Bonaventura Cavalieri:
la prima costruzione lineare delle coniche

Cristina Munerato

1 Biografia

Bonaventura Cavalieri nasce a Milano nel 1598 da una famiglia di umili origini. Nel 1615 entra a far parte dell'ordine dei gesuati di S. Girolamo per poi recarsi a Pisa, dove conosce Benedetto Castelli (1578–1643), docente di matematica all'Università di Pisa e allievo di Galileo Galilei (1564–1642). Castelli introduce Cavalieri alla geometria e, riconoscendone le capacità, lo presenta allo stesso Galilei.

Figura 1: Bonaventura Cavalieri

Dopo un breve soggiorno a Firenze, Cavalieri tenta, fallendo, di ottenere una cattedra di matematica all'Università di Bologna. Decide quindi di trasferirsi a Milano, dove continua a studiare teologia e nel 1622, prende gli ordini maggiori. In questi anni porta avanti gli studi matematici, in particolare si dedica a quelli che lo porteranno alla formulazione della teoria degli indivisibili.

Successivamente ad alcuni tentativi per ottenere una cattedra, prima a Roma e poi a Parma, nel 1629, grazie all'appoggio di Galilei, Cavalieri riesce ad ottenere la cattedra di matematica all'Università di Bologna. Nella città emiliana vi rimane tutta la vita non abbandonando mai il suo incarico di professore. Durante le lezioni universitarie, Cavalieri propone ai suoi studenti gli Elementi di Euclide, la teoria dei pianeti e l'*Almagesto* di Claudio Tolomeo (circa 100–175), ma anche argomenti più recenti come la teoria astronomica di Nicolò Copernico (1473–1543) [2].

Solo dopo essere stato nominato professore a Bologna, Cavalieri inizia a pubblicare le sue opere, dando la precedenza a quelle che sarebbero state più apprezzate dal pubblico e dal Senato bolognese, al fine di veder confermata la sua cattedra all'Università.

La prima sua opera, il *Directorium generale Uranometricum*, pubblicata nel 1632, è un trattato di astronometria, diviso in tre parti, in cui affronta i logaritmi, la trigonometria piana e sferica. Si tratta di una collezione di tavole logaritmiche e funzioni trigonometriche con dirette applicazioni ai triangoli. Tale opera è la prima di tale genere ad essere pubblicata in Italia, dopo ben diciotto anni dall'invenzione delle tavole logaritmiche da parte del matematico e astronomo inglese John Neper (1550–1617).

Nello stesso anno Cavalieri pubblica il suo secondo lavoro dal titolo *Lo specchio ustorio*, un trattato sulle sezioni coniche, dove vi è una prima testimonianza dello studio del matematico sulla teoria degli indivisibili, utilizzata per trattare il moto dei gravi [2]. La pubblicazione di tale opera rischia di compromettere il rapporto tra Cavalieri e Galilei. Quest'ultimo, infatti, teme di veder pubblicati da altri autori alcuni tra i suoi più importanti risultati. Fortunatamente il suo disappunto scema in fretta dal momento che, nell'opera, il gesuato attribuisce a Galilei la paternità dei risultati che illustra.

Nel 1635 pubblica la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, contenente i principi della teoria degli indivisibili. Inizialmente era concepita in sei libri, scritti nel 1627, a cui, nel 1634, Cavalieri decide di aggiungerne un settimo, nel quale pronone alcune dimostrazioni alternative a quelle presentate nei capitoli precedenti.

Negli anni successivi il matematico pubblica il *Compendio delle regole dei triangoli colle loro dimostrazioni*, un trattato di trigonometria piana e sferica, la *Nuova prattica astrologica di fare le direttioni secondo la via rationale*, incentrato sull'utilizzo dei logaritmi in astronomia e il *Centuria*, una collezione di problemi riguardanti argomenti di varia natura.

La morte di Galilei nel 1642 priva Cavalieri del suo principale interlocutore e, negli anni a seguire, si confronta con il matematico Evangelista Torricelli (1608–1647), successore di Galilei a Firenze, oltre che con il matematico Giovanni Antonio Rocca (1607–1656). Il gesuato ha contatti anche con la comunità matematica francese ed internazionale, in particolare con il matematico Pierre de Fermat (1601–1665).

Durante l'ultimo periodo della sua vita, Cavalieri porta avanti una controversia con il gesuita svizzero Paul Guldin (1577–1643) riguardante la teoria degli indivisibili. Tale dibattito viene inizialmente stampato nella *Trigonometria plana et sphaerica, linearis et logarithmica*, pubblicato nel 1643, ricalcando la struttura dei dialoghi galileiani. Sfortunatamente, a causa della morte di Guldin, il progetto di Cavalieri viene interrotto.

Nel 1647 pubblica le *Exercitationes geometricae sex*, una raccolta di sei libri contenenti diversi problemi ed esercitazioni matematiche, tra i quali le costruzioni di iperbole ed ellisse senza l'utilizzo del compasso.

Durante tutta la sua vita, Cavalieri soffre di gotta, che lo porta a difficoltà nel camminare e scrivere durante gli ultimi momenti della sua vita. Pochi giorni dopo la pubblicazione della sua ultima opera, Cavalieri muore a Bologna, nel 1647.

2 Le costruzioni lineari nella *Geometria Indivisibililus*

Un primo approccio allo studio delle sezioni coniche da parte del matematico risale al 1623, quando, studiando gli indivisibili, si imbatte in una costruzione della parabola. L'opera in cui è possibile trovare tale costruzione è la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, pubblicata solo nel 1635.

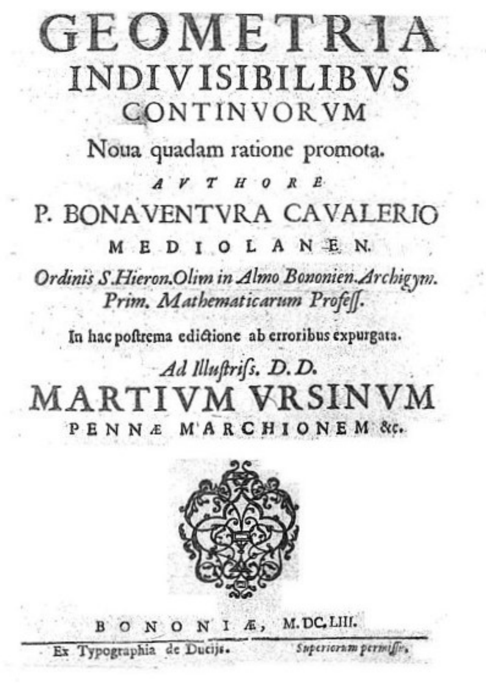

GEOMETRIA
INDIVISIBILIBVS
CONTINVORVM
Noua quadam ratione promota.
AVTHORE
P. BONAVENTVRA CAVALERIO
MEDIOLANEN.
Ordinis S.Hieron.Olim in Almo Bononien.Archigym.
Prim. Mathematicarum Profess.
In hac postrema editione ab erroribus expurgata.
Ad Illustris. D.D.
MARTIVM VRSINVM
PENNÆ MARCHIONEM &c.
BONONIÆ, M.DC.LIII.
Ex Typographia de Ducijs. Superiorum permissu.

Figura 2: Frontespizio de la *Geometria Indivisibililus*.

L'opera è un trattato riguardante la teoria degli indivisibili, ovvero un metodo per calcolare aree e volumi che ha contribuito allo sviluppo del calcolo intergrale.

Cavalieri voleva applicare gli indivisibili alla quadratura della spirale di Archimede. Il suo scopo era quello di dimostrare che l'area racchiusa fra il primo giro della spirale e l'asse fosse $\frac{1}{3}$ del cerchio che la contiene. Tenendo fissi gli argomenti dei diversi punti della curva nella loro origine sull'asse, egli li rettifica perpendicolarmente all'asse e mostra che gli estremi di questi argomenti si trovano su una parabola: in questo modo la spirale si trasforma in una parabola.

Da tale risultato, deduce il teorema dell'area e una costruzione della parabola fatta di sole linee rette, andando così a sfatare quel mito degli antichi, in base al quale le coniche potevano essere costruite solamente con l'utilizzo del compasso [1].

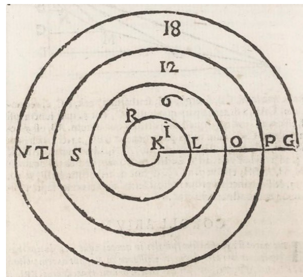


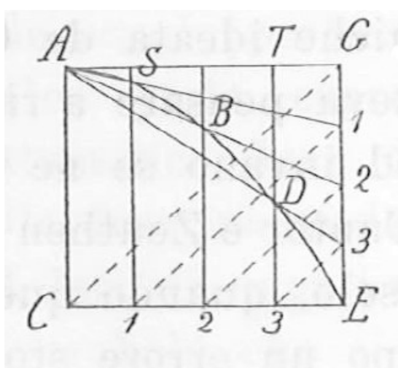
Figura 3: Spirale di Archimede nella *Geometria Indivisibililus*.

Cavalieri scopre tale costruzione già nel 1623, poichè invia a Galilei una bozza del manoscritto riguardante lo studio sulla spirale, andando così ad anticipare la costruzione del matematico Claude Mydorge (1585–1647), contenuta nell'opera del 1639.

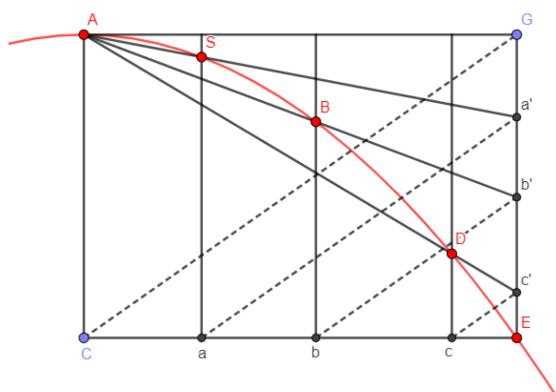
Costruzione lineare delle coniche senza compasso

Dati A il vertice della parabola, AC l'asse, AG la tangente al vertice ed E un punto qualunque della curva, si costruisce il parallelogramma $ACEG$. Si traccia la linea tratteggiata CG e si considerano poi delle parallele a CG che intersechino i segmenti CE e GE. Si individuano quindi i punti contrassegnati $1, 2, 3$[1] su CE e GE come in Fig. 4a .

Si tracciano le perpendicolari a CE nei punti $1, 2, 3$ e si uniscono i punti sulla retta GE ad A. I punti d'intersezione trovati A, S, B, D ed E sono punti della parabola.



(a) Tavola originale di Cavalieri



(b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 4: Costruzione lineare della parabola.

[1]Nelle costruzioni con il software Geogebra sono state utilizzate le lettere a, b, c per indicare i punti $1, 2, 3$, in quanto il software non consente di nominare un punto con un numero.

Tale costruzione viene poi estesa da Torricelli per poter essere applicata alla traiettoria di un proiettile.

La costruzione proposta dal Cavalieri è la prima mai ideata, senza l'utilizzo del compasso.

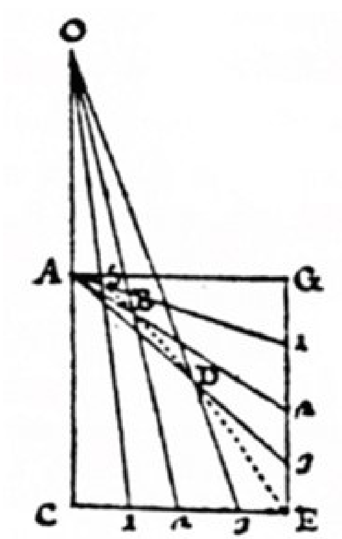
Successivamente alla pubblicazione della *Geometria Indivisibililus*, Cavalieri lavora per cercare una costruzione analoga, che non richieda l'utilizzo del compasso, anche per l'iperbole e l'ellisse.

Quando finalmente riesce nel suo scopo, decide di condividere le sue scoperte con i matematici Torricelli e Rocca, che le modificano, rendendole più eleganti. Il gesuato pubblica poi tali costruzioni nelle *Exercitationes geometricae sex* nel 1647.

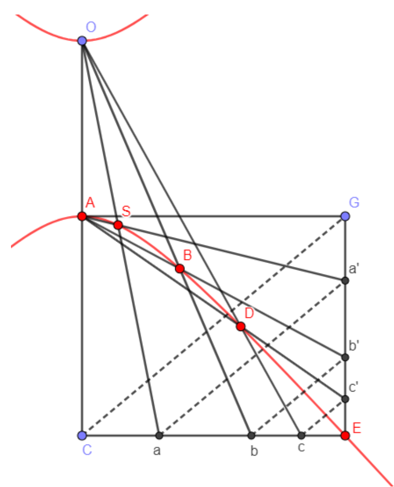
Caso dell'iperbole

Dati A il vertice dell'iperbole, AC l'asse, O il secondo vertice dell'iperbole, AG la tangente al vertice ed E un punto qualunque della curva, si costruisce il parallelogramma $ACEG$. Si traccia la linea tratteggiata CG e si considerano poi delle parallele a CG che intersechino i segmenti CE e GE. Si individuano quindi i punti contrassegnati $1, 2, 3$ su CE e GE come in Fig. 5a.

Si uniscono i punti sulla retta CE ad O e i punti sulla retta GE ad A. I punti d'intersezione trovati A, S, B, D ed E sono punti dell'iperbole.



(a) Tavola originale di Cavalieri



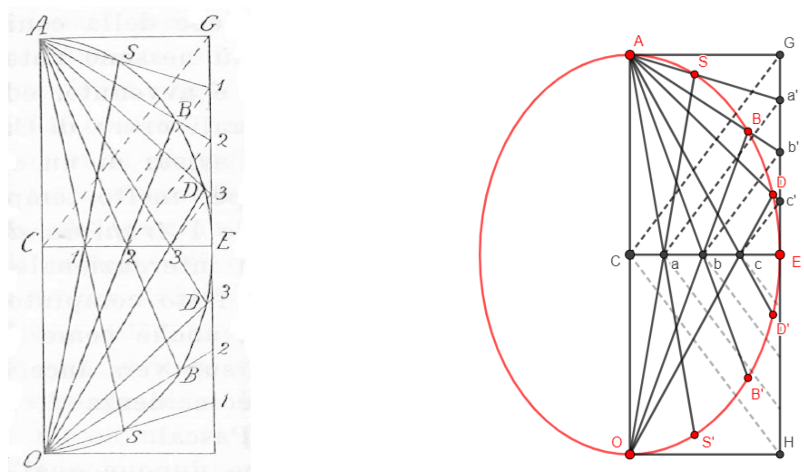
(b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 5: Costruzione lineare dell'iperbole.

Caso dell'ellisse

Dati A un vertice dell'ellisse, AO l'asse maggiore, CE metà dell'asse minore si costruiscono i parallelogrammi $ACEG$ e $CEHO$. Si traccia la linea tratteggiata CG e si considerano poi delle parallele a CG che intersechino i segmenti CE e GE. Si individuano quindi i punti contrassegnati $1, 2, 3$ su CE e GE come in Fig. 6a.

Si uniscono i punti sulla retta GE ad A e si tracciano le rette che collegano O ai punti su CE. I punti d'intersezione trovati A, S, B, D ed E sono punti dell'ellisse. In modo analogo si individuano i punti S', B', D'.



(a) Tavola originale di Cavalieri (b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 6: Costruzione lineare dell'ellisse.

Molti studiosi, tra cui il matematico tedesco Friedrich Dingeldey (1859–1939), hanno attribuito tali costruzioni a De l'Hôpital (1661–1704), in quanto compaiono nella sua opera *Traité analytique des sections coniques* pubblicata nel 1707; in realtà il primo a proporre una costruzione di tale genere è stato Cavalieri, mostrando inoltre un metodo più generale di quello proposto dal matematico francese.

3 *Lo Specchio Ustorio*

L'opera principale nella quale Cavalieri tratta le sezioni coniche è *Lo Specchio Ustorio overo trattato Delle Settioni Coniche. Et alcuni loro mirabili effetti Intorno al Lume, Caldo, Freddo, Suono, e Moto ancora.*

Una prima stesura dell'opera risale al periodo durante il quale il gesuato si trova a Parma, tra il 1629 e il 1632. Come testimonia una lettera inviata a Federico Borromeo (1564–1631) nel 1627, Cavalieri aveva già iniziato a lavorare a tale opera, annunciando di essere *"intorno alla cosa de specchi ustorij"* [3].

LO
SPECCHIO
VSTORIO
OVERO
TRATTATO
Delle Settioni Coniche,
ET ALCVNI LORO MIRABILI EFFETTI
Intorno al Lume, Caldo, Freddo, Suono,
e Moto ancora.
DEDICATO
A GL'ILLVSTRISSIMI
SIGNORI SENATORI
DI BOLOGNA
Da F. Bonauentura Caualieri Milanese Giesuato
di S. GIROLAMO
AVTORE
E Matematico Primario nell'Inclito Studio dell'istessa Città.

In Bologna, presso Clemente Ferroni 1632.
Con licenza de' Superiori.

Figura 7: Frontespizio de *Lo Specchio Ustorio*.

Il matematico pubblica così la sua opera nel 1632, dopo aver ottenuto la conferma della cattedra di matematica all'Università di Bologna, dedicando il volume ai Senatori della città di Bologna in segno di ringraziamento.

Nell'opera vengono presentate inizialmente alcune definizioni geometriche e dodici proprietà, quattro per ciascuna conica. I capitoli successivi riguardano problemi di fisica, dove viene dato largo spazio alle proprietà riflettenti degli specchi, in particolare degli specchi ustori di Archimede, e problemi riguardanti il suono e il moto. Vi sono anche cenni in merito alla rifrazione delle lenti, alla costruzione del cannocchiale e agli orologi solari.

Gli ultimi capitoli de *Lo Specchio Ustorio* sono incentrati sulle costruzioni della parabola, dell'iperbole e dell'ellisse tramite l'utilizzo di strumenti, quali righe, squadre, fili o semplici proporzioni. Nell'opera, il gesuato classifica molto dettagliatamente le varie costruzioni in base alla metodologia utilizzata.

Il Cavalieri ci tiene a sottilineare che le costruzioni da lui esposte sono solo alcune, le più significative, che erano conosciute all'epoca. I modelli da lui descritti non sono tutti di sua invenzione. L'obiettivo del Cavalieri è quello di fornire al lettore un'opera completa, contenente le costruzioni conosciute al tempo.

Il gesuato infatti riconosce sempre il merito al reale ideatore della costruzione da lui esposta. Talvolta apporta alcune modifiche, migliorandone così la comprensione o rendendole più semplici ed eleganti.

L'ultima parte dell'opera è poco commentata da studiosi postumi, se non addirittura ignorata, non attribuendo così la giusta importanza agli studi del matematico su tale argomento.

4 Le costruzioni dello *Specchio Ustorio*

Cavalieri suddivide le costruzioni delle coniche in tre gruppi:

- per *invention solida*, costruzioni meccaniche mediante l'utilizzo di dispositivi mobili nello spazio;

- per *invention piana vera*, costruzioni meccaniche mediante l'utilizzo di dispositivi mobili sul piano;

- per *punti continuati*, tramite costruzioni geometriche.

Nell'opera mancano spesso le figure delle costruzioni alle quali fa riferimento, in quanto il matematico predilige soffermarsi sulla motivazione e sul procedimento di tali costruzioni, piuttosto che sull'aspetto pratico.

4.1 Costruzioni per *invention solida*

Le coniche costruite per *invention solida* vengono ricavate tramite l'ausilio di strumenti meccanici che si muovono nello spazio. A tal fine Cavalieri utilizza un cono dal quale ricavare la parabola, l'iperbole e l'ellisse.

Un primo metodo da lui proposto vede l'utilizzo di un cono fisico. Tale costruzione fa uso di uno stumento conosciuto come il compasso di Alfonso d'Iseo (1576–?), di cui il gesuato era venuto a conoscenza a seguito di un suo soggiorno a Parma.

Cavalieri lo definisce come una squadra zoppa, i cui lati formano l'angolo di apertura del cono. Il piano sul quale viene tracciata la curva può essere diversamente inclinato rispetto al compasso; uno dei due lati del compasso costituisce la generatrice fissa del cono, mentre l'altro lato, al quale è fissato uno stilo, è mobile. Il compasso ruota attorno alla generatrice, mentre il lato mobile può allungarsi o accorciarsi in modo che la punta resti sempre a contatto col piano di disegno. A seconda dell'inclinazione si ottiene una parabola, un'iperbole o un'ellisse.

Il secondo metodo prevede l'utilizzo di un cono immaginario e come unico elemento reale lo stilo, corrispondente ad una generatrice del solido. Il piano sul quale si disegna la curva è fisso, contrariamente al caso precedente, e lo strumento deve essere "accomodato" rispetto ad esso, a seconda della sezione conica da tracciare. Il compasso utilizzato in questa seconda tipologia di costruzioni, dice di averlo *"appreso li Molto RR.PP. Gesuiti, qual mi dicono essere inventione, e fabrica del P. Scheiner dell'istessa Compagnia"* [3].

Figura 8: Compasso [4].

Cavalieri non riporta figure per le costruzioni di questi primi due metodi.

4.2 Costruzione per *invention piana vera*

Le costruzioni che rientrano in questa categoria avvengono sul piano con l'utilizzo di diversi strumenti. Cavalieri suddivide tali costruzioni in ulteriori due sottocategorie: costruzioni *col filo* e costruzioni *con le righe.*

4.2.1 Costruzioni *col filo*

Le prime due costruzioni che propone vedono il solo utilizzo di una matita e una corda, i cui estremi sono fissi sul foglio e rappresentano i fuochi delle curve.

La costruzione dell'*ellisse* di asse maggiore AB e fuochi O, E, sfrutta la seconda proprietà della curva, cioè la proposizione 52 del terzo libro delle *Coniche* di Apollonio (262–190 a.C.): $OC + CE = AB$, dove AB equivale alla lunghezza del filo.

Data una corda di lunghezza AB, si fissano gli estremi nei fuochi O ed E. Si posiziona lo stilo in N, come in Fig. 9, e, tenendo il filo teso, si traccia l'ellisse.

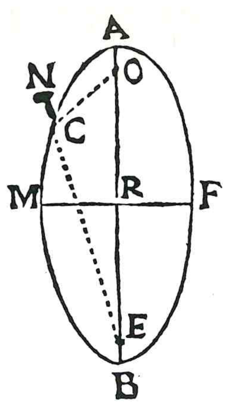


Figura 9: Costruzione dell'ellisse col filo (tavola originale).

Cavalieri fa riferimento a questa costruzione come il metodo *"più trito e noto"* per tracciare la curva, metodo già noto agli antichi.

La costruzione dell'*iperbole* di fuochi A, E e lato traverso CD avviene utilizzando una corda fissata in A, G, E che viene fatta passare "doppia" attraverso uno stilo, posizionato in F, come in Fig. 10. L'arco DH viene tracciato collocando lo stilo nel punto D e facendolo scorrere verso H, tenendo il filo in tensione. Vale così la relazione:

$$AZ - ZE = AD - DE = CD.$$

Si procede analogamente per l'arco DL.

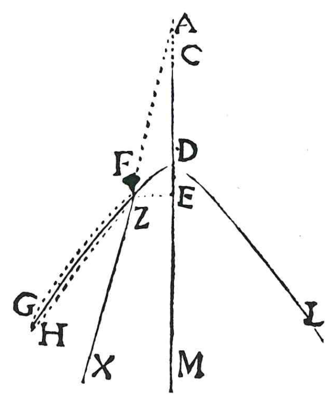


Figura 10: Costruzione dell'iperbole col filo (tavola originale).

Per quest'ultima costruzione Cavalieri fa riferimento all'opera *Ad Vitellionem paralipomena quibus astronomiae pars optica traditur* di Johannes Kepler (1571–1630), pubblicata nel 1604. Il gesuato apporta però una modifica al metodo presentato dall'astronomo: utilizza uno stilo forato attraverso il quale possano passare e scorrere i due rami della corda.

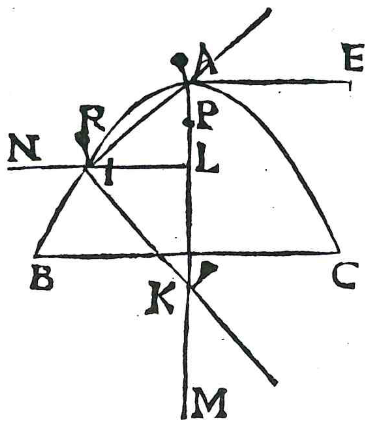
Il matematico completa le costruzioni *col filo* presentando quelle del *compasso iperbolico* e del *compasso parabolico*, quest'ultima già proposta da Kepler.

4.2.2 Costruzioni *con le righe*

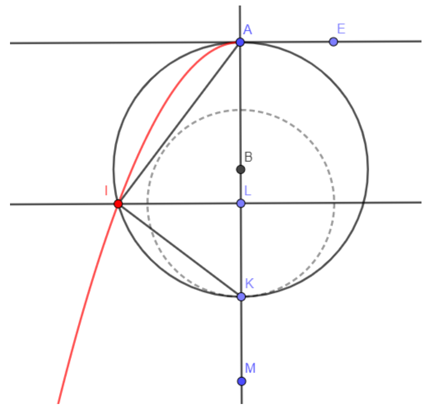
Cavalieri presenta poi alcune costruzioni che prevedono il solo utilizzo di righe e squadre. Lo *Specchio Ustorio* è forse il primo lavoro a stampa che proponga meccanismi di questo tipo per tutte e tre le coniche.

Per tracciare la *parabola* di asse AM e lato retto AE occorrono due squadre: AIK e NLM. Si fissano quindi due "pironcini" in A e K come in Fig. 11a, in modo tale che $LK = AE$. Lo stilo viene posizionato nell'angolo della squadra AIK. Per tracciare l'arco AB si posizionano inizialmente le squadre in modo tale che LK e IK siano disposti lungo il lato AM e i punti A, I, L coincidano. Facendo scivolare LK verso il basso lungo AM e la matita puntata in I lungo NL, essendo presenti i due "pironcini" che fungono da perno, viene tracciato il braccio AB.

Analogamente si traccia il braccio AC della parabola.



(a) Tavola originale di Cavalieri



(b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 11: Costruzione della parabola con le righe.

Le costruzioni dell'*iperbole* e dell'*ellisse* avvengono tramite l'utilizzo di un dispositivo simile a quello appena descritto.

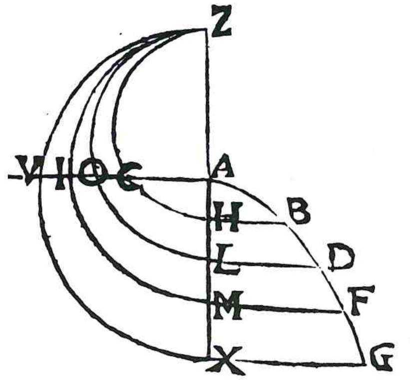
Cavalieri viene a conoscenza degli strumenti che utilizza per le costruzioni *con le righe*, dall'urbinate e ingegnere Muzio Oddi (1569–1639). L'inventore di tali meccanismi non era però l'Oddi, bensì un altro urbinate: Felice Paciotti (1534–1622). Gli strumenti del Paciotti risalgono ad almeno 50 anni prima della stesura dello *Specchio Ustorio*.

4.3 Costruzione *per punti continuati*

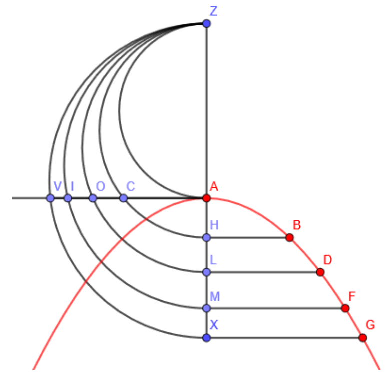
Le costruzioni delle coniche *per punti continuati* si ottengono tramite l'utilizzo di medie proporzionali.

Per costruire la *semiparabola* di asse AX e lato retto AZ, si scelgono i punti H, L, M, X sull'asse AX, come in Fig. 12a. Si conducono le rette HB, LD, MF, XG e AV perpendicolari ad AX. Si tracciano i semicerchi ZCH, ZOL, ZIM, ZVX e si individuano i punti d'intersezione con la retta AV; infine si tracciano le rette perpendicolari all'asse, tali che $HB = AC$, $LD = AO$, $MF = AI$ e $XG = AV$. I punti A, B, D, F, G giacciono sulla semiparabola.

Cavalieri fa riferimento al metodo utilizzato da Francesco Maurolico (1494–1575), descritto nel trattato *De lineis horaris*, compiuto nel 1553, ma pubblicato solo 22 anni dopo negli *Opuscula methematica*.



(a) Tavola originale di Cavalieri



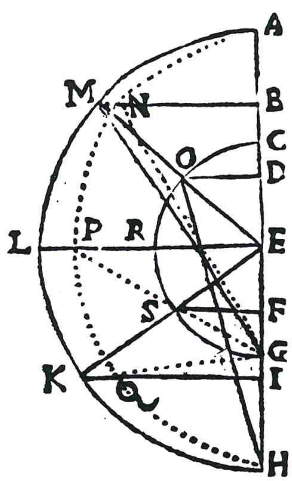
(b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 12: Costruzione semiparabola per punti continuati.

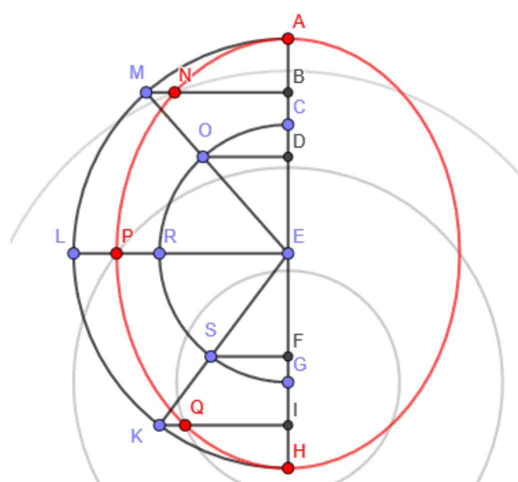
Inoltre tale costruzione era già stata descritta dal matematico tedesco Johannes Werner (1468–1522) nel *Libellus super Vigintiduobus Elementis Conicis* pubblicato nel 1522.

Prosegue poi con due metodi simili per tracciare la *semiellisse* e l'*iperbole*.

Cavalieri propone poi un altro metodo per tracciare l'*ellisse utilizzando due circonferenze*, in cui siano noti l'asse maggiore AH e la distanza focale CG. Viene individuato il punto medio E di AH e vengono tracciate due circonferenze di centro E e diametri AH e CG.



(a) Tavola originale di Cavalieri



(b) Costruzione con il software Geogebra

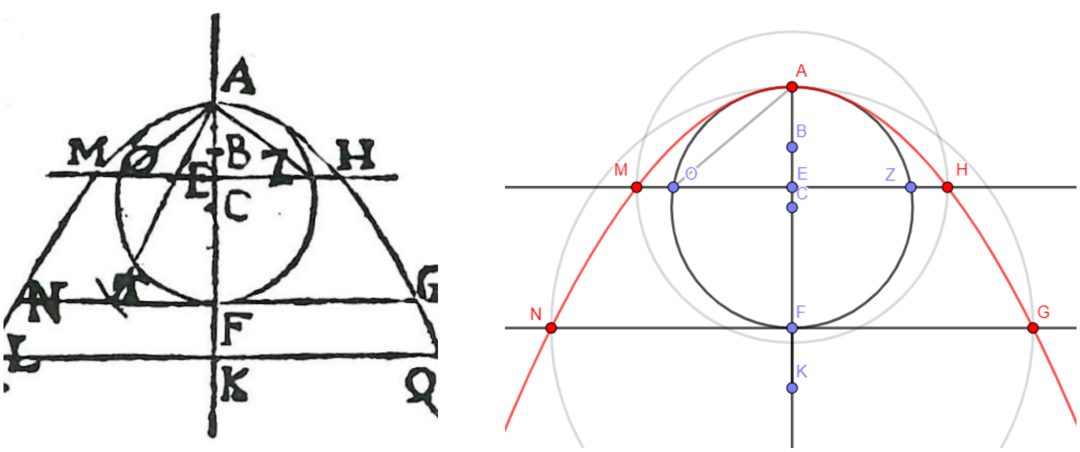
Figura 13: Costruzione dell'ellisse utilizzando due circonferenze.

Si prendono tre punti M, L, K sulla circonferenza maggiore e si tracciano i raggi ME, LE e KE. Tali raggi intersecano la circonferenza minore in O, R, S. Dai sei punti sulle circonferenze si tracciano le perpendicolari all'asse AH individuando i punti di intersezione con quest'ultima: B, D, E, F, I. Si descrive l'arco di circonferenza di raggio HD e centro G, tale arco interseca MB in N; si traccia poi l'arco di raggio HE e centro G che interseca LE in P e l'arco di raggio HF e centro G che interseca KI in Q. I punti A, N, P, Q, H appartengono all'ellisse.

Tale costruzione era già stata presentata da Kepler nel trattato *Tabulæ Rudolphinæ*, pubblicato nel 1627. L'astronomo la descrive in relazione al moto dei pianeti: il fuoco G rappresenta il Sole, A l'Afelio, H il perielio e la semiellisse APH la semiorbita dei pianeti.

Cavalieri conclude *Lo Specchio Ustorio* presentando la costruzione della *parabola utilizzando una circonferenza*. Da questa costruzione ricava poi l'iperbole equilatera e infinite iperboli.

Per costruire la parabola di asse AK e fuoco B, si considera la circonferenza di raggio $AC = 2AB$ e centro C che interseca in F l'asse AK. Si traccia la perpendicolare all'asse AK in F e si riporta il segmento AF su tale retta, in modo tale che siano $NF = FG = AF$. Si considera un qualsiasi punto E interno ad AF e si traccia la perpendicolare ad AK in E, individuando i punti di intersezione O e Z con la circonferenza. Si riporta sulla perpendicolare in E il segmento AO, in modo tale che risultino $ME = EH = AO$. I punti N, M, A, H, G appartengono alla parabola.



(a) Tavola originale di Cavalieri (b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 14: Costruzione della parabola utilizzando una circonferenza.

Lo stesso metodo appena esposto, se applicato alla parabola DQH (Fig. 15) generata dalla circonferenza di raggio DF e centro F, dà luogo all'iperbole equilatera DRI.

Si tratta di tracciare la circonferenza di raggio DQ e centro F, per identificare il punto d'intersezione R con la perperdicolare a DG in E. Infine si traccia la circonferenza di raggio DH e centro G, per identificare il punto di intersezione I con la perperdicolare a DG in G. I punti D, R, I giacciono sull'iperbole equilatera.

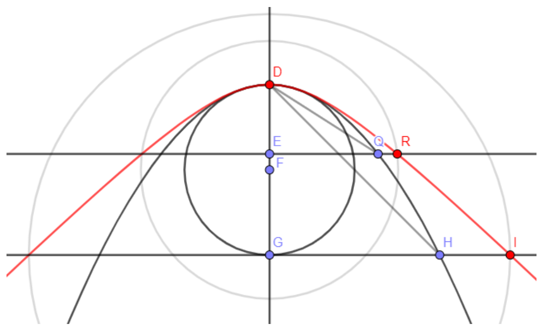
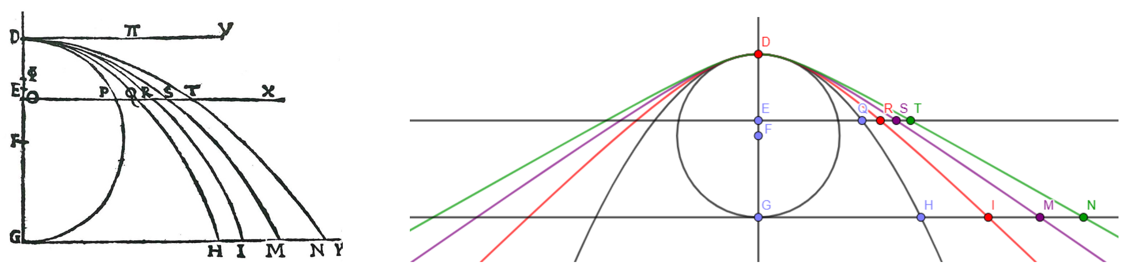


Figura 15: Costruzione dell'iperbole equilatera (con Geogebra).

Applicando nuovamente il metodo all'iperbole equilatera DRI si otterriene la parabola DSM, e quindi *infinite iperboli*.



(a) Tavola originale di Cavalieri

(b) Costruzione con il software Geogebra

Figura 16: Costruzione di infinite iperboli.

Gli ultimi due metodi esposti da Cavalieri sono stati *"per qualche tempo stimati come cosa"* di sua *"inventione particolare"*. Successivamente ammette di avere visto delle costruzioni simili nell'opera *Curvi ac recti proportio* del matematico svizzero Bartolomeo Sovero (1576–1629), pubblicata nel 1630. I metodi del Sovero sono descritti più dettagliatamente e alcune affermazioni che fa il Cavalieri in merito a tali costruzioni vengono dimostrate dal Sovero. Lo svizzero inoltre propone un metodo più generale di quello presentato dal Cavalieri, riuscendo a unire più costruzioni in un'unica più generale.

5 Conclusione

Cavalieri ha dato un notevole contributo nel campo delle costruzioni delle sezioni coniche. Sfortunatamente i suoi studi riguardanti tale argomento sono passati in secondo piano rispetto alle sue scoperte sugli indivisibili.

Abbiamo visto come proprio grazie a questi ultimi, Cavalieri abbia scoperto la costruzione della parabola senza l'utilizzo del compasso e l'abbia poi estesa all'iperbole e all'ellisse.

Le costruzioni ne *Lo Specchio Ustorio* sono suddivise in tre categorie, a seconda degli strumenti utilizzati. Si tratta di una raccolta di alcuni dei metodi conosciuti all'epoca. Cavalieri riporta solamente gli esempi più significativi, dando il merito al suo reale inventore.

Lo *Specchio Ustorio* è indubbiamente un'opera originale per l'epoca: è completa, pur non essendo troppo prolissa, gli argomenti vengono sviluppati in modo organico, seguendo una ben delineata suddivisione. Gli esempi che propone il gesuato non eccedono, sono equilibrati al fine di comprendere il meccanismo di tali costruzioni, lasciando spunti per eventuali approfondimenti.

Riferimenti bibliografici

[1] F. Amodeo, *Bonaventura Cavalieri e la costruzione lineare delle coniche*, Atti della R. Accademia dei Lincei. Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, pp. 661-668, (1909)

[2] E. Giusti, *Il Contributo italiano alla storia del Pensiero*, Scienze, (2013) `https://www.treccani.it/enciclopedia/bonaventura-cavalieri_%28Il-Contributo-italiano-alla-storia-del-Pensiero:-Scienze%29/`

[3] E. Ulivi, *Le fonti di Bonaventura Cavalieri: la costruzione delle coniche fino allo Specchio ustorio (1632)*, Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche, Vol. VII (1987) fasc. I

[4] *Associazione Macchine Matematiche, Università di Modena e Reggio Emilia*, `http://www.macchinematematiche.org/index.php`

[5] *Edizione Nazionale Mathematica Italiana, Scuola Normale Superiore, Pisa*, `hhttp://mathematica.sns.it/autori/1344/`