

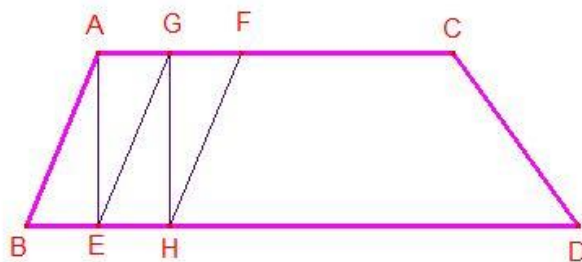
# TENTATIVO DI DIMOSTRAZIONE DEL POSTULATO V

## DI TUSI

Tusi parte dall'analisi dei risultati ottenuti dai geometri che lo hanno preceduto Jawhari, Haytam, Hayyam e, in maniera del tutto innovativa, tenta di dimostrare il V postulato senza inserire ipotesi supplementari. Formula un postulato che si enuncia così: **se due rette situate in un piano si allontanano l'una dall'altra in una direzione data, esse non possono, fintanto che non si tagliano, concorrere nella stessa direzione.**

Considera poi, come Hayyam, il *quadrilatero birettangolo isoscele* e la sua proposizione III è identica alla proposizione III del suo predecessore. Tuttavia egli confuta in maniera differente l'ipotesi dell'angolo acuto e dell'angolo ottuso, fornendo una diversa strada da percorrere inseguendo le "nuove geometrie".

Nell'ipotesi dell'angolo ottuso, egli traccia dal vertice A le perpendicolari AE e AC. Se B è un angolo retto, l'ipotenusa AE del triangolo ABE è più lunga del lato AB. Egli traccia in seguito da E la retta EG perpendicolare a BD. L'ipotenusa EG del triangolo AEG è più lunga di AE.



Dimostrazione della  
proposizione III di Tusi

Ripetendo all'infinito questa costruzione, si vede che le basi AC e BD del quadrilatero si allontanano l'una dall'altra nella direzione che va da AB verso CD. Si dimostra allo stesso modo che le rette CA e DB si allontanano nella direzione che va da CD verso AB. Così l'ipotesi dell'angolo ottuso, tenuto conto del postulato sopracitato, porta ad una contraddizione. L'ipotesi dell'angolo acuto è rifiutata allo stesso modo: in questo caso le basi devono concorrere nelle due direzioni opposte.

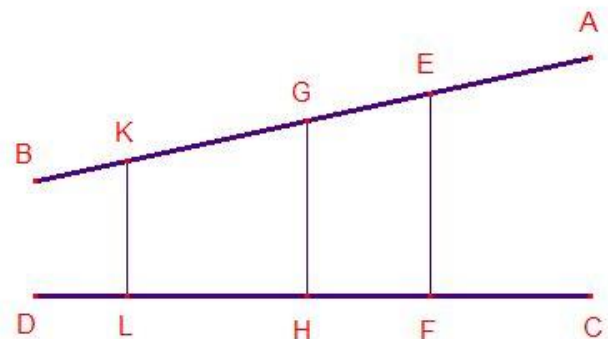
Dopo aver stabilito che nel quadrilatero considerato tutti gli angoli sono retti, Tusi dimostra nella proposizione V - come aveva fatto Hayyam - la proposizione 29 del libro I degli "*Elementi*".

Successivamente scrive due redazioni differenti dell'"*Esposito di Euclide*", cioè due edizioni degli "*Elementi*". Ciascuna delle edizioni contiene una dimostrazione del V postulato, ma le dimostrazioni presentate risultano molto differenti.

Nella prima stesura dell'"*Esposito di Euclide*" introduce due varianti dimostrative: nella prima variante dimostra che **due rette, che formano con una terza retta l'una un angolo obliquo l'altra un angolo retto, si incontrano** (proposizione sesta). Da ciò deduce il quinto postulato (nella proposizione VII). Nella seconda variante dimostra che **per un punto situato entro i lati di un angolo, si può condurre una retta che taglia i due lati di questo angolo** (proposizione settima) e ne deduce ancora il quinto postulato (questa volta nella proposizione VIII).

Nella seconda edizione dell'"*Esposito*", Tusi cambia completamente strategia e al postulato della prima redazione sostituisce due ipotesi:

I. Siano due rette AB e CD tali che le perpendicolari EF, GH, KL abbassate su CD a partire dai punti situati su A generano sempre gli angoli adiacenti diseguali, acuti nella direzione di B e ottusi nella direzione di A. Ciò posto, le due rette AB e CD si avvicinano l'una all'altra fino a che esse si tagliano dal lato degli angoli acuti e si allontanano l'una dall'altra dal lato degli angoli ottusi; cioè la lunghezza delle perpendicolari diminuisce dal lato dei punti B e D e aumenta dal lato dei punti A e C.



Seconda versione della dimostrazione del V postulato di Tusi

II. Se, viceversa, la lunghezza delle perpendicolari così abbassate diminuisce nella direzione dei punti B e D e aumenta nella direzione dei punti A e C in modo tale che le rette AB e CD si avvicinano l'una all'altra nella direzione dei punti B

e D, allora quando quelle si allontanano nella direzione opposta, ogni perpendicolare forma con la retta AB due angoli di cui uno è acuto e l'altro ottuso, gli angoli acuti sono posti dal lato dei punti B e D e gli angoli ottusi dal lato opposto.

Con l'aiuto di queste ipotesi, Tusi tenta di dimostrare che nel *quadrilatero birettangolo isoscele* tutti gli angoli sono retti, cioè prova a dimostrare la proposizione III della sua prima versione dell'"*Esposito di Euclide*". Fa qui ricorso alla dimostrazione per assurdo. Tusi si serve in questo caso, senza nemmeno rendersene conto, di una proposizione equivalente al V postulato. Ciò implica che le due ipotesi - dimostrabili dalla geometria assoluta, cioè indipendentemente dal V postulato - non sono sufficienti per dimostrare la proposizione III della prima versione dell'"*Esposito*". Questa lacuna presente nell'opera di Tusi, sarà percepita chiaramente dal padre gesuita Girolamo Saccheri (1667-1733).