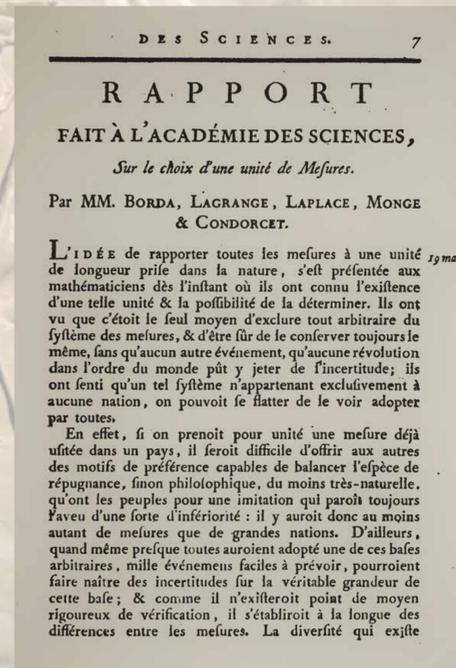
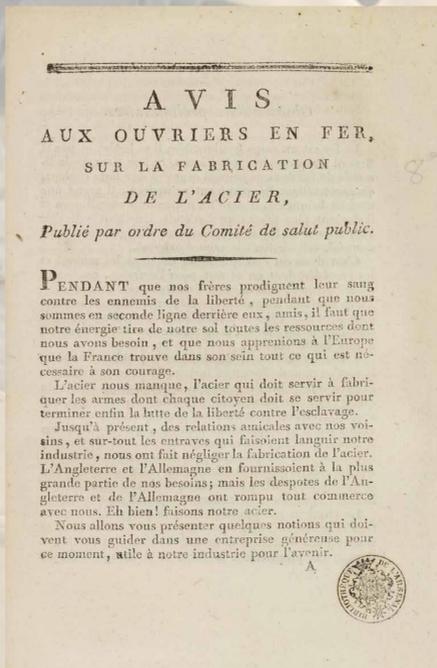
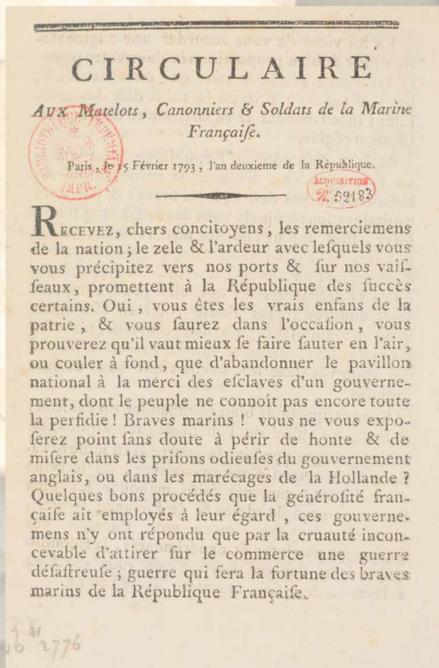
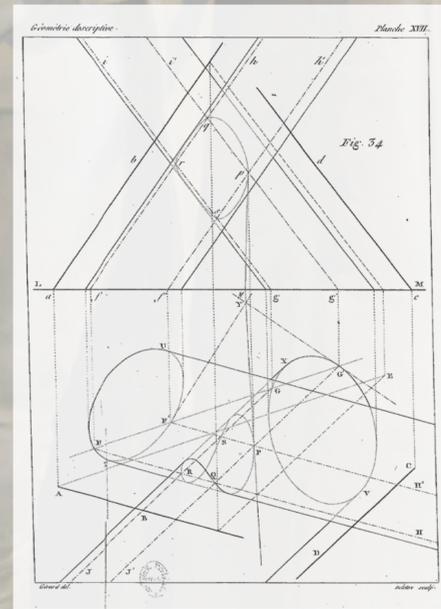
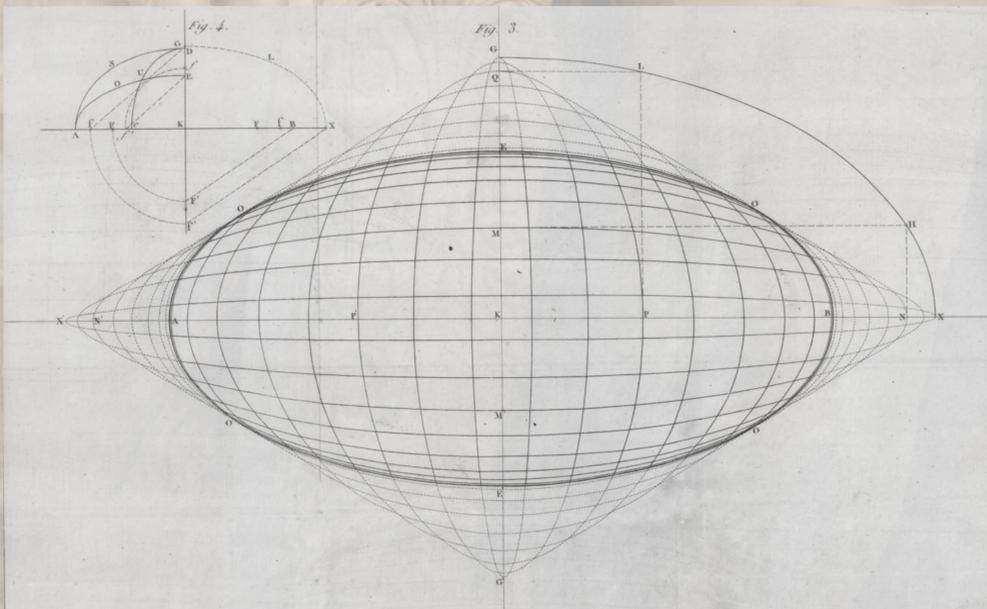




# Monge, il matematico amico di Napoleone



## Un itinerario attraverso la matematica e le vicende politiche e culturali tra Rivoluzione e Impero



A cura di  
Alessandra Fiocca

Con la collaborazione degli studenti del corso di  
Divulgazione e Museologia Matematica:  
Chiara Alessi, Valeria Bergami, Marco Castagnoli,  
Soukaina Chaibi, Barbara Da Vià, Alessia Florio,  
Davide Mari, Giorgio Menegatti, Gloria Morbidelli, Sofia  
Paccaloni, Elena Pacchin, Chiara Terazzan

Allestimento grafico a cura di  
Maria Nicoli



# Gaspard Monge (1746-1818): la scienza al servizio della Repubblica e di Napoleone

Monge è stato un protagonista delle vicende scientifiche, culturali e politiche della sua epoca. È stato uno dei più originali matematici del suo tempo, e ha ricoperto ruoli di primo piano sia nel periodo rivoluzionario, sia durante l'Impero.

È stato innanzitutto un geometra; a lui si deve la rinascita della ricerca in alcuni settori della geometria del tutto trascurati all'epoca, e la sua opera fu il punto di partenza per l'incredibile sviluppo che ebbero gli studi in questi settori durante il secolo diciannovesimo. A lui si deve la formalizzazione della geometria descrittiva, insegnata nelle università e negli istituti di istruzione superiore fino a pochi decenni fa.

Le sue ricerche hanno interessato anche l'analisi matematica, in particolare la teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali e la geometria differenziale, con una chiara visione dei legami profondi che uniscono analisi e geometria. L'approccio scientifico di Monge fu contemporaneamente teorico e applicativo. Diede contributi anche nell'ambito della fisica, della chimica e della tecnologia.

Monge accordò un posto preminente all'insegnamento. In un'epoca in cui la Francia aveva bisogno urgente di ingegneri e di tecnici specializzati, egli comprese la necessità di creare una scuola di alto profilo scientifico. Si tratta de l'*École Polytechnique*, riconosciuta come una sua creazione. Era necessario anche formare adeguatamente i futuri insegnanti, e a questo scopo fu creata l'*École Normal de l'an III*, frequentata da circa millecinquecento allievi. Monge vi insegnò la materia a cui accordava un più alto valore formativo, la sua geometria descrittiva. La scuola matematica francese che detiene da allora un posto di primo piano a livello mondiale si può facilmente riconoscere come il frutto di queste esperienze. Abbinata all'insegnamento era svolta un'attività di promozione della ricerca scientifica con la creazione di alcuni giornali, *Journal de l'École Polytechnique*, *Correspondance sur l'École Polytechnique*, *Annales de Mathématiques pures et appliquées* di J.D. Gergonne e più tardi il prestigioso *Journal de Mathématiques pures et appliquées* di J.Liouville.

Monge assunse importanti responsabilità amministrative e politiche durante la Rivoluzione e l'Impero. Fu ministro della Marina, membro del *Comité de Salut Public*, commissario incaricato di scegliere manoscritti, di creare repubbliche, fu ambasciatore, senatore, amico intimo di Napoleone dal quale ricevette riconoscimenti, il titolo di conte di Péluse, presidente del Senato, ecc.

La Restaurazione rappresentò la sua fine, fu radiato da l'*Institut National*. Morì il 28 luglio 1818 e gli allievi de l'*École Polytechnique*, la scuola di cui Monge era stato fino a pochi anni prima direttore, non furono autorizzati a partecipare al suo funerale, poiché tale atto fu giudicato una manifestazione rivoluzionaria. Tuttavia, il giorno successivo, gli allievi si recarono sulla tomba del padre fondatore della loro scuola.

Il tentativo di oblio fu del tutto vano: l'anno successivo alla morte, il matematico Charles Dupin, pubblicò *Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge*, con cui volle onorare il suo grande maestro:

«Dans le court trajet de cette vie, quelques hommes supérieurs, secondés par la fortune, immortalisent leur passage et signalent leur puissance, avec des œuvres qui triomphent des ravages du temps. [...] Si de tels hommes ont marché vers un tel but, en traversant des époques désastreuses par leurs lugubres subversions, et d'autres non moins désastreuses par leur éclat asservissant et corrompateur ; [...] Honorons-les pendant leur vie. Et, quand la mort nous les enlève, accordons sans hésiter à leurs mânes le tribut de nos éloges, de nos regrets et de notre vénération. Pour remplir ce dernier devoir, pourrions-nous être retenus par aucune de ces lâches considérations de temps et de circonstances, qui composent la prudence du siècle. Pourrions-nous craindre de rendre une entière justice aux services et aux travaux de celui qui fut notre maître et notre ami! De celui qui reçut sans protection nos hommages désintéressés, lorsqu'il était dans la grandeur et dans la faveur! Rendons-lui donc les mêmes hommages, à présent que la tombe s'est ouverte et fermée sur sa cendre, en des jours moins prospères pour lui».



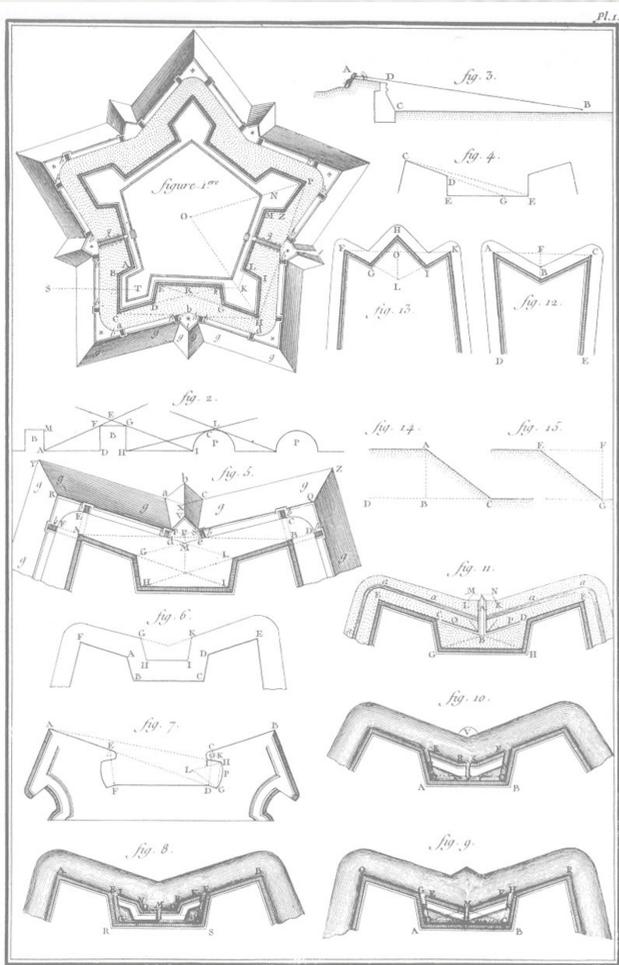


# Monge: professore, scienziato, rivoluzionario

- 1746 Il 9 maggio nasce a Beaune.
- 1762 Dopo aver compiuto gli studi nel Collège d'Oratoriens di Beaune, si trasferisce a Lione per frequentare il Collège de la Trinité, dove fu incaricato di tenere un corso di fisica.
- 1764 Torna a Beaune. Disegna una mappa topografica della città che viene apprezzata dal vice comandante de l'École Royale du Génie di Mézières che lo ingaggia come disegnatore presso la scuola. Entra così in contatto con Charles Bossut, il professore di matematica.
- 1766 Risolve con un nuovo approccio geometrico (che sviluppato darà luogo alla geometria descrittiva) uno dei problemi più delicati nell'ambito delle fortificazioni, quello del defilamento, mettendo così in luce le sue eccezionali abilità matematiche.
- 1768-1769 Datano a questi anni le prime ricerche matematiche originali. Grazie alla ricca biblioteca della scuola militare, si occupa di calcolo delle variazioni, di equazioni alle derivate parziali e si orienta verso lo studio della geometria differenziale delle curve dello spazio, un settore poco sviluppato, a parte qualche memoria di Eulero.
- 1769 Prende il posto di Bossut a l'École Royale du Génie di Mézières e pubblica la sua prima nota di matematica sul Journal Encyclopédique. Si tratta di un estratto dei risultati ottenuti nell'ambito della geometria differenziale, che pubblicherà solo anni dopo (1785). L'anno seguente succede all'abate Nollet come istruttore di fisica sperimentale.
- 1771 Presenta a l'Académie des Sciences quattro memorie nelle principali aree della sua ricerca matematica.
- 1774 **Al Re Luigi XV succede Luigi XVI**
- 1777 Sposa Catherine Huart, proprietaria di una fucina, e inizia ad interessarsi di metallurgia. La sua esperienza in questo ambito fu utile al governo rivoluzionario, prima, e a Napoleone poi.
- 1777-1780 Si interessa primariamente di fisica e chimica e si adopera per creare presso l'École Royale du Génie di Mézières un laboratorio di chimica di eccellenza. Sintetizza l'acqua (1783); con J.F. Clouet ottiene la liquefazione del biossido di zolfo (1784); è tra i fondatori della rivista Annales de Chimie (1789).
- 1780 Viene nominato geometra aggiunto presso l'Académie des Sciences.
- 1783 Succede a Étienne Bézout come esaminatore dei cadetti navali e l'anno successivo si dimette dalla scuola di Mézières. Si riferisce al nuovo incarico l'opera Traité élémentaire de statique (1788).
- 1789 **Presa della Bastiglia. Emanata la Dichiarazione dei diritti dell'uomo e del cittadino**
- 1790 Entra a far parte della Commission des poids et mesures.
- 1792 **Abolizione della monarchia e proclamazione della Repubblica**
- 1792 Viene nominato Ministro della Marina restando in carica solo pochi mesi.
- 1794 Entra a far parte della commissione incaricata di istituire l'École Centrale des Travaux Publics, la futura École Polytechnique, per la formazione degli ingegneri sia civili che militari. Vi insegnerà geometria descrittiva e analisi applicata alla geometria e nel 1797 diverrà direttore della scuola.
- 1795 **Emanata la Costituzione dell'anno III. Nasce il Direttorio**
- 1795 Insegna geometria descrittiva a l'École Normale. Le sue lezioni stenografate sono pubblicate quello stesso anno. Pubblica Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie à l'usage de l'École Polytechnique.
- 1796-1797 Fa parte della Commission pour la recherche des objets de Sciences et Arts en Italie incaricata di selezionare le opere da portare in Francia. A Milano incontra Napoleone e nasce un sodalizio destinato a durare.
- 1798 Ritorna in Italia coinvolto nella creazione della Repubblica Romana. Parte per l'Egitto per seguire la spedizione militare di Napoleone e il 21 agosto è nominato presidente dell'Institut d'Égypte stabilito da Napoleone a Il Cairo.
- 1799 **Creazione del Consolato con Napoleone primo Console**
- 1799 Napoleone lo nomina Senatore a vita.
- 1804 **1804 Napoleone Imperatore dei Francesi**
- 1804 Napoleone lo nomina Grande Ufficiale della Legione d'Onore.
- 1805 Esce alle stampe Application de l'algèbre à la géométrie des surfaces du premier et second degré, scritto in collaborazione con Hachette.
- 1806 Napoleone lo nomina Presidente del Senato.
- 1807 Esce alle stampe Application de l'analyse à la géométrie che incorpora l'opera del 1805 e i Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie del 1795.
- 1808 Napoleone lo nomina Conte di Péluse (antica Pelusium nel Sinai).
- 1809 A causa di gravi problemi di salute, lascia l'insegnamento a l'École Polytechnique.
- 1813 È uno dei ventitré senatori e consiglieri di Stato inviati da Napoleone nelle divisioni militari come commissari straordinari, col compito di reclutare milizie nei luoghi minacciati dal nemico e organizzare la campagna di Francia. Gli è assegnata la divisione di Liegi. All'inizio dell'anno successivo, quando la situazione militare si dimostra ormai disperata, rientra a Parigi.
- 1814 Il 29 marzo, quando l'armata alleata è alle porte di Parigi, abbandona la capitale e si rifugia a Bourges.
- 1815 È nuovamente a Parigi durante i Cento Giorni (marzo-luglio). Dopo la sconfitta di Napoleone a Waterloo, temendo per la sua incolumità, lascia la Francia per diversi mesi.
- 1815 **1815 Napoleone esiliato a S. Elena**
- 1816 Rientrato a Parigi in marzo, non viene esiliato, come succede ad altri, tra cui il matematico Lazare Carnot, ma viene espulso da l'Institut.
- 1818 A settantadue anni, il 28 luglio, muore a Parigi.



# // L'École Royale du Génie de Mézières



Art Militaire, Fortification.

Sistema di fortificazione raffigurato sull'*Encyclopédie* di Diderot e D'Alembert

## La formazione degli ingegneri militari

L'École du Génie fu fondata a Mézières nel 1748, per formare ingegneri militari con la necessaria competenza tecnica per maneggiare le nuove e potenti armi da guerra allora a disposizione. In più, avere conoscenze cartografiche e di strategia gestionale, unite a buone **cognizioni fisico-matematiche**, appariva il miglior mezzo per vincere le future guerre.

All'École du Génie i corsi teorici comprendevano l'aritmetica, la geometria, la meccanica, l'idraulica e la fisica sperimentale; gli insegnamenti pratici prevedevano il disegno geometrico e prospettico, prove di rilevamento topografico, il progetto di **fortificazioni** ed esercizi di assedio o di difesa di postazioni.

La scuola fu soppressa il 12 febbraio 1794; pochi mesi dopo fu creata l'École Centrale des Travaux Publics, chiamata poi École Polytechnique, l'istituzione che raccolse l'eredità didattica dell'École du Génie.

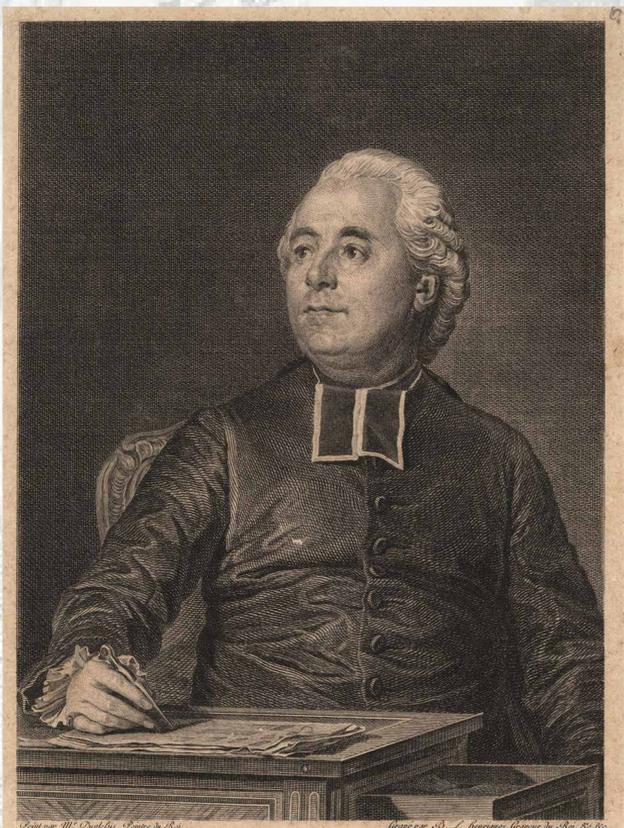
## Una fortunata circostanza

Monge si dedicò, nel 1764, alla stesura di una **mappa** topografica della propria cittadina natale, Beaune. Il lavoro accuratissimo fu ammirato dal colonnello Du Vignau, vicecomandante dell'École du Génie, di passaggio a Beaune. Constatata l'abilità grafica di Monge, il colonnello gli offrì un lavoro nella scuola come **disegnatore**...e il giovane accettò subito.

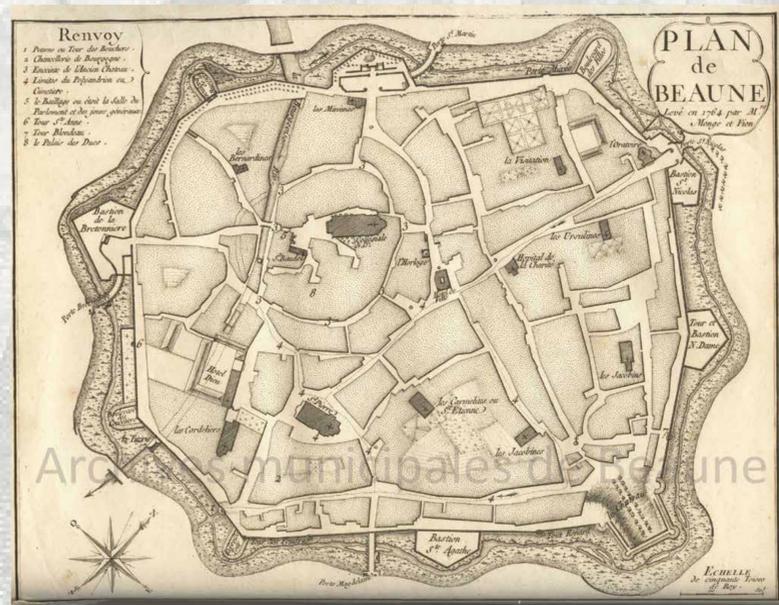
## Monge disegnatore: un ruolo troppo stretto

L'eccezionale intelligenza e abilità matematica di Gaspard Monge emerse ben presto all'École de Mézières. Nel tempo libero egli studiava la geometria e, cercando di risolvere i problemi pratici che gli si ponevano innanzi, si distinse per i brillanti risultati, al punto che il **professore di matematica** Bossut lo volle come suo assistente nel 1766.

Nel 1769 Monge fu incaricato di sostituire Bossut, a sua volta divenuto professore a Parigi, e nel 1770 fu nominato anche **istruttore di fisica sperimentale**. La carriera del giovane Gaspard era in piena ascesa!



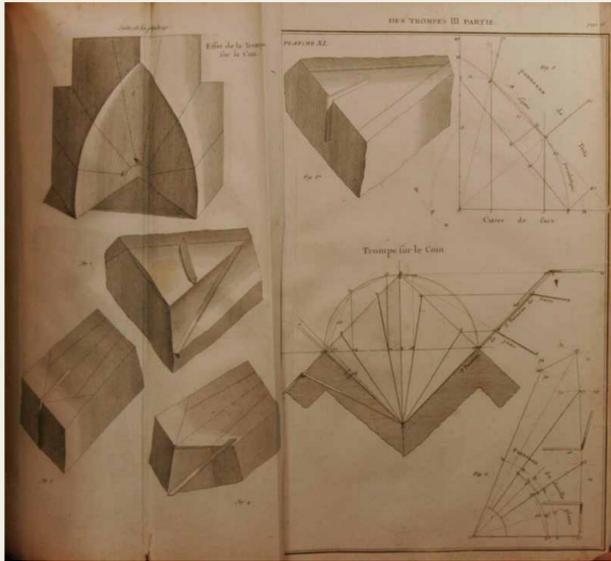
Charles Bossut (1730-1814)



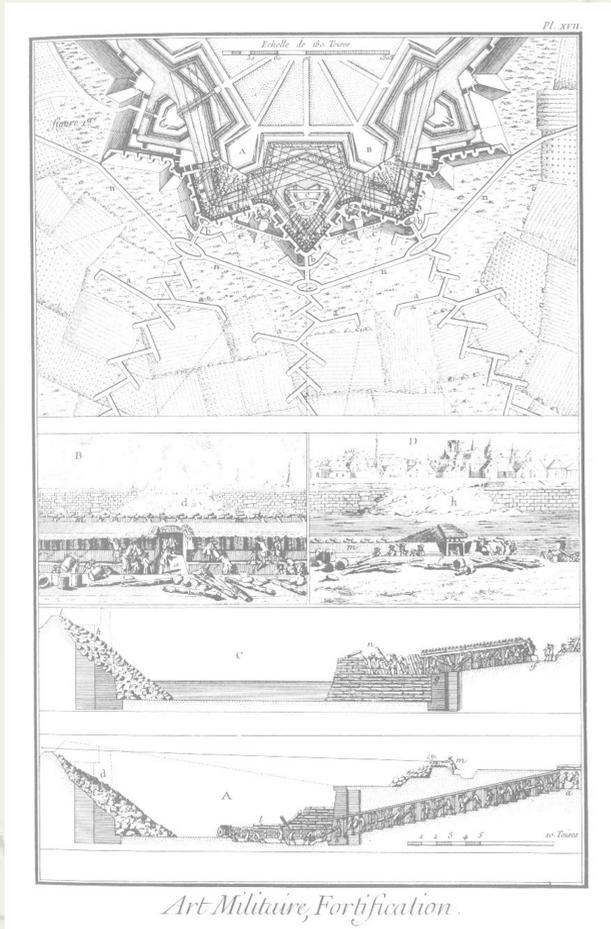
Mappa della città di Beaune, redatta da Monge



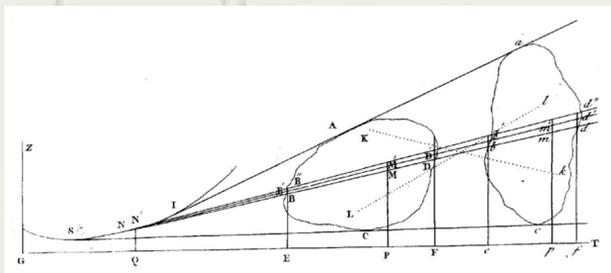
# /// Agli albori della geometria descrittiva



Traité de la coupe des pierres, Jean-Baptiste de La Rue (1728)



Studio di una fortificazione durante un assedio; tavola XVII, Encyclopédie di Diderot e d'Alembert.



Mémoire sur la théorie des déblais et des remblais, Gaspard Monge (1781)

Monge si occupò all'*École du Génie* anche del taglio delle pietre, della rappresentazione delle ombre, dei problemi inerenti il trasporto di terreno e del defilamento militare; accumulò, in questo modo, numerose esperienze ed osservazioni che lo condussero ad elaborare dei metodi geometrici rigorosi che, organizzati negli anni come disciplina, divennero la scienza nota con il nome di **geometria descrittiva**.

## Il taglio delle pietre

L'apprendimento delle tecniche di disegno aveva anche una valenza pedagogica: imparare a disegnare significava imparare ad **osservare**, analizzare e scegliere, qualità essenziali nella formazione dell'ingegnere. Per questo motivo la **stereotomia**, l'insieme delle conoscenze geometriche e delle tecniche relative alla tracciatura ed al taglio dei blocchi architettonici, occupò un posto rilevante nel curriculum degli studi dell'*École du Génie*. La rappresentazione dei volumi, delle superfici e delle loro intersezioni permetteva ai giovani ingegneri di formarsi alla **visione dello spazio** e ad allenarsi alla rappresentazione mentale degli oggetti, prerogative imprescindibili in ambito militare.

## Il trasporto ottimale

I militari del genio dovevano spesso scavare fossati o alzare argini di difesa, smuovendo molto terreno. Come decidere dove trasportare ogni cumulo di terra, dallo sterro verso il terrapieno in costruzione, per minimizzare il lavoro richiesto?

Tale questione costituisce la formulazione iniziale del problema di trasporto ottimale oggi noto come **problema di Monge-Kantorovich**, le cui applicazioni spaziano in molteplici ambiti: meccanica dei fluidi, meteorologia, economia, informatica ecc. Nel cercare una soluzione al quesito, Monge elaborò una complessa equazione alle derivate parziali oggi nota come **equazione di Monge-Ampère**.

$$Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0$$

dove  $H, K, L, M, N$  sono funzioni di  $x, y, z, p, q$  ed inoltre  $r, s, t, p, q$  sono così definite:

$$r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, p = \frac{\partial z}{\partial x}, q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

## Il defilamento delle fortificazioni

Uno dei problemi più delicati nell'ambito della fortificazione militare era quello del defilamento, consistente nel **proteggere** (defilare) lo spazio interno delle piazzeforti dalla vista e dai tiri di cannone dell'artiglieria nemica, situata nello spazio esterno.

Monge affrontò il problema ispirandosi ai metodi di rappresentazione delle ombre: la linea di fuoco equivaleva ai raggi luminosi, le parti esposte delle fortezze rappresentavano le superfici degli oggetti illuminati e lo spazio defilato si identificava con l'ombra proiettata.

L'**approccio teorico** poneva in relazione il defilamento con la rappresentazione, secondo criteri geometrici rigorosi, della morfologia del terreno e quindi delle superfici. I metodi innovativi e fecondi per operare e risolvere i problemi connessi furono pubblicati solo molti anni dopo nell'opera *Géométrie descriptive* (1799).

Il metodo di Monge fu ritenuto talmente utile che venne tenuto segreto per decenni dal comando militare del Genio, in quanto considerato di estrema rilevanza nell'interesse difensivo nazionale.



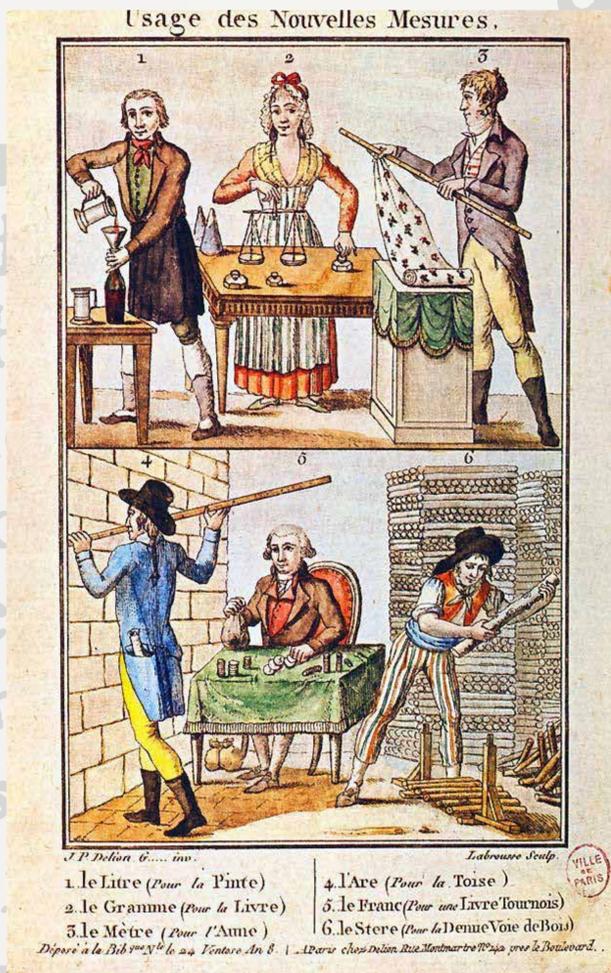
## FAIT À L'ACADEMIE DES SCIENCES,

*Sur le choix d'une unité de Mesures.*

### IV

## L'Académie des Sciences e la sua Commission des poids et mesures

Par MM. BORDA, LAPLACE, MONGE & CONDORCET.



Il progetto di istituire un'unità naturale per pesi e misure, che portò alla scelta del metro come unità di base, fu avviato dall'Académie des Sciences a partire dal 1784. Fu con la Rivoluzione Francese che il tema dei pesi e delle misure venne ripreso con forza fino a portarlo a soluzione.

L'obiettivo non fu solo di standardizzare le misure all'interno di uno stato, ma anche di definire un'unità lineare di base per tutte le altre misure di superficie, capacità e peso, che fosse universale e riproducibile.

Nel 1790 l'accademia nominò una commissione composta da alcuni dei suoi più importanti membri, tra cui oltre a Monge, Jean-Charles Borda, Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marchese di Condorcet, Joseph Louis Lagrange, Pierre-Simon de Laplace, Antoine-Laurent de Lavoisier, allo scopo di riordinare il sistema dei pesi e delle misure e studiare, da un punto di vista scientifico, la questione della loro unificazione.

Alla iniziale proposta di Condorcet di adottare come unità di misura la lunghezza del pendolo che batte il secondo alla latitudine di 45°, nel 1791 la commissione preferì adottare **la decimilionesima parte del quarto di meridiano terrestre: il metro.**

#### La misura del metro

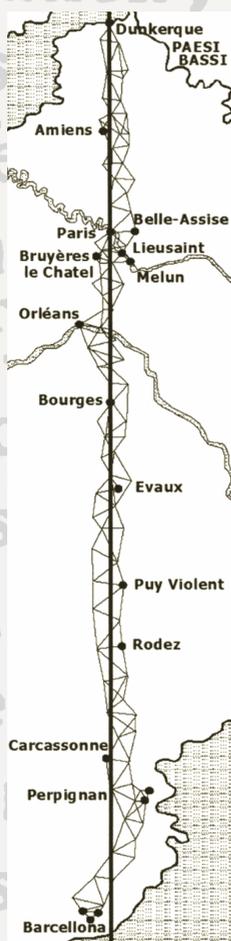
Nel 1792 furono incaricati due astronomi Jean-Baptiste Delambre e Pierre François André Méchain di misurare il meridiano terrestre da Dunkerque a Barcellona basandosi sul tracciato stabilito dai Cassini, Gian Domenico e il figlio Jacques.

Utilizzando il **metodo della triangolazione** calcolarono una catena di circa cento triangoli (conoscendo due angoli e il lato compreso, si possono ricavare tutti gli altri elementi del triangolo).

Per misurare gli angoli utilizzarono un nuovo strumento ideato da Borda: il **cerchio ripetitore.**

Le operazioni di misura, iniziate nel giugno del 1792, superando difficoltà pratiche, organizzative e politiche, si conclusero alla fine del 1798.

Nel frattempo, a Parigi, la commissione continuò il suo lavoro per l'introduzione del sistema metrico decimale, anche dopo la soppressione delle Accademie (1793), compresa l'Académie des Sciences, di cui Monge venne nominato liquidatore.



Il cerchio ripetitore di Borda



# V La nascita de l'*Institut National de France*: un modello da imitare



Pierre Daunou (1761-1840)

Alla vigilia della Rivoluzione, in Francia operavano cinque Accademie Reali: L'*Académie française*; L'*Académie des sciences*; L'*Académie de peinture et de sculpture*; L'*Académie des inscriptions et belles lettres*; L'*Académie d'architecture*. L'**Académie des sciences** risultava composta da otto classi (Géométrie, Astronomie, Mécanique, Physique générale, Anatomie, Chimie et métallurgie, Botanique et agriculture, Histoire naturelle et minéralogie) ciascuna costituita da sei membri.

Con la Rivoluzione le accademie furono viste come "corpi mostruosi che incensavano i re" e "corporazioni allevate dal dispotismo che esse erano abituate a servire" e furono abolite (1793). Il dibattito sulla riforma di tutto il sistema della pubblica istruzione era iniziato, in realtà, ancor prima dell'abolizione.

Ereditando il punto di vista di Condorcet, **Daunou** nel 1795 presentò uno schema di Istituto, che fu attuato segnando la nascita de l'**Institut National**, decretato dalla **Costituzione dell'anno III** (22 agosto 1795; art. 298): "Il y a pour toute la République un Institut National chargé de recueillir les découvertes, de perfectionner les arts et les sciences".

L'*Institut National* risultò costituito da tre classi (*Sciences physiques et mathématiques*; *Sciences morales et politiques*; *Littérature et beaux arts*) ciascuna divisa in sezioni. La classe **Sciences physiques et mathématiques** comprendeva le sezioni: *Mathématiques*, *Arts mécaniques*, *Astronomie*, *Physique générale*, *Chimie*, *Histoire naturelle et minéralogie*, *Botanique et physique végétale*, *Anatomie et zoologie*, *Médecine et chirurgie*, *Economie rurale et arts vétérinaires*.

Ogni sezione era composta da sei membri residenti a Parigi e sei di altri Dipartimenti. Monge fu nominato tra i primi membri della prima classe, nella sezione di meccanica. Napoleone, a sua volta, fu eletto membro della prima classe nel 1797, con l'appoggio di Monge e Berthollet, e nel 1800 fu nominato presidente. Egli portò alcune modifiche all'*Institut* svuotandolo di ogni funzione politica.

L'*Institut* svolse anche una funzione pubblica rilevante. Nel 1798 Monge e Daunou furono incaricati di dare una Costituzione alla **Repubblica Romana** e di provvedere alla sua organizzazione. Fu avviato un Istituto Nazionale sul modello di quello francese e furono nominati i primi membri. La caduta della Repubblica, in settembre del 1799, interruppe ogni innovazione.

Anche la **Repubblica Italiana**, nata nel 1802 dalla trasformazione della Repubblica Cisalpina, ebbe un Istituto Nazionale con sede a Bologna, che rappresentò un organismo di consulenza per lo Stato. Restano sei volumi di *Memorie dell'Istituto Nazionale Italiano* (1806-1813) che ne attestano la vivace attività.



Il Palazzo del Louvre sede de l'*Institut National* fino al 1805



La sede dell'antico *Collège des Quatre-Nations*, dal 1805 sede de l'*Institut National*



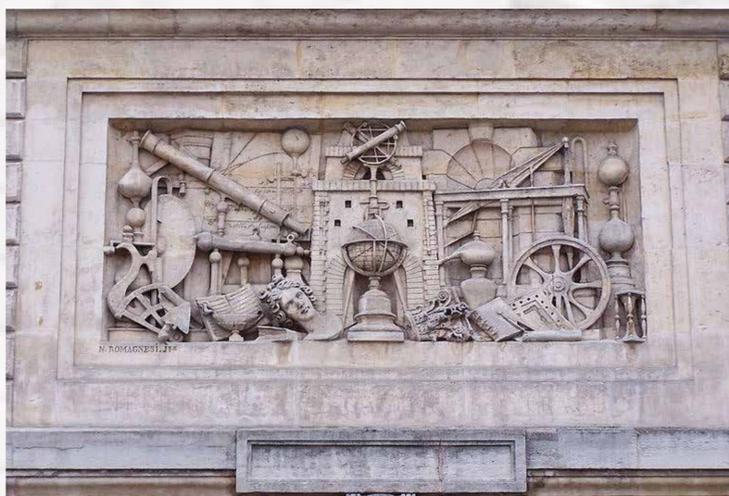
## VI “La Repubblica ha bisogno di scienziati”. L'École Polytechnique: una scuola di alta cultura scientifica e tecnica



Palais-Bourbon prima della costruzione della facciata neoclassica. Ospitò i «corsi rivoluzionari»

Sin dal 1793 emerse la necessità di una scuola comune a tutti gli ingegneri in relazione al progetto di riunire tutti i corpi tecnici in un unico corpo di “ingegneri nazionali”. Il progetto si concretizzò verso la fine del 1793 per sopperire alla paralisi de l'*École Royale du Génie de Mézières* e rispondere ai bisogni pressanti delle armate. Il Ministro della Guerra ottenne dal collega dell'Interno di poter reclutare provvisoriamente gli ingegneri militari tra gli allievi de l'*École des Ponts et Chaussées*, la scuola che formava gli ingegneri civili.

Occorre attendere l'autunno del 1794 perché l'idea di una scuola radicalmente differente dall'antica *École des Ponts et Chaussées* sia adottata ufficialmente e attuata. In ottobre del 1794 il *Comité de Salut Public* emanò *Développements sur l'enseignement adopté à l'École Centrale des Travaux Publics* e successivamente un regolamento per stabilire i dettagli dell'organizzazione della nuova scuola, appunto l'*École Centrale des Travaux Publics*, che aprì le sue porte il 21 dicembre di quell'anno e che fu ribattezzata, il primo settembre 1795, *École Polytechnique*.



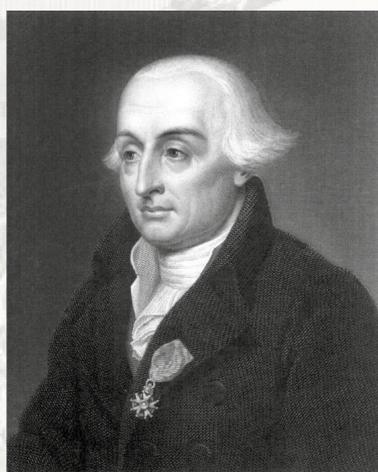
Basso rilievo situato a sinistra del portone della sede storica dell'École Polytechnique. Evoca la forte connotazione tecnica della scuola.

**Monge**, allora al servizio del *Comité de Salut Public*, nella sezione delle armi, fu il principale artefice della trasformazione de l'*École des Ponts et Chaussées* in una scuola di genere radicalmente nuovo, a carattere enciclopedico, di alta cultura scientifica e tecnica, in cui era privilegiato l'aspetto teorico: si insegnava matematica, meccanica, chimica teorica. Gli insegnanti furono scelti tra i migliori scienziati della nazione tra cui: **Berthollet**, **Lagrange** e **Laplace**. Furono organizzati dei “corsi rivoluzionari”, frequentati da 400 allievi, della durata di 3 mesi, che iniziarono nel dicembre del 1794. Essi erano rivolti a completare la formazione dei futuri studenti dei corsi regolari che iniziarono in giugno dell'anno successivo. Le lezioni vennero inizialmente ospitate nel **Palais-Bourbon**.

Monge tenne 24 lezioni (di un'ora e mezza) di geometria descrittiva dal 10 gennaio al 7 febbraio 1795. Successivamente, nei corsi regolari, insegnò analisi applicata alla geometria. Queste lezioni furono pubblicate quello stesso anno in fogli sciolti, *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie*. L'argomento ulteriormente sviluppato diede luogo all'opera più importante di Monge in questo ambito, *Application d'analyse à la géométrie* (1807). Nel 1797 Monge fu nominato direttore della scuola.



# VII L'École Normale: un'esperienza pedagogica rivoluzionaria



Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813)



Pierre-Simon Laplace (1749-1827)

La Rivoluzione Francese, erede dell'illuminismo, ebbe una forte influenza sull'evoluzione dei modelli educativi e delle istituzioni scolastiche in tutto il Paese. Nella riorganizzazione dell'istruzione il ruolo degli scienziati fu notevole. Il dibattito si sviluppò già nei primi anni del periodo rivoluzionario.

Nel 1791 il Comitato d'Istruzione Pubblica affidò l'incarico di elaborare un progetto organico di riordino dell'istruzione al matematico **Nicolas de Condorcet** i cui principi ispiratori erano l'uguaglianza tra i cittadini, la completa libertà di insegnamento e la valorizzazione della cultura scientifica. L'incalzare degli eventi impedì la discussione del progetto, ma l'eredità fu raccolta dalla Costituzione (1791) che sancì l'essenza della **pedagogia rivoluzionaria** (istruzione pubblica comune per tutti, gratuita, gestita dallo Stato, dal carattere laico, libero e rivolta a formare il cittadino).

Con la caduta di Robespierre nel 1794, la scuola e il processo formativo furono finalizzati alla creazione di un'élite per lo Stato borghese. L'obiettivo fu quello di creare cittadini utili e attivi nello Stato. La modernizzazione dell'istruzione superiore fu di tipo tecnico-scientifico, in sintonia con le esigenze di sviluppo industriale della classe borghese, ormai saldamente al potere. Questo intenso processo di riforme scolastiche, di rilancio dell'educazione in chiave civile e di riflessione sulla funzione dell'istruzione, produsse un radicale mutamento nella tradizione scolastico-educativa francese, ponendola come modello europeo.

L'**École Normale de l'an III** fu creata con decreto della Convenzione Nazionale il 30 settembre 1794. Originariamente concepita per la formazione dei futuri maestri delle scuole primarie, data la natura elevata dei corsi, si rivolse ai futuri professori di scuola secondaria. La scuola funzionò per soli 4 mesi dal 20 gennaio al 19 maggio 1795. I corsi, frequentati da circa 1500 allievi provenienti da tutti i distretti della Repubblica, vennero ospitati presso l'anfiteatro del **Muséum National d'Histoire Naturelle** di Parigi.

Monge tenne 13 lezioni di geometria descrittiva che furono stenografate e, dopo accurata revisione del docente, pubblicate nel *Journal des Séances de l'École Normale* quello stesso anno.

Tra i **professori** della scuola vi furono il chimico **Berthollet**, i matematici **Lagrange** e **Laplace**.



Entrata della sede attuale dell'École Normale. Le date riportate nel portale sono: 9 Brumaio an. III, creazione della scuola da parte della Convenzione Nazionale; 1808, Napoleone ripristina l'École Normale; 1841 si decide il trasferimento presso l'attuale sede che avviene nel 1847.

AUX REPRÉSENTANS DU PEUPLE FRANÇOIS.

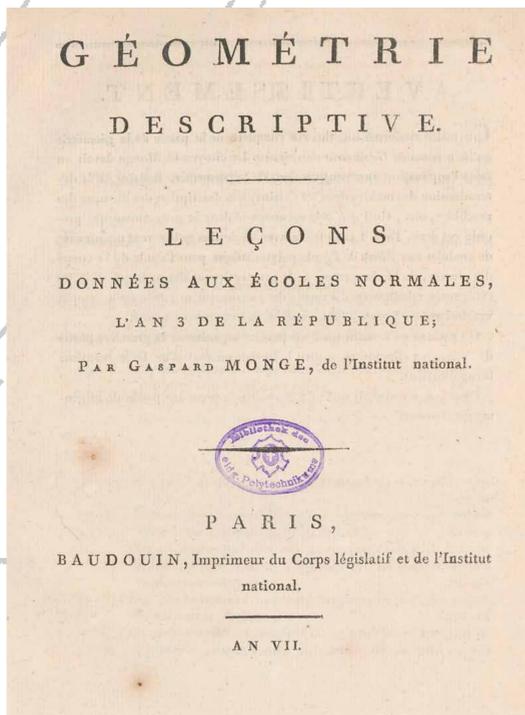
EXPLICATION DE L'ALLEGORIE.

Les tables des droits de l'homme, attachées et soutenues sur ce piedestal, par une lance en fer, sont surmontées d'un arc-en-ciel, et le tout surmonté d'une couronne de gloire, en l'honneur de la nation française.



Fig. 34

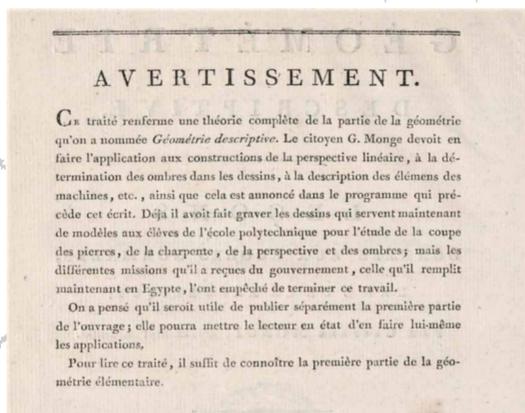
# VIII La geometria descrittiva: una scienza a servizio della Repubblica



La geometria descrittiva, come disciplina, apparve pubblicamente per la prima volta tra gennaio e maggio del 1795 nei corsi, quasi simultanei, impartiti da Monge nelle due più importanti istituzioni scolastiche create dalla Convenzione, in parte su iniziativa dello stesso scienziato, l'École Normale de l'an III e l'École centrale des travaux publics, la futura École Polytechnique.

Si trattava di una disciplina "nuova", nata nel clima del rinnovamento profondo della società e delle sue istituzioni, creato dalla Rivoluzione. Nell'ambito del dibattito pedagogico avviato in Francia in epoca rivoluzionaria e in vista di un rinnovamento educativo nazionale, Monge assegnò alla geometria descrittiva un ruolo fondamentale. Essa riuniva a suo avviso due vantaggi: «**per il rigore di cui è suscettibile, presenta alle menti sottili una certezza con la quale è senza dubbio molto importante che si familiarizzino gli individui di una grande nazione che non vuole essere preda del primo impostore; per la generalità dei procedimenti fornisce ai giovani che hanno maggior sagacia il mezzo di esercitare le loro facoltà e di sviluppare la loro intelligenza**».

Tra tutte le opere di Monge, la *Géométrie Descriptive* è quella che ebbe maggior successo. Le sue vicende editoriali sono complesse: le prime nove lezioni impartite all'École Normale furono pubblicate singolarmente nel 1795 sulla base della trascrizione stenografica, e ripubblicate in volume a sé nel 1799. Nel 1820, a cura di B. Brisson, uscì una nuova edizione contenente ulteriori tre lezioni. L'opera ebbe nel corso dell'Ottocento numerose ristampe e traduzioni nelle principali lingue europee, che le assicurarono la più ampia diffusione.



Prima edizione in volume a sé della *Géométrie descriptive* (1799) a cura di J.N. Hachette, contenente nove delle tredici lezioni di Monge a l'École Normale. Nell'avvertimento premesso all'opera sono raccontati le vicende di questa edizione.

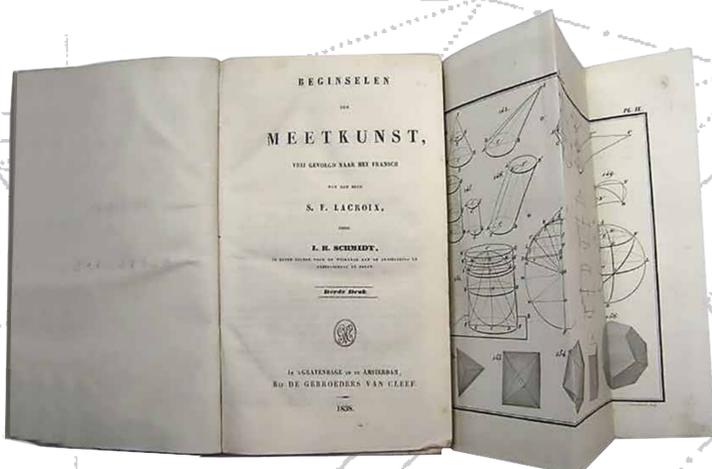
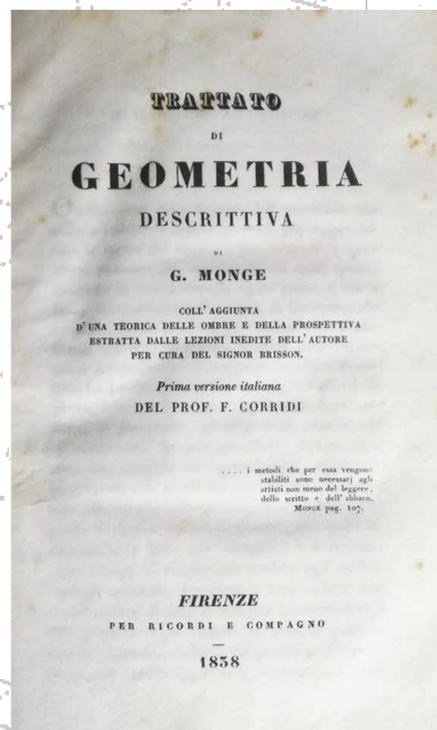
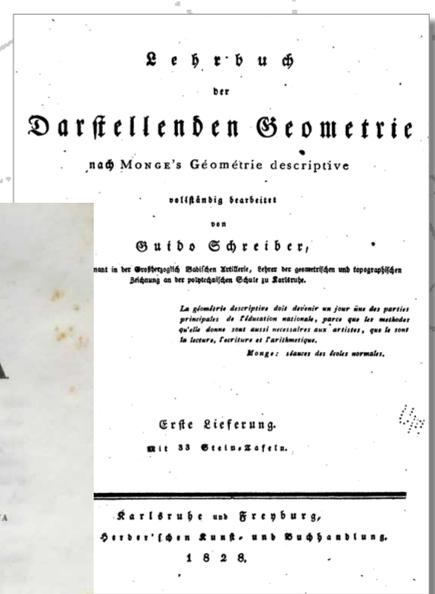
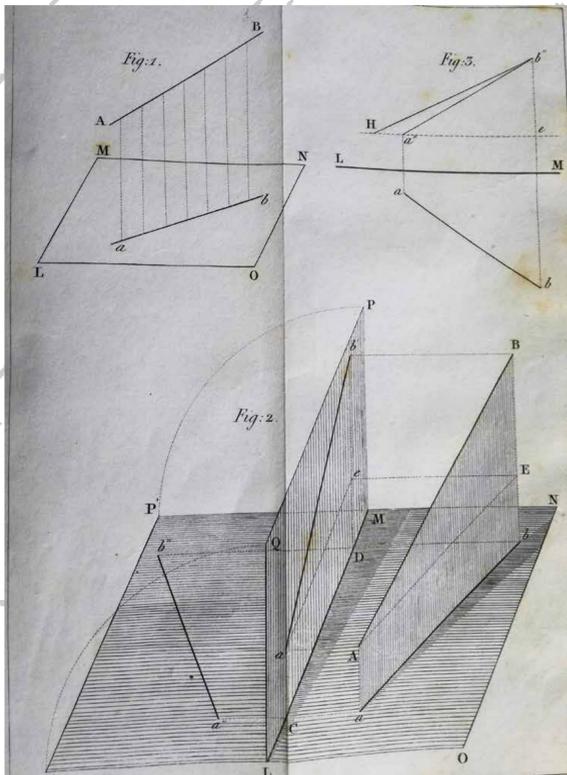




Fig. 34

# IX Metodi e risultati della geometria descrittiva



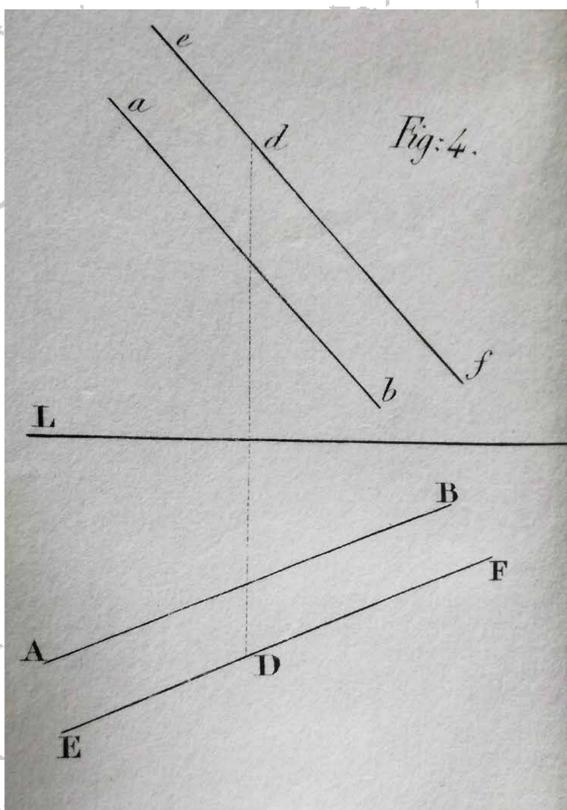
La figura 2 illustra il metodo della doppia proiezione ortogonale per rappresentare il segmento  $AB$ . La figura 3 è relativa al problema di determinare la lunghezza di un segmento note le sue due proiezioni ortogonali.

La *Géométrie descriptive* nell'edizione di B. Brisson (1820) comprende dodici delle tredici lezioni tenute da Monge all'*École Normale*. Viene introdotto inizialmente il metodo della **doppia proiezione ortogonale** per rappresentare su un foglio da disegno punti, rette, e piani dello spazio. Viene fornita inoltre una serie di costruzioni per risolvere problemi relativi a tali oggetti (ad esempio fig. 3 e fig. 4).

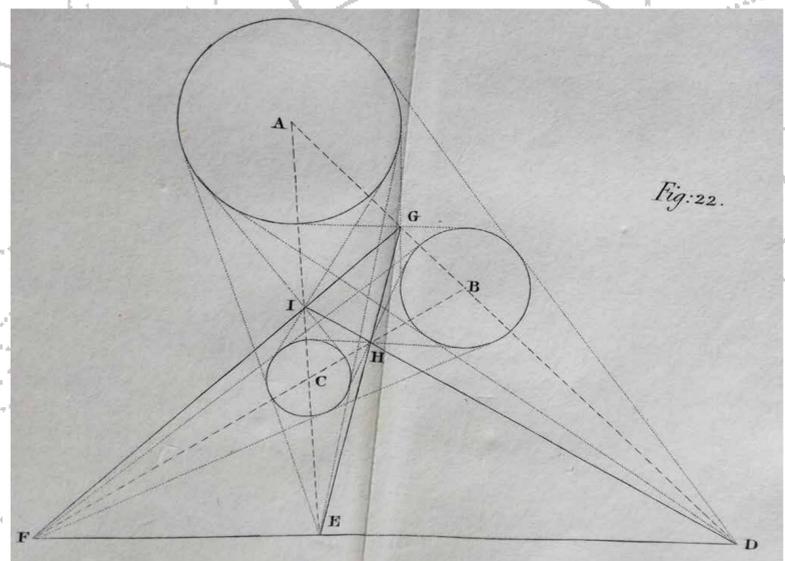
Per rappresentare superfici curve, Monge dapprima le considera generate dal movimento di una curva o costante di forma mentre cambia di posizione o variabile sia nella forma che nella posizione, e quindi afferma: "così nella geometria descrittiva per esprimere la forma e la posizione di una superficie curva, basta indicare il modo di costruire le proiezioni orizzontale e verticale di due generatrici differenti, che passano per un punto qualunque di tale superficie, e del quale può prendersi una delle due proiezioni a piacere".

Insegna a costruire i piani tangenti e le normali alle superfici, insegna la costruzione della curva intersezione di due superfici, e affronta alcuni particolari problemi, tre geometrici e tre riferiti alla pratica del rilevamento dei terreni. L'ultima parte tratta di **geometria differenziale**.

Le lezioni decima, undicesima e dodicesima riguardano, rispettivamente, la descrizione delle ombre, la prospettiva aerea e la prospettiva lineare. L'ultima lezione sui vantaggi dell'introduzione della geometria descrittiva nell'insegnamento pubblico non ci è pervenuta.



La fig. 4 riguarda il problema di tracciare la retta parallela alla retta data  $AB$ ,  $ab$ , passante per il punto assegnato  $D, d$ .



La costruzione dei piani tangenti e delle normali alle superfici può servire a risolvere problemi complessi, come ad esempio dimostrare la proprietà di allineamento dei centri di omotetia esterni di tre cerchi nel piano.



# X Primo viaggio in Italia



Ingresso trionfale a Parigi delle opere d'arte prelevate in Italia

## La Campagna d'Italia di Napoleone (1796-1797)

Una delle campagne militari di successo compiute dalla Francia rivoluzionaria contro le potenze monarchiche europee dell'Antico Regime, fu la Campagna d'Italia con Napoleone comandante in capo, nominato il 2 marzo 1796.

## La Commission pour la recherche des objets de Sciences et Arts

Nel corso della Campagna d'Italia, un certo numero di quadri, statue, libri, manoscritti, collezioni di storia naturale, furono reclamati per i vincitori. Fu inviata una commissione in Italia per occuparsi della scelta di questi oggetti e del loro trasporto in Francia. Inizialmente ne fecero parte, oltre a Monge, il chimico Berthollet, i naturalisti Thouin e La Billardière, oltre ad alcuni pittori e scultori. Monge era il personaggio più prestigioso ed esperto politicamente, e a lui fu affidato il coordinamento.

## Monge e Napoleone

In Italia, si stabilì tra Monge e Napoleone un legame perenne: si incontrarono numerose volte, confrontandosi sulla politica ma anche sulla matematica, di cui Napoleone era un appassionato. Due occasioni sono rimaste celebri: a Macerata pochi giorni prima della pace firmata a Tolentino col Papa (19 febbraio 1797) Napoleone invitò Monge a esporre davanti allo Stato Maggiore la sua geometria descrittiva; a Passariano rinnovò la richiesta come segno d'augurio per la pace in corso con gli Austriaci (29 agosto 1797).



Napoleone Bonaparte



Gaspard Monge

Napoleone su Monge (Emmanuel De Las Cases, *Il Memoriale di Sant'Elena*): «Monge era il più mite, il più debole degli uomini e non avrebbe fatto uccidere un pollo in sua presenza [...]. Questo repubblicano scatenato, a sentirlo, aveva tuttavia una specie di culto per me, quasi un adorazione: mi amava come si ama la propria amante».

## Monge e la Repubblica Cispadana

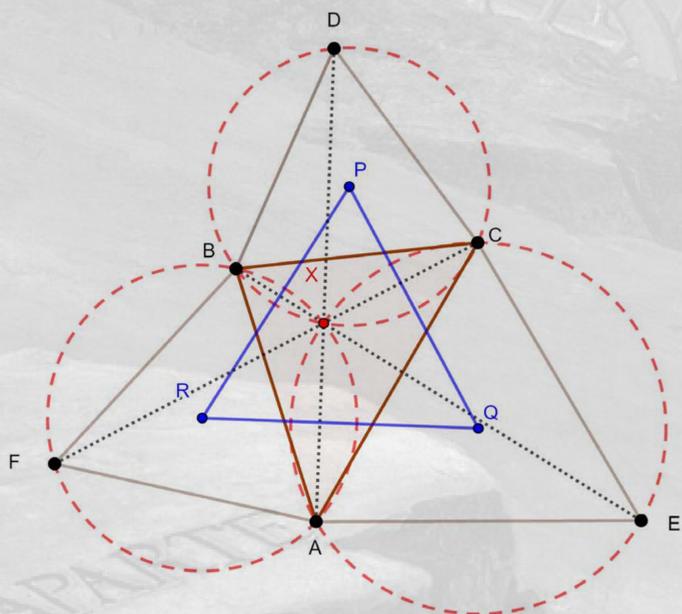
Al primo congresso della Repubblica Cispadana (Modena 18 ottobre 1796) Monge, Bonaparte e alcuni commissari del Direttorio, tennero a battesimo la nuova Repubblica. Fu Monge a proporre il nome di Cispadana. Alla moglie scrisse a riguardo: «Pare che il nome di Cispadana da me coniato per designare la Repubblica di Modena, Reggio, Bologna e Ferrara riscuota entusiastici consensi». Al secondo Congresso Cispadano a Reggio Emilia, il 7 gennaio 1797, Giuseppe Compagnoni propose di adottare il tricolore come bandiera per la Repubblica.

## Il teorema di Napoleone

Un teorema di geometria porta il nome di Napoleone:

*I baricentri dei triangoli equilateri, costruiti esternamente sui lati di un triangolo qualsiasi, formano un triangolo equilatero.* Una proprietà aggiuntiva è ugualmente attribuita a Napoleone: le circonferenze circoscritte ai tre triangoli equilateri si incontrano nel punto noto come "il primo punto di Fermat".

Notiamo un'altra proprietà interessante: i tre segmenti che congiungono rispettivamente ciascun vertice del triangolo iniziale al vertice del triangolo equilatero costruito sul lato opposto, e non appartenente al triangolo iniziale, si incontrano nello stesso "punto di Fermat".



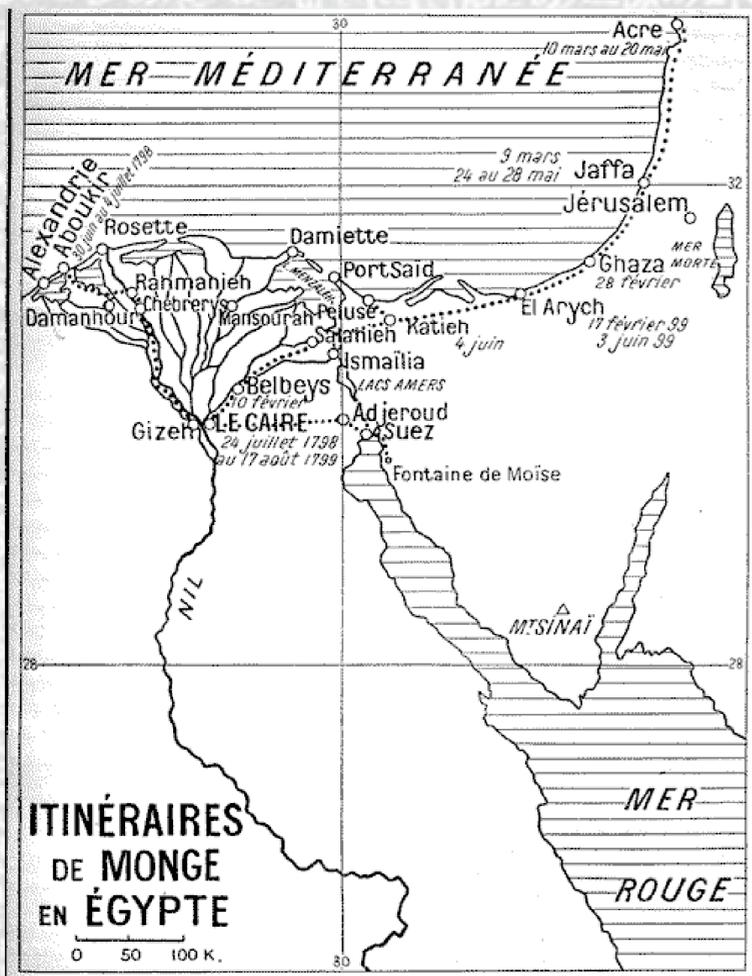


# XI Secondo viaggio in Italia e partecipazione alla Campagna d'Egitto



## Un "Atto del popolo sovrano": la Repubblica Romana (1798-1799)

Dopo l'assassinio a Roma del generale francese Duphot, su ordine del Direttorio, il generale Berthier invase con le sue truppe la città, occupando Castel S. Angelo (10 Febbraio 1798). Il 15 Febbraio, si riunì in Campidoglio un gruppo di democratici romani con un atto notarile "Atto del popolo sovrano" che dichiarò decaduto il potere dei Papi e proclamò la Repubblica Romana. Il 22 Febbraio arrivarono i commissari del Direttorio, Monge, Daunou, Florent col compito di indagare sulla morte di Duphot, assegnare una costituzione alla Repubblica Romana e provvedere alle nomine della classe dirigente. La Costituzione fu inaugurata il 20 marzo. Fu anche creato un Istituto Nazionale sul modello di quello francese, e furono nominati i primi membri. Monge fu incaricato di stendere progetti per le scuole primarie e superiori. La caduta della Repubblica in settembre del 1799 interruppe ogni realizzazione. A Roma Monge svolse altri compiti volti ad agevolare l'imminente spedizione militare di Napoleone in Egitto: procurare presso la stamperia della "Propaganda fide" i caratteri orientali per la stampa; fare ricerche sulla cartografia dell'Egitto; trovare interpreti di lingua araba; coordinare la spedizione di uomini e mezzi che si sarebbe unita alla flotta di Napoleone a Malta. Il 12 maggio 1798 Monge lasciò Roma alla volta di Civitavecchia in vista di salpare per Malta.



## Una straordinaria avventura culturale e scientifica: la Campagna d'Egitto (1798-1801)

Il 19 giugno 1798 la flotta francese partì da Malta e dopo aver evitato uno scontro con la flotta dell'ammiraglio Nelson, giunse ad Alessandria il primo di luglio. Al seguito di Bonaparte vi era una folta schiera di studiosi e di tecnici, oltre a Monge e a Berthollet, i matematici Fourier e Malus, il mineralogista Dolomieu, il naturalista Geoffroy Saint-Hilaire, l'ingegnere Conté, l'artista Denon.

La scoperta della stele di Rosetta (oggi al British Museum di Londra) fu certamente il più importante risultato della spedizione, dal punto di vista culturale. Essa fu rinvenuta nel 1799 da un ufficiale francese impegnato nelle fortificazioni della città di Rosetta, nel delta del Nilo: riportando il medesimo testo scritto in tre lingue, demotico, greco e in caratteri geroglifici, servì a decifrare questi ultimi caratteri.

A metà ottobre del 1799, Bonaparte, accompagnato dal fedele Monge, rientrò a Parigi, lasciando il comando ai propri generali; le notizie delle sconfitte subite dai francesi in Europa e soprattutto la ripresa dell'attività giacobina in opposizione al Direttorio, furono all'origine della decisione.

## L'Istitut d'Égypte: strumento di civilizzazione

Tra i provvedimenti presi da Napoleone per colonizzare l'Egitto vi fu la creazione de l'*Institut d'Égypte*. A differenza de l'*Institut de France* che aveva tre classi, il nuovo Istituto era diviso in quattro classi. Alla prima riunione (23 agosto 1798) Monge fu eletto presidente, Napoleone vicepresidente, Fourier segretario. Complessivamente i membri erano 48. Il 28 agosto 1798 Monge lesse una sua memoria sul miraggio nella quale forniva una spiegazione scientifica del fenomeno ottico. La biblioteca e i laboratori dell'Istituto erano aperti anche agli Egiziani che potevano partecipare alle attività. La quarantasettesima e ultima riunione si svolse il 21 marzo 1801.



# XII La geometria analitica: da Cartesio a Monge



René Descartes (1596-1650)  
 Pierre de Fermat (1601-1665)  
 Leonhard Euler (1707-1783)  
 Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813)

## Le origini

Cartesio (René Descartes) e Pierre de Fermat svilupparono la geometria analitica indipendentemente, ma fu Cartesio a influenzare maggiormente gli sviluppi successivi con la sua *Géométrie* del 1637. In quest'opera la "nuova geometria" era solo un metodo per applicare lo strumento algebrico alla risoluzione di classici problemi di geometria euclidea (vedi il **Problema di Pappo**).

## La geometria analitica solida

Il percorso che portò al concetto moderno di geometria analitica passa per lo sviluppo della geometria analitica solida. Nel 1748 uscì la fondamentale *Introductio in Analysin Infinitorum* di **Eulero**. Nel tomo II, Eulero propone una esposizione metodica della geometria analitica che avrà larga influenza. Nell'appendice tratta anche la geometria analitica solida e presenta una formula per il cambiamento di coordinate, più generale di quelle già note, che gli permette una classificazione delle superfici del secondo ordine (o **quadriche**). Si continuava tuttavia ancora a ignorare gli strumenti per risolvere analiticamente problemi riguardanti oggetti definiti da equazioni di 1° grado (rette e piani). La conoscenza di tali strumenti avrebbe consentito di semplificare notevolmente i procedimenti.

## La svolta

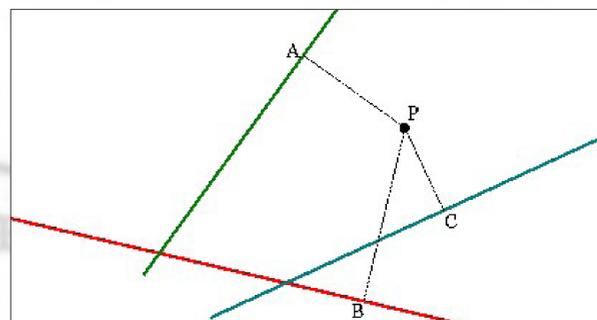
La svolta avvenne per opera di **Giuseppe Luigi Lagrange** e dello stesso Monge. Il primo fece uso degli elementi del primo ordine nel suo fondamentale lavoro *Solutions analytiques de quelques problèmes sur les pyramides triangulaires* (1773). L'opera fondamentale di **Monge** a questo proposito è *Mémoire sur les développées, les rayons de courbure, et les différens genres d'inflexions des courbes à double courbure*, scritta nel 1770 e pubblicata nel 1785 sulla rivista *Mémoires de Mathématique et de Physique*, tome X; in essa Monge determina l'equazione del piano passante per il punto  $(x_0, y_0, z_0)$  e perpendicolare alla retta definita dalla coppia di piani di equazione, rispettivamente,

$$ax+by+cz+d=0 \quad \text{e} \quad a'x+b'y+c'z+d'=0$$

ovvero determina per detto piano l'equazione:

$$(bc'-b'c) \cdot (x-x_0) + (ca'-c'a) \cdot (y-y_0) + (ab'-a'b) \cdot (z-z_0) = 0$$

Oggi, possiamo leggere tale formula in termini di determinanti e prodotto vettoriale, argomenti che saranno pienamente sviluppati nell'Ottocento. La ricchezza e l'originalità delle lezioni di Monge sono le ragioni per cui così tanti matematici francesi possono essere considerati suoi diretti continuatori (Tinseau, Meusnier, Lacroix, Fourier, Hachette, Lancret, Dupin, Livet, Brianchon, Malus, Poncelet, Chasles, Lamé, ...).



**Il Problema di Pappo:** date tre rette complanari (in figura le rette verde, blu e rossa) stabilire il luogo dei punti P del piano tali che, condotte da P le perpendicolari alle rette date, risulti  $PA^2 = PB \cdot PC$ .



**MÉMOIRE**  
 SUR  
**LES DÉVELOPPÉES,**  
**LES RAYONS DE COURBURE,**  
 ET  
**LES DIFFÉRENS GENRES D'INFLEXIONS**  
**DES COURBES A DOUBLE COURBURE,**

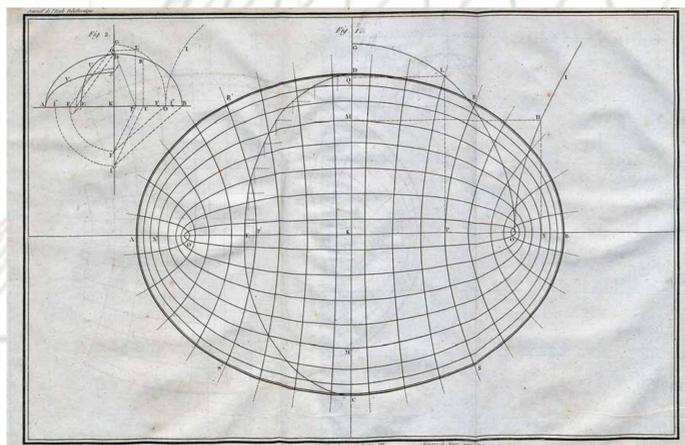
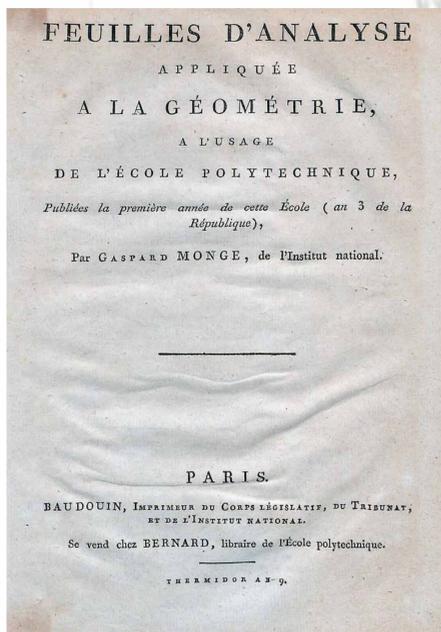
Ce Mémoire a été présenté à l'Académie en 1771.

Par **M. MONGE**, Professeur de l'École du Corps Royal du Génie, & Membre de l'Académie.

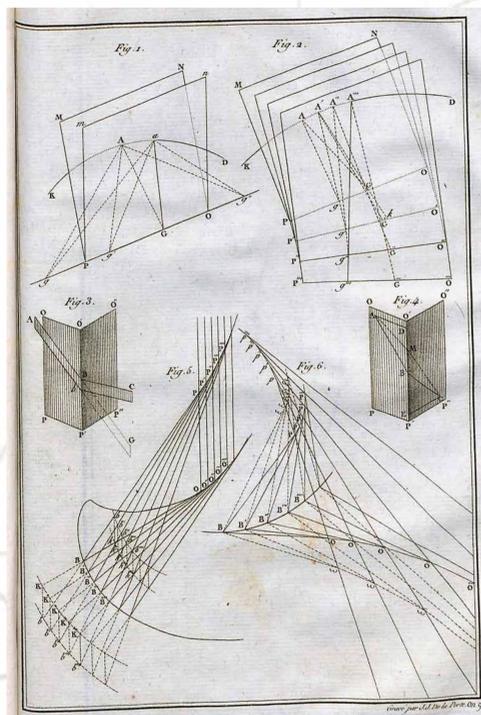
**T**OUT ce que l'on a fait jusqu'à présent sur les Développées des courbes en général, se réduit à avoir trouvé celles des courbes planes; encore parmi le nombre infini de Développées que peut avoir une courbe plane, n'a-t-on considéré jusqu'ici que celle qui se trouve dans le même plan qu'elle: or je me propose de démontrer, dans ce Mémoire, qu'une courbe quelconque, plane ou à double courbure, a une infinité de



# XIII Monge padre della geometria differenziale



Linee di curvatura della superficie dell'ellissoide, *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie* Tavola 2



*Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie* Tavola 1

Monge insegnò a l'*École Polytechnique* l'analisi applicata alla geometria e pubblicò, oltre a *Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie* (1795; 1801), diverse memorie in questo ambito. Si tratta di un settore della matematica sul quale solo Eulero aveva dato qualche contributo e che ebbe uno sviluppo considerevole nel XIX secolo, grazie in gran parte alla scuola matematica tedesca.

Due furono i principali indirizzi della ricerca di Monge in questo ambito:

1. **studio diretto delle proprietà di superfici e curve dello spazio.** La prima nota matematica di Monge uscì sul *Journal Encyclopédique* nel 1769. Essa riassume risultati esposti con maggiore estensione nella memoria che pubblicò solo nel 1785 col titolo *Sur les développées des rayons de courbures et les différents genres d'inflexions des courbes à double courbure*. Sono definite le evolvente delle curve a doppia curvatura ed è dimostrato che queste curve sono delle geodetiche della sviluppabile involuzione della famiglia di piani normali alla curva data. Segue una serie di risultati sulla superficie oggi chiamata superficie polare o sviluppabile polare.

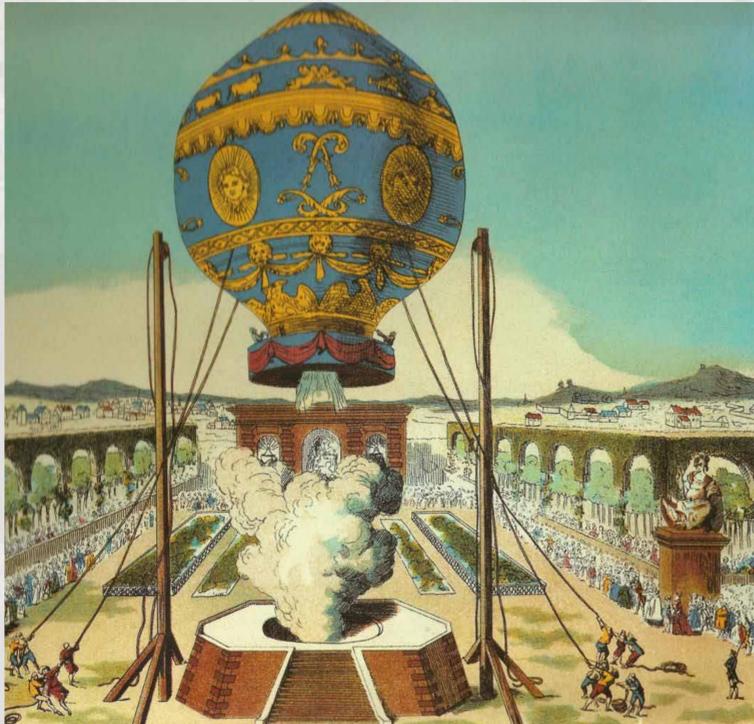
2. **studio delle famiglie di superfici,** condotto secondo due indirizzi equivalenti: attraverso le modalità con cui sono generate e attraverso corrispondenti equazioni alle derivate parziali. **Monge considerava le superfici come generate dal movimento nello spazio di curve generatrici e l'analisi non era un linguaggio indipendente, ma una "scrittura" dello spettacolo geometrico che costituisce la realtà.**

La teoria delle equazioni alle derivate parziali occupò, spesso in stretta unione con la teoria delle equazioni differenziali ordinarie, un ruolo importante nell'opera di Monge. Dal 1773 al 1786 pubblicò sette memorie in cui sviluppò il tema; determinò le equazioni alle derivate parziali di molte famiglie di superfici e perfezionò i metodi per risolvere e studiare vari tipi di queste equazioni. Completò lo studio delle superfici sviluppabili, delineato da Eulero, distinguendo tra superfici rigate e superfici sviluppabili, dando criteri per stabilire se una data superficie è sviluppabile dalla sua equazione. Tutti i risultati ottenuti in questo ambito sono stesi nell'opera *Application d'analyse à la géométrie* del 1807.

L'aspetto applicativo è sempre presente nell'opera di Monge. La memoria *Sur les lignes de courbure de la surface de l'Ellipsoïde* (1795) si conclude con una proposta per una questione allora di grande attualità, la costruzione delle sale per i due Consigli della legislatura creati dalla Convenzione dell'anno III: una sala a forma ellittica coperta con una volta ellissoidale ribassata.



# XIV Il ruolo di Monge nella rivoluzione tecnica

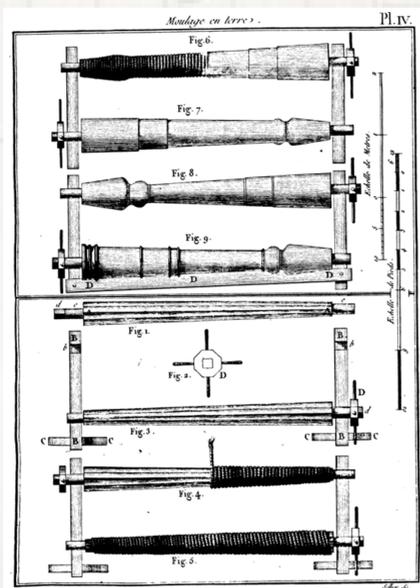
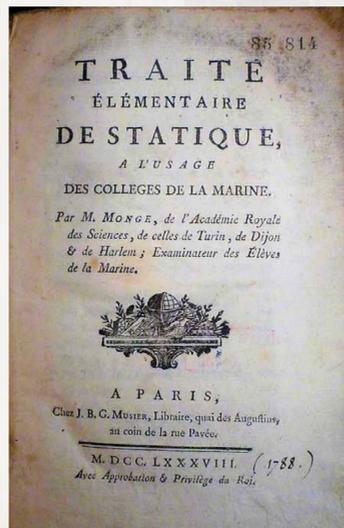
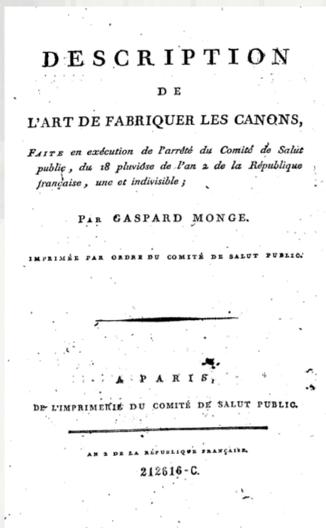


La ricerca in meccanica, tecnologia, fisica e chimica ha occupato un posto nella vita di Monge altrettanto ampio quanto la ricerca in matematica. Pur non raggiungendo l'importanza dei contributi matematici, questi studi attestano un ruolo di primaria importanza nella rivoluzione tecnica iniziata alla fine del diciottesimo secolo.

L'opera scientifica di Monge fu in gran parte dettata dalla necessità di risolvere problemi concreti o di natura tecnica. Nel periodo rivoluzionario, durante il Consolato e l'Impero, gli scienziati furono chiamati a servire la difesa nazionale e le loro abilità teoriche usate con successo nei settori affini della tecnica.

**Meccanica e teoria delle macchine:** secondo Monge, il miglioramento delle condizioni di vita poteva venire solo dai progressi nella progettazione di macchine, dall'estensione della meccanizzazione e dall'uso di tutte le fonti di energia, al fine di sostituire la forza umana. Nell'opera di Monge la teoria delle macchine risulta un'applicazione diretta della geometria descrittiva. Il suo merito, in questo ambito, è di aver gettato le basi per un primo studio logico di meccanismi e macchine che ha permesso la creazione della meccanica applicata moderna, il trionfo delle macchine e della grande industria del XIX secolo.

**Fisica e chimica:** grande varietà nelle indagini e grandi doti di sperimentatore caratterizzano il lavoro di Monge in ambito fisico e chimico. Nonostante alcuni contributi di grande interesse, il lavoro teorico appare oggi ridotto. Per giudicare, tuttavia, la vera importanza occorre considerare l'epoca e le circostanze. Le principali ricerche chimiche furono compiute da Monge prima che le teorie di Lavoisier fossero sviluppate completamente. Osservare e sperimentare furono attività praticate da Monge fin dai suoi primi anni di studio. Si ricordano osservazioni astronomiche, esperimenti barometrici e pneumatici. Sviluppò nuove teorie sul calorico, sull'acustica, sull'ottica del miraggio, sulla doppia rifrazione attraverso la calcite, sul fenomeno della capillarità, sui fenomeni meteorologici. Esperimenti eudiometrici lo portarono a realizzare, senza sospettarlo, la sintesi dell'acqua, indipendentemente da Cavendish e Lavoisier. Si interessò anche della produzione di palloni aerostatici. Assistito da Clouet, nel 1784 intraprese una serie di esperimenti sull'azione del freddo sui gas, in particolare sul biossido di zolfo, realizzando la prima liquefazione di un gas. In collaborazione con Vandermonde e Berthollet studiò in dettaglio le proprietà di ghise, acciai e teneri ferri e le loro varie modifiche. Il suo *Traité élémentaire de statique*, scritto ad uso delle scuole della Marina, del 1788, ebbe numerose edizioni e rappresenta un modello di chiarezza, precisione e semplicità.



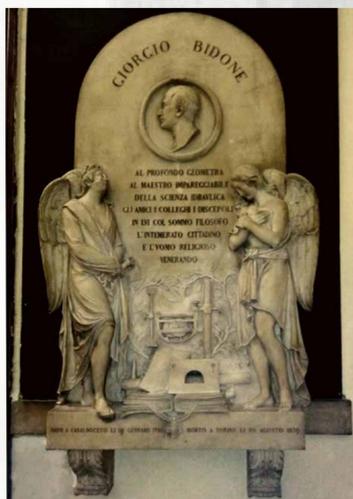
**Il lavoro tecnico:** nell'ambito della metallurgia, oltre ad affrontare lo studio fisico e chimico dei metalli, si occupò di questioni tecniche e pratiche, proponendo migliorie alle tecniche di produzione volte ad aumentare la resa, ridurre il lavoro umano e sopprimere quello malsano. Monge ebbe un ruolo rilevante nello sforzo bellico: mise le sue scoperte scientifiche al servizio della tecnica della guerra, diresse la costruzione delle armi da fuoco, partecipò allo sviluppo industriale. Pubblicò *Description de l'art de fabriquer les canons*, un modello nel suo genere: le spiegazioni scientifiche e tecniche sono dettagliate e chiare, le schede numerose, precise e ben realizzate. Il libro espone chiaramente le ultime scoperte sulla natura e sulla preparazione del ferro e dell'acciaio e sulla lavorazione delle armi da fuoco.



# XV Prima diffusione della geometria descrittiva in Italia



Antonio Bordonì



Lapide commemorativa di Giorgio Bidone

In pochi anni la geometria descrittiva fu inserita nei programmi dei corsi delle scuole tecnico-scientifiche francesi; ben presto anche le altre nazioni seguirono l'esempio della Francia, tra cui l'Italia che fu una delle prime.

## Modena

Nel 1797 la Repubblica Cisalpina istituì a Modena la **Scuola Militare del Genio e dell'Artiglieria**. Fin dalla sua origine fu previsto l'insegnamento della geometria descrittiva, quindi a distanza di soli due anni dai corsi tenuti da Monge a l'École Normale e a l'École des Travaux Publics. Il docente più rappresentativo fu **Giuseppe Tramontini** che scrisse ad uso della scuola il trattato: *Delle proiezioni grafiche e delle loro principali applicazioni* (Modena 1811). Il pregio di quest'opera sono le applicazioni alla prospettiva, alla teoria delle ombre e alla costruzione delle volte. Tra gli allievi vi fu **Carlo Sereni** (1786-1868) che insegnò geometria descrittiva nella Scuola degli Ingegneri Pontifici di Ferrara (1817-1819) e poi in quella di Roma. Il suo *Trattato di geometria descrittiva* (Roma, 1826) diverrà un classico e fu adottato in varie scuole. Un altro allievo della scuola, **Giuseppe Placci** (1784-1852) pubblicò la prima traduzione in lingua italiana della geometria descrittiva di Monge (1805).

## Napoli

Il primo testo italiano di geometria descrittiva sono gli *Elementi di geometria descrittiva* di **Vincenzo Flauti** (1782-1863), pubblicati a Roma nel 1807, ma composti fin dal 1800, ad uso della Scuola del Genio e dell'Artiglieria di Napoli. L'insegnante di geometria descrittiva della scuola era **Luigi di Ruggiero** (1779-1851).

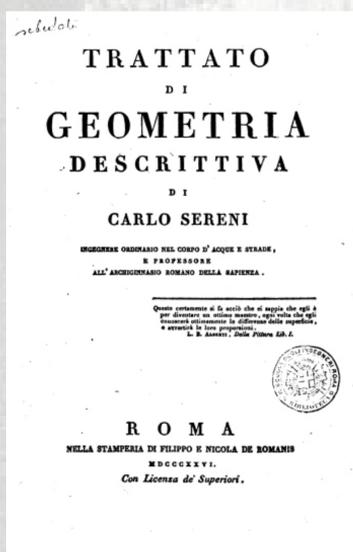
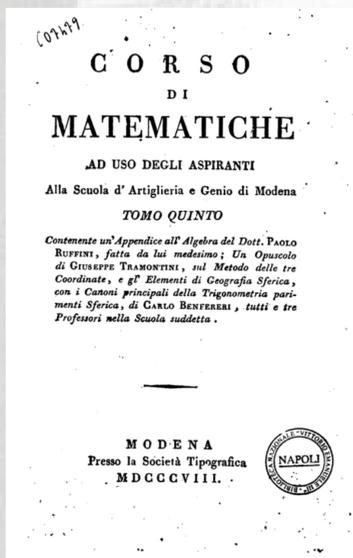
Nel 1806 durante il regno di Giuseppe Bonaparte, si ebbe una riforma dell'Università e l'insegnamento della geometria descrittiva fu introdotto tra quelli della facoltà matematica affidato a Vincenzo Flauti. Nel 1815 uscì a Napoli l'opera *Geometria di sito nel piano e nello spazio*, di Flauti, originale sia nell'esposizione che nell'organizzazione e nella scelta dei temi trattati. Nel 1811, durante il regno di Gioachino Murat, si ebbe l'istituzione di due scuole per gli ingegneri: la **Scuola di Applicazioni di Ponti e Strade** e la **Scuola Militare Politecnica**. In entrambe la geometria descrittiva era uno degli insegnamenti fondamentali. Il primo docente della Scuola di Applicazione fu Francesco Paolo Tucci (1790-1875) autore dell'opera *Sulla permutazione dei piani di proiezione in descrittiva* (1823). Con **Salvatore D'Ayala** curò inoltre una traduzione italiana del trattato di geometria descrittiva di C. F. Leroy (1838). Il primo docente della Scuola Militare fu **Gaetano Alfaro**. Tra il 1813 e il 1815 uscì l'opera in dodici volumi: *Saggio di un Corso di Matematiche per uso della Scuola Politecnica e Militare*, a cui contribuì Alfaro per quanto riguarda la geometria descrittiva.

## Torino

La **Reale Accademia Militare** venne riaperta nel 1816. Il corso degli studi durava otto anni e la geometria descrittiva era insegnata al quinto anno. L'Università fu riformata nel 1822 e contestualmente venne istituita la nuova cattedra di geometria descrittiva affidata a **Giorgio Bidone** (1781-1839), già professore di idraulica e direttore dello stabilimento idraulico della Parella. Restano i registri delle lezioni svolte da Bidone da cui appare la trattazione parallela analitica e geometrica dei problemi affrontati, come Monge aveva suggerito.

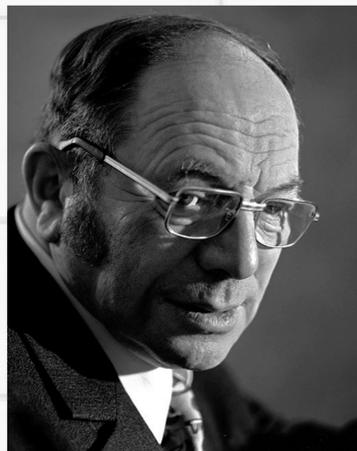
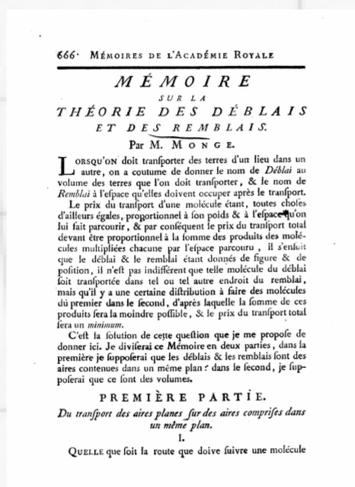
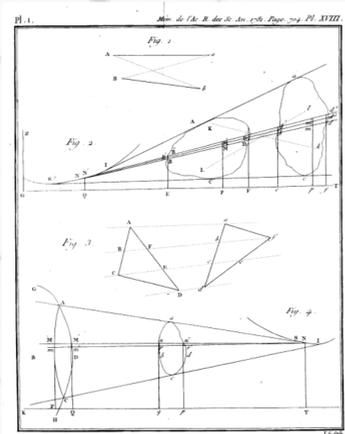
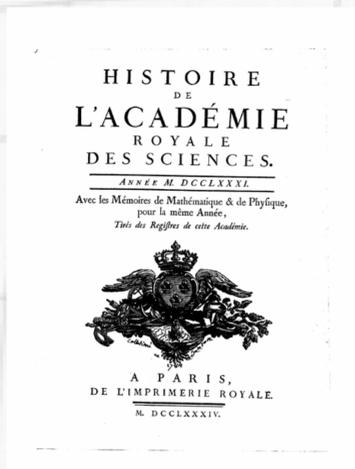
## Pavia

**Antonio Bordonì** (1789-1860) fu docente di calcolo sublime, geodesia e idrometria all'Università di Pavia. Non insegnò mai geometria descrittiva, ma inserì alcuni elementi nelle sue lezioni di calcolo sublime. Tra il 1815 e il 1823 pubblicò quattro memorie e un trattato sulle ombre, penombre, e sulle linee uniformemente illuminate, contenenti risultati originali.





# XVI La teoria del trasporto ottimale di massa: un settore attuale di ricerca matematica, dalle sorprendenti applicazioni



Leonid Kantorovich

Il problema del trasporto ottimale consiste nello stabilire le modalità per trasferire una distribuzione di massa da un luogo ad un altro "in maniera ottimale", ovvero minimizzando la funzione che rappresenta il costo totale del trasporto. Lo stato del sistema è descritto da un'equazione differenziale alle derivate parziali di tipo ellittico che porta in nome di **equazione di Monge-Kantorovich**.

Il problema fu formalizzato per la prima volta da Monge nella memoria *Sur la Théorie des Déblais et des Remblais* (sulla teoria degli scavi e terrapieni) del 1781. Un importante progresso della teoria si deve al matematico ed economista russo, **Leonid Kantorovich** (1912-1986), che per i risultati ottenuti in questo ambito, vinse il premio Nobel per l'economia nel 1975.

Una questione rilevante matematicamente e non banale, è stabilire se nelle ipotesi assunte, un trasporto ottimale esiste e in tal caso se questo è unico. Fondamentali risultati alla teoria furono ottenuti alla fine degli anni '80 da **Yann Brenier**. Nell'affrontare problemi di meccanica dei fluidi, risolse il problema di Monge-Kantorovich nell'ipotesi di costo di trasporto proporzionale non alla distanza, ma al quadrato della distanza (una sorta di "energia cinetica"). Brenier dimostrò in questo caso esistenza e unicità della soluzione.

La teoria del trasporto ottimale può essere applicata a vari problemi : **pianificazione urbana**, come ad esempio la progettazione di reti di trasporto efficienti, trasporto di massa con fenomeni di congestione (movimento di una folla), posizionamento di punti di distribuzione in una regione urbana, progettazione ottima dei quartieri di una regione urbana , determinazione dei prezzi di pedaggio per l'utilizzazione di una rete di trasporto.

Le applicazioni riguardano anche il **processo di modificazione delle immagini**, come mostra l'esempio in figura. L'impiego è vastissimo: visione computerizzata, immagini mediche, riconoscimento automatico di obiettivi militari ecc...



F. Maliavin, *Whirlwind* (1916) in originale e ridipinto attraverso metodi di trasporto ottimale.  
Fonte: Yann Brenier, *La carriola di Monge e il trasporto ottimale*, in *Matematica l'esplosione continua*, Unione Matematica Italiana 2015.



# XVI Alessio Figalli medaglia Fields 2018



A duecento anni dalla morte di Monge, “*per i contributi alla teoria del trasporto ottimale e sue applicazioni, alla teoria delle equazioni differenziali alle derivate parziali, alla teoria geometrica della misura e alla probabilità*”, Alessio Figalli ha ricevuto la medaglia Fields al Congresso Internazionale dei Matematici che si è svolto a Rio de Janeiro in agosto del 2018.

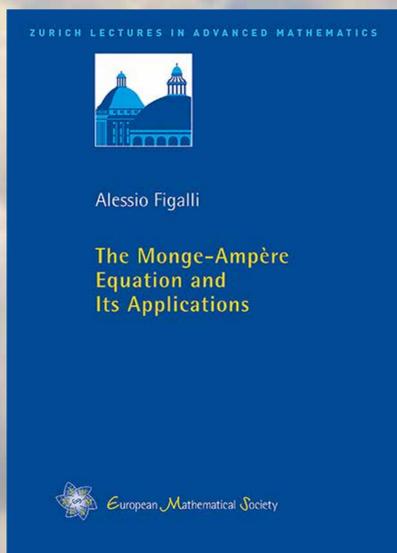
La medaglia, che porta il nome del canadese John Charles Fields che la istituì, viene assegnata ogni quattro anni a un numero variabile di matematici (da due a quattro) sotto i quaranta anni, che abbiano dato importanti contributi alla disciplina. La proclamazione dei vincitori avviene nell’ambito del Congresso internazionale dei matematici. Le prime due medaglie furono assegnate nel 1936 e nel 1950, poi regolarmente ogni quattro anni. Solo un altro italiano, Enrico Bombieri, ricevette la medaglia Fields nel 1974.



Alessio Figalli, nato a Roma nel 1984, dopo gli studi al Liceo Classico Vivona, nel 2002 viene ammesso alla Scuola Normale di Pisa dove, nel 2007, consegue il dottorato, diviso tra Pisa e l’*École Normale Supérieure* di Lione. I suoi tutor furono Luigi Ambrosio e Cédric Villani, anche lui medaglia Fields. A ventiquattro anni diventa professore a l’*École Polytechnique* a Parigi. Nel 2009 è *associate professor* all’Università del Texas, a Austin e due anni dopo, all’età di 27 anni, viene nominato *full professor*. Dopo cinque anni rientra in Europa ed attualmente è professore ordinario al Politecnico federale (ETH) di Zurigo.

Il trasporto ottimale si applica a un’ampia varietà di campi, come l’economia e l’urbanistica, ma si trova anche in natura: «La natura è ottimale, vuole essere ottimale e spreca meno energia possibile».

Figalli ha applicato la teoria del trasporto ottimale alla stima del cambiamento di forma di un cristallo in funzione della quantità di energia introdotta in esso e per stabilire l’evoluzione nel tempo delle nuvole. Le particelle che compongono le nuvole si muovono infatti in modo ottimale, ovvero nel modo più economico possibile. Le equazioni che traducono il problema dell’evoluzione delle nuvole potranno migliorare l’accuratezza delle previsioni meteorologiche e quindi, l’efficacia dei sistemi di allerta per condizioni meteo di emergenza.



THE MONGE-AMPÈRE EQUATION  
AND ITS LINK TO OPTIMAL TRANSPORTATION  
GUIDO DE PHILIPPIS AND ALESSIO FIGALLI

ABSTRACT: We survey old and new regularity theory for the Monge-Ampère equation, show its connection to optimal transportation, and describe the regularity properties of a general class of Monge-Ampère type equations arising in that context.

CONTENTS

|  |    |
|--|----|
| 1. Introduction  | 2  |
| 2. The classical Monge-Ampère equation   | 2  |
| 2.1. Alexandrov solutions and regularity results                               | 4  |
| 2.2. The continuity method and existence of smooth solutions                   | 9  |
| 2.3. Interior estimates and regularity of weak solutions                       | 13 |
| 2.4. Further regularity results for weak solutions                             | 16 |
| 2.5. An application: global existence for the semigeostrophic equations        | 21 |
| 3. The optimal transport problem   | 23 |
| 3.1. The quadratic cost on $\mathbb{R}^n$                                      | 24 |
| 3.2. Regularity theory for the quadratic cost: Brenier vs Alexandrov solutions | 25 |
| 3.3. The partial transport problem   | 29 |
| 3.4. The case of a general cost  | 30 |
| 4. A class of Monge-Ampère type equations                                      | 34 |
| 4.1. A geometric interpretation of the MTW condition                           | 38 |
| 4.2. Regularity results  | 41 |
| 4.3. The case of Riemannian manifolds  | 43 |
| 4.4. MTW v.s. cut-locus  | 45 |
| 4.5. Partial regularity  | 47 |
| 5. Open problems and further perspectives                                      | 49 |
| 5.1. General prescribed Jacobian equations                                     | 49 |
| 5.2. Open Problems   | 50 |
| References   | 52 |