F e raggio FA' (CREAZIONE/ circonferenza centro - punto)
12. Definire il segmento KB (CREAZIONE/ segmento)
13. Trasportare il segmento KB in F'B' (COSTRUZIONE/ trasporto di un segmento EDIZIONE/nomi)
14. Disegnare la circonferenza con centro in F' e raggio F'B' (CREAZIONE/ circonferenza-centro-punto)
15. Definire i punti T ed U come intersezione delle due circonferenze ed, eventualmente, cancellare le due circonferenze (COSTRUZIONE/ intersezione di due oggetti EDIZIONE/nomi EDIZIONE/aspetto/gomma)
16. L'iperbole si ottiene ora come luogo dei punti generato da T ed U al variare della posizione di K sulla retta r (COSTRUZIONE/ Luogo di punti) *(n. b. per selezionare sia T che U mantenere premuto il tasto shift)*



b) L'iperbole equilatera:

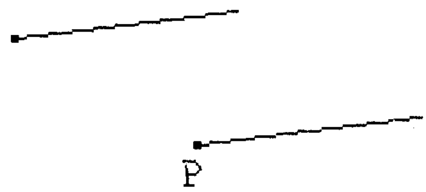
la curva della proporzionalità inversa

1. Disegniamo la retta (CREAZ/ retta per due punti)
2. Chiamiamo x la retta, O ed X i due punti (EDIZ/ nomi)
3. Costruiamo la perpendicolare y alla retta x passante per O (COSTRUZ/perpendicolare)
4. Consideriamo un punto qualsiasi A (CREAZ/ punto)
5. Costruiamo le parallele y' ed x’, rispettivamente, a y e ad x e passanti per A (COSTRUZ /parallela)
6. Sulla retta x’ scegliamo un punto a piacere e lo chiamiamo B (COSTRUZ/ punto su un oggetto, EDIZIONE/nomi)
7. Congiungiamo O con B (CREAZ/ retta per due punti)
8. Definiamo il punto C come intersezione di OB con y’ (COSTRUZIONE/ intersezione di due oggetti)
9. Per C tracciamo la parallela x” all’asse x e per B la parallela y” all’asse y (COSTRUZ/ retta parallela)
10. Chiamiamo P l'intersezione delle due rette x” e y” (COSTRUZ/ intersezione di due oggetti, EDIZ/nomi)
11. Tracciamo la retta OP e disegniamo il simmetrico P' di P rispetto ad O (CREAZ/ retta per due punti   COSTRUZ/ simmetrico di un punto, EDIZ/nomi)
12. Disegniamo l'iperbole equilatera come luogo dei punti descritto da P e P' al variare del punto B.

Campi vettoriali con Cabri

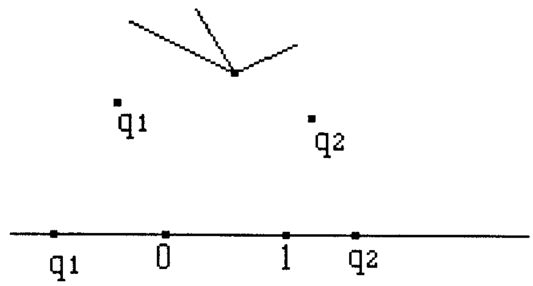
di Roberto Ricci

Il concetto di campo in fisica, in particolare quello di campo vettoriale, risulta di non facile comprensione per molti studenti. L’idea di una grandezza fisica diffusa nello spazio, cioè misurabile in ogni punto, non è direttamente illustrabile in modo semplice e palpabile nel laboratorio, dove si ricorre per lo più a esperienze rivolte a visualizzare le sole linee di campo. Le immagini dei libri dì testo sono spesso di poco aiuto, potendo offrire unicamente immagini statiche con freccette che rappresentano il campo in alcuni punti e che non riescono a comunicare, ad esempio in campi come quello gravitazionale o elettrico, intorno ai corpi puntiformi che ne sono sorgente , la rapida variazione caratteristica di una legge dell'inverso del quadrato della distanza.
Cabri può aiutare a fornire immagini dinamiche utili a simulare campi vettoriali bidimensionali di vario tipo, in cui sia possibile perlustrare lo spazio e manipolare i parametri, e in modo tale che sia facile sovrapporli.
Come primo esempio, per altro assai banale, si può considerare un campo uniforme, assegnando direzione e verso mediante un segmento orientato (una freccia - segmento in cui l'estremo coincidente con la punta viene cancellato con la gomma in Aspetto degli oggetti del menu Edizione) e creando un punto P a partire dal quale costruire il segmento orientato parallelo a quello dato, equiverso con esso.

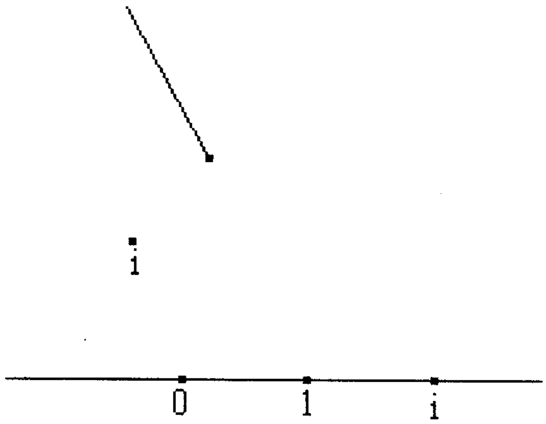


Trascinando il punto P si ha la possibilità di perlustrare il campo in questione.
Il campo centrale generato da una carica puntiforme sarà naturalmente di più complessa costruzione, basata ad esempio su macrocostruzioni algebriche per realizzare quadrati di lunghezze e rapporti.
Nel seguito non sarà data descrizione delle costruzioni ma potrà essere fatta richiesta all'autore, indirizzata all'IRRSAE-ER, di copia dei files Cabri con cui sono state realizzate le figure seguenti.

Potrà essere significativo perlustrare il campo trascinando il punto in cui viene visualizzato, oppure far variare la carica q trascinando lungo la retta reale il punto che ne rappresenta l'intensità. Tale costruzione potrà diventare anche una macrocostruzione consentendo così di disseminare il piano di più cariche puntiformi e realizzare la sovrapposizione di questi con campi uniformi.



Oltre ai campi centrali potremo costruire anche campi con vortici come quello generato sul piano da una corrente rettilinea indefinita posta perpendicolarmente al piano stesso.



In conclusione Cabri può offrire uno strumento utile anche all'insegnante di fisica, per simulazione o almeno per fornire immagini dinamiche con cui interagire, senza con ciò pensare di poter sostituire il necessario contatto con i fenomeni descritti, contatto che avviene in particolare nel laboratorio di fisica.

Bibliografia
R. RICCI, *Algebra con Cabri,* Quaderni IRRSAE-Emilia Romagna, n. 5, Novembre '94

Nota redazionale

Modelli teorici e **materiali, simulazioni**

I programmi scolastici scientifici si ripromettono di far conoscere agli studenti i più generali fra i modelli teorici della realtà. Si tratta di:
a) fame conoscere gli elementi (grandezze, relazioni, limiti di validità)
b) fame comprendere la natura teorica (gli oggetti e i fenomeni sono reali; le grandezze che li descrivono, le loro misure e le relazioni sono enti astratti, costruiti seguendo le leggi della logica)
c) far comprendere bene che tutta l'impalcatura ottenuta ha un'origine sperimentale (i valori delle grandezze e le relazioni fra esse si ricavano anzitutto osservando e misurando poi anche riflettendo, analizzando, deducendo) e l'uso che se ne fa è eminentemente pratico (quando A è difficile e B facile da misurare, possiamo conoscere A ricavandola con il modello opportuno, geometrico, meccanico, atonùco, elettromagnetico, termodinamico ..., dopo aver misurato B).
Le questioni b) e c) si risolvono contestualmente ad a), anzitutto fornendo definizioni operative chiare e precise di tutte le grandezze coinvolte nel modello, nell'ordine logico di "comparsa sulla scena" (definizione intesa come precisa regola di comportamento per ottenere un determinato insieme di prodotti, in questo caso enti astratti).
Poi per quanto riguarda il punto b) occorrerà far notare costantemente la distinzione fra oggetto e lunghezza, e massa, e carica elettrica ..., pendolo che oscilla e durata e ampiezza e frequenza di oscillazione, e così via. Per quanto riguarda e), sarà sufficiente che lo studente misuri alcune grandezze, ricavi sperimentalmente le relazioni più semplici, faccia qualche prova di utilizzo delle relazioni.
Per ottenere una adeguata comprensione dei meccanismi rappresentati dalle definizioni e dalle relazioni (a) si ricorre agli "esercizi", ma nei casi più complessi ciò non viene fatto per mancanza di tempo e allora tutto è lasciato alla capacità dello studente di elaborare in modo intuitivo.
Oppure, si può ricorrere a "modelli materiali" o a "simulazioni al computer", entrambi utilissimi soprattutto per studenti con scarsa intuizione. I lavori di Ricci sfruttano bene le potenzialità di CABRI per migliorare la comprensione di alcuni modelli. In pratica si rendono possibili il calcolo e una efficace rappresentazione visiva di moltissimi valori di una data grandezza vettoriale, in tempi brevissimi. Se le formule per calcolare i valori saranno note allo studente e non sussisteranno dubbi legati ai punti b) e c), i lavori di Ricci risulteranno efficacissimi per l'obiettivo in a).

Cabri in biblioteca

Sul numero di novembre '94 della rivista "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate" è apparso l'articolo di Paolo Boieri "Introduzione a Cabri-géomètre". L'articolo è una introduzione pratica all'uso del software; vengono considerate in modo particolare la grafica di funzioni e l'interpretazione geometrica di un sistema lineare. Sempre di Paolo Boieri è disponibile il Quaderno N. 7 della collana "Quaderni di CABRIRRSAE"; avente come titolo "La misura in Cabri"; come si ricorderà il prof. Boieri aveva tenuto un seminario su questo tema a Bologna, a cura dell'IRRSAE-ER, nel novembre '94. I colleghi interessati a ricevere questo quaderno, possono fare richiesta, su carta intestata della propria scuola, all'IRRSAE-ER.

Da Cabriole

Quali costruzioni e figure per cercare e vedere con Cabri?

di Gérard Vivier
Trad. di M. Grazia Masi da CABRIOLE n. 4, p. 7

L'esempio del quadrato in un triangolo

In che modo la consuetudine all'uso di CABRI conduce a cambiare il proprio modo di affrontare un problema e fare della ricerca?
Consideriamo il problema seguente che, non essendo io "prof. di matematica", avevo la fortuna di non conoscere (è privilegio degli ignoranti poter cercare e trovare in perfetta innocenza!). Ecco la mia esperienza.
Dato un triangolo ABC ed un punto P sa AB, come costruire un quadrato PQRS con Q su AC e con R e S su BC?

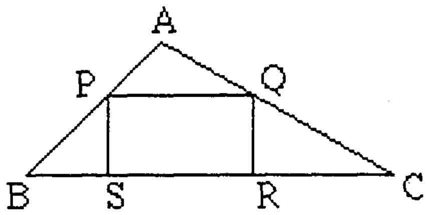


fig. 1

Naturalmente, costruiamo un triangolo ABC e un punto P vincolato ad AB. Poi si può costruire il rettangolo PQRS con R e S su BC (fig. 1).
Si vede che spostando P su AB, si danno al rettangolo PQRS tutte le forme possibili per variazione continua, e che c'è un quadrato (e uno solo) fra esse.

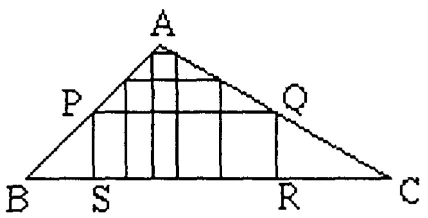


fig. 2

Ciò permette di visualizzare il problema in modo dinamico evidenziando una parametrizzazione del problema e l'esistenza di una soluzione.
Va già bene, soprattutto considerando il comportamento di molti alunni, che trascurano spesso l'osservazione e l'analisi della figura del problema per concentrarsì su una "soluzione" casuale o sulla ricerca della pagina "ad hoc" del libro di testo.
Ciò detto, con questa costruzione si vede bene il problema, ma ancora nessuna soluzione.
Forse perché la costruzione non produce "buone irnmagini'. Ne faremo un'altra.
Scegliamo adesso di costruire il quadrato PQRS con Q su AC (fig. 3).

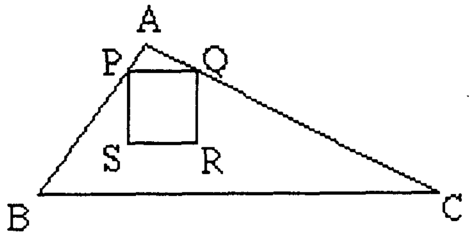


fig. 3

Spostando P, si vede che è possibile ingrandire il quadrato in modo continuo e che, ad un certo momento (unico), il suo lato giace su BC (fig. 4).

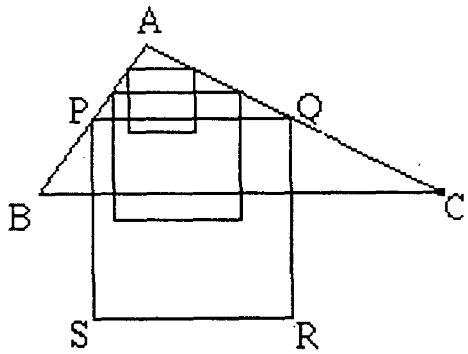


fig. 4

Con questa costruzione, non solo si visualizza il problema, ma si rende evidente la soluzione: le "casette" PAQRS saltano aglì occhi come omotetiche. Basterà dunque costruire uno qualunque dei quadrati PQRS, la retta AR e la sua intersezione con BC. Uno con poco occhio avrebbe potuto in più tracciare il luogo di R, ma qui è quasi un "barare".
Che cosa rende questa seconda costruzione più fruttuosa della prima? Come procurarsi le "buone immagini"? Ecco un problema da approfondire.
Notiamo qui che questa nozione di costruzione fruttuosa è molto relativa perché, "guardando più da vicino" si "vede" che anche la prima costruzione permetteva dì visualizzare la soluzione. "Bastava" (!) costruire la retta AS, la sua intersezione E con la perpendicolare in B a BC e infine il rettangolo BCDE (fig. 5).
Quando si sposta P, i due rettangoli PQRS e BCDE si deformano contemporaneamente restando sempre omotetì cì uno all'altro. Così PQRS sarà un quadrato se e solo se lo è BCDE.

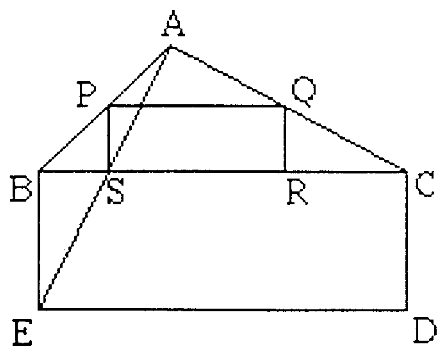


fig. 5

Non è che un esempio che mostra come Cabri permetta di "plasmare" la figura (il dato del problema) come un "fenomeno" che si osserva e sul quale si sperimenta dinamicamente, per giungere alla soluzione.
Alcuni diranno che questa manipolazione dinamica può essere fatta mentalmente, senza Cabri. E' vero, fortunatamente; ed è tipico dell'operazione fondamentale di astrazione che realizzerà spontaneamente l' "alunno bravo"; ma molti alunni non lo faranno "spontaneamente" e la nostra scommessa (e resta da dimostrare) è appunto che un lavoro regolare con Cabri deve aiutare a crearsi "buone immagini mentali" e a sviluppare questo meccanismo di astrazione.

CABRI informa

Stampa delle figure generate con CABRI

di Valerio Mezzogori

Alcuni colleghi ci hanno segnalato di incontrare difficoltà nella stampa delle figure realizzate con Cabri-géomètre: ecco alcuni suggerimenti.
Esistono due possibilità per stampare le figure e i luoghi geometrici generati da Cabri:
- utilizzare l'opzione *Stampa* del menu *Archivi* (se si lavora con un luogo geometrico l'opzione si attiva con il tasto "s");
- utilizzare la voce *Stampa su file* sempre relativa all'opzione *Stampa* del menu *Archivi.*

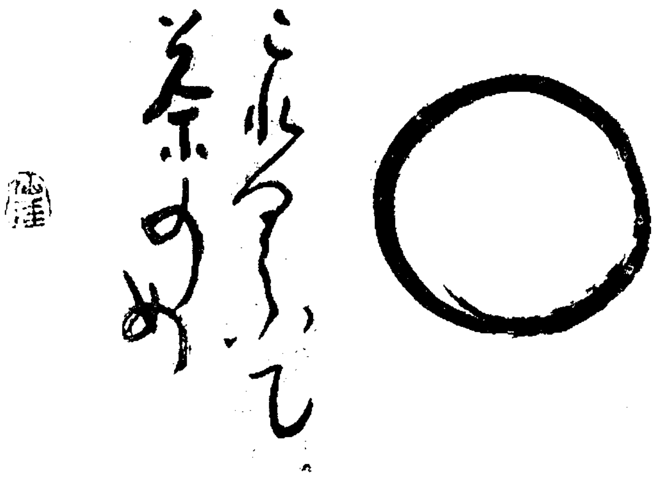
Il primo sistema rappresenta il modo più semplice ed immediato di stampare una figura ed è particolarmente utile quando si lavora con un luogo geometrico, che non può essere conservato in quanto non è un oggetto di Cabri-géomètre. Il risultato è una figura stampata direttamente sulla carta; naturalmente la qualità dipende dalla risoluzione della stampante utilizzata.
Se prima di procedere alla stampa si sono correttamente impostate le opzioni della voce *Imposta la stampa ...* del menu *Archivi* non dovrebbero insorgere difficoltà, in quanto Cabri riconosce in modo generico le principali tipologie di stampanti (ad aghi, a getto di inchiostro e laser). Se la stampa non riesce, l'unico modo per realizzare la figura è quello di utilizzare il tasto Stamp (Print Screen se si usa la tastiera americana) che produce una copia su carta dello schermo, naturalmente la qualità sarà molto inferiore.
La seconda opzione permette di ottenere una stampa su file della figura: ciò consente di importarla successivamente come immagine in una video scrittura o in un programma di grafica. Si ha in questo modo il vantaggio di poter intervenire sulla figura, ad esempio ridimensionarla, e di ottenere una stampa di maggiore qualità. Prima di procedere alla stampa su file della figura è necessario aver scelto la voce *plotter* nell'opzione *Imposta la stampa ...* del menu *Archivi* e aggiungere l'estensione HGL (Hewlett Packard Graphics Language) quando il programma chiede di inserite il percorso e il nome del file in cui si vuol salvare la figura.
Il formato HPGL è riconosciuto fra gli altri, da "Microsoft Word per Windows 6.0", da Publisher 2.0 e da tutti i programmi della Microsoft che utilizzano "Microsoft Draw" (WinWord 2.0, Works per Windows 3.0, Publisher 2.0), nonché dai più diffusi programmi di grafica.
Se non riesce l'importazione della figura nei programmi che riconoscono il formato HPGL vuol dire che non sono stati installati i filtri di conversione grafica. Occorre allora lanciare il setup del programma e procedere alla loro installazione (per le operazioni si rimanda ai manuali di riferimento).
Se il programma utilizzato non riconosce il formato HPGL si può convertire il file utilizzando un programma di grafica; generalmente questi software riconoscono un numero di formati grafici maggiore rispetto alle video scritture (ad esempio Corel Draw importa file HPGL e li esporta nei formati più diffusi: PCX, BMP, TIF, ...) .
Un altro modo per stampare su file una figura generata con Cabri ed esportarla verso altri programmi è quello di utilizzare un "capture", cioè un programma in grado di catturare una schermata o una sua parte. Esistono numerosi software in grado di compiere questa operazione: fra quelli che operano in ambiente DOS uno dei più completi è Pizazz Plus della Applications Techniques (il programma è presente nel catalogo Quotha).
Informazioni più dettagliate sulla stampa di figure e luoghi geometrici sono alle pagine 56-57 e 67-70 del manuale di Cabri-géomètre.

Questo numero

Il primo articolo della sezione **Cabri discusso** riguarda la misura in Cabri, tema che aveva creato difficoltà ad alcuni docenti sperimentatori del software e per cui era stato organizzato un apposito seminario a Bologna nell'autunno scorso.
Segue uno scritto di tipo molto pratico su problemi organizzativi che un docente può incontrare in classe quando tutti i suoi allievi sono alle macchine; questo articolo è da considerarsi il proseguimento dell'articolo di apertura "Organizzazione della classe per l'uso di Cabri-géomètre" dell'ultimo numero del nostro bollettino (n. 4, febbraio '95).

Nella sezione **Cabri discusso**, troviamo dapprima un interessante scritto che lega Cabri alla risoluzione di problemi di geometria classica che ci è permesso pubblicare per gentile concessione dell'autore, della CIIM e dell'UMI.
Seguono poi altre due esperienze che si possono fare in classe: la piuma riguarda lo studio dell'iperbole a livello di scuola secondaria di primo grado e la seconda riguarda la visualizzazione con Cabri di campi vettoriali; quest'ultimo tema è senza dubbio più adatto per studenti delle superiori.
Nella sezione **Da Cabriole** viene tradotto un articolo di Gérard Vivier apparso sul n. 4 del bollettino francese.

Segue la sezione, **Cabri informa,** dove, a causa di pressanti richieste da parte di molti lettori, vengono dati consigli utili per stampare le figure generate con Cabri



Le immagini

Le immagini di questo numero sono del maestro zen giapponese Sengai (1750-1837).
Poeta, pittore e autore di haiku, componimenti di immagini e calligrafia, le sue opere sono impregnate di simbolismo: cerchi, triangoli e quadrati, così Sengai dipinge l'universo, racchiudendo in un segno un pensiero filosofico.
Una raccolta di poesie e disegni a china del maestro Sengai è pubblicata in Italia dall'editore Ugo Guanda (Puma, 1988).

Inviateci i vostri articoli

CABRI*RRSAE* pubblica contributi relativi all'utilizzo del pacchetto Cabri-géomètre, con particolare attenzione alla valenza didattica e all'inserimento nel curricolo scolastico.
Ogni articolo (non oltre 4 cartelle) deve pervenire, su supporto magnetico, ad uno degli indirizzi indicati in copertina, con il testo scritto in formato Word e le figure collocate in un file a parte in formato Cabri. Il materiale inviato non sarà restituito.

Siamo ugualmente interessati a ricevere materiali più articolati sull'utilizzo di Cabri; tali materiali possono essere diffusi mediante la collana "Quaderni di CABRI*RRSAE*".
Cogliamo l'occasione per informare i nostri lettori che, grazie all'interesse dimostrato per questa nostra piccola rivista, si è presa la decisione di farne una tiratura di 2500 copie a cominciare dal n. 4; la distribuzione non è più legata alla sola Emilia Romagna, ma è diffusa a livello nazionale.

CABRI*RRSAE*