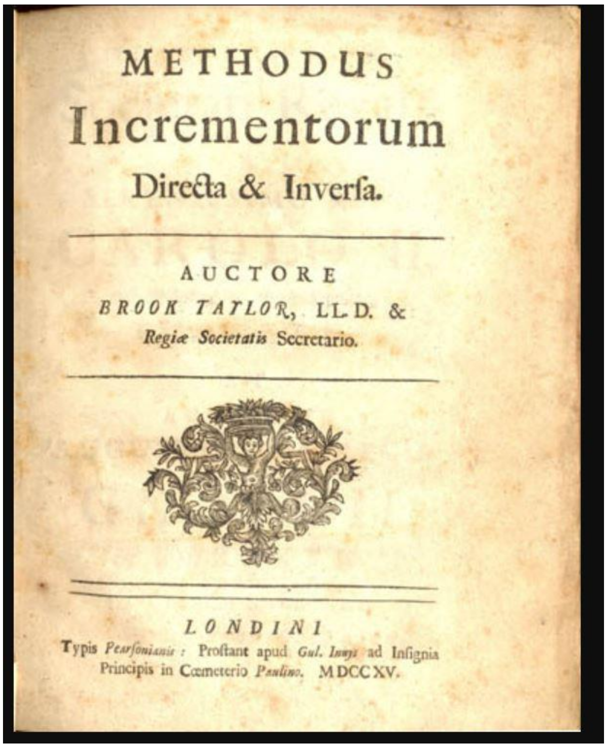
Introduzione


METHODUS
Incrementorum
Directa & Inversa.

AUCTORE
BROOK TAYLOR, LL.D. &
Regiæ Societatis Secretario.

LONDINI
Typis Pearsonianis: Prostant apud Gul. Innys ad Insignia
Principis in Cœmeterio Paulino. MDCCXV.

L'opera *Methodus incrementorum directa et inversa* di Brook Taylor fu pubblicata nel 1715 a Londra.
Essa aggiunse alla matematica superiore un nuovo ramo, ora chiamato il calcolo delle differenze finite. Usando questo nuovo calcolo, Taylor studiò una serie di problemi speciali, tra cui la corda vibrante, la determinazione dei centri di oscillazione e percussione e il percorso di un raggio di luce rifratto nell'atmosfera. Il *Methodus* contiene anche la celebre formula nota come teorema di Taylor, che il matematico aveva diffuso per la prima volta nel 1712 e il cui pieno significato iniziò a essere riconosciuto solo nel 1772 quando Joseph-Louis Lagrange lo proclamò il principio base del calcolo differenziale.
L'opera ebbe una grande influenza sulla matematica, sebbene abbia attirato critiche da parte di Johann Bernoulli, che accusò Taylor infondatamente di plagio.
L'opera è formata da un'introduzione e da 27 proposizioni che possono essere suddivise in sei grandi sezioni:

- dalla I alla VI vengono trattate le equazioni flussionali ovvero le equazioni differenziali con la notazione newtoniana;
- dalla VII alla XII vengono illustrate le serie;
- dalla XIII alla XVII vengono risolti i problemi di quadratura e curvatura;
- dalla XVIII alla XXIII vengono mostrati i problemi con l'arco e le vele;
- dalla XXIV alla XXV vengono analizzati i problemi dei centri di oscillazione e di percussione;
- dalla XXVI alla XXVII vengono studiati i problemi della densità dell'aria e della rifrazione della luce.

Teorema di Taylor

Il corollario due della proposizione VII dell'opera *Methodus incrementorum directa et inversa* è il noto teorema di Taylor:

Consideriamo un intervallo (a, b) c R ed un punto $x_0 \in (a, b)$*. Sia f: (a, b)→ R derivabile n volte nell'intervallo (a, b), con n≥1, e supponiamo che la derivata n-esima sia continua nel punto* x_0*.*
Allora, definito il polinomio di Taylor di grado n
$T_n(f, x) = f(x_0)\, f'(x_0)(x - x_0)+\frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\ldots+\frac{f^n(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$
risulta
$f(x) = T_n(f, x) +R_n(x)$ *dove* $R_n(x)$ *è un infinitesimo di ordine superiore a* $(x - x_0)^n$ *cioè:*

$$\lim_{x \to x_0} \frac{R_n(x)}{(x-x_0)^n} = 0.$$

Storicamente, il primo enunciato del teorema da parte di Taylor è contenuto in una lettera indirizzata al matematico inglese John Machin risalente al 26 luglio 1712 non riportante la dimostrazione. Nell'opera di Taylor lo troviamo enunciato nel seguente modo, per noi piuttosto oscuro:

If for the evanescent increments, the fluxions of the proportionals themselves are written, now with all the v″, v', v, $v_{\prime}$, $v_{\prime\prime}$ & c. equal to the time z uniformly flows to become z+v, and x becomes, $x + \dot{x}\frac{v}{1\dot{z}} + \ddot{x}\frac{v^2}{1.2\dot{z}^2} + \dddot{x}\frac{v^3}{1.2.3\dot{z}^3} + \&\, c.$ *or by changing the sign of v, by which z decreases to z-v, x decreases to become:* $x - \dot{x}\frac{v}{1\dot{z}} + \ddot{x}\frac{v^2}{1.2\dot{z}^2} - \dddot{x}\frac{v^3}{1.2.3\dot{z}^3} + \&\, c.$

(Se per gli incrementi evanescenti, le flussioni dei proporzionali stessi sono scritte, ora con le v″, v', v, $v_{\prime}$, $v_{\prime\prime}$ ecc. , uguali al tempo che z impiega uniformemente per diventare z+v, e x diventa, $x + \dot{x}\frac{v}{1\dot{z}} + \ddot{x}\frac{v^2}{1.2\dot{z}^2} + \dddot{x}\frac{v^3}{1.2.3\dot{z}^3} + \cdots$ *o modificando il segno di v, uguali al tempo che z impiega uniformemente per diventare z-v, e x diventa:* $x - \dot{x}\frac{v}{1\dot{z}} + \ddot{x}\frac{v^2}{1.2\dot{z}^2} - \dddot{x}\frac{v^3}{1.2.3\dot{z}^3} + \cdots$*)*

Il suddetto teorema viene insegnato oggi nei corsi di analisi matematica. Fornisce semplici formule per approssimare funzioni trascendenti come la funzione esponenziale e le funzioni trigonometriche. È il punto di partenza dello studio delle funzioni analitiche ed è fondamentale in varie aree della matematica.

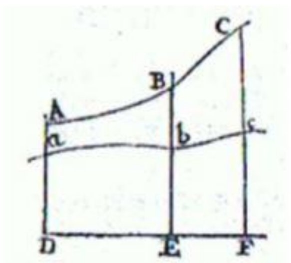
Il teorema permette di approssimare una funzione differenziabile nell'intorno di un punto mediante i polinomi di Taylor, i cui coefficienti dipendono solo dalle derivate della funzione nel punto considerato. I polinomi sono tra le funzioni più semplici da utilizzare.

La Proposizione 17 e la discussione con Johann Bernoulli

Un'altra proposizione importante presente nell'opera è la XVII.

PROP. XVII. PROB. XII.

Detur positione recta DE, & ducta perpendiculari DA, per punctum A transeat curva ABC cujus ordinata perpendicularis est BE; atque sit abc alia curva cujus ordinata perpendicularis Eb quovis modo dato componitur ex abscissa communi DE, ordinata BE [p. 69.] *, & curva AB. Quaeritur forma curvae ABC, quando area DabE est omnium arearum per ordinatas bE hoc modo provenientes descriptarum maxima, ex data basi DF,ordinatis DA, FC, & longitudine curvae interceptae ABC.*



Questa proposizione riguarda un problema isoperimetrico, consistente nel determinare tra tutte le curve di assegnata lunghezza sulla base comune DF, quella che rende massima l'area sottesa da una seconda curva ad essa correlata da una certa relazione. Essa diede occasione a molte discussioni tra Bernoulli e Taylor: secondo il primo, Taylor non gli riconobbe la priorità della soluzione del problema, e quindi era un plagiario. Il matematico inglese, tuttavia, riconobbe i meriti di Bernoulli in ottobre del 1715 con un articolo sulle *Philosophical Transactions*. La disputa si concluse con un'apologia scritta da Taylor sul medesimo periodico, nella quale l'autore dichiarò che aveva trattato molti argomenti studiati anche da altri matematici senza attribuirsi mai invenzioni di altri studiosi.