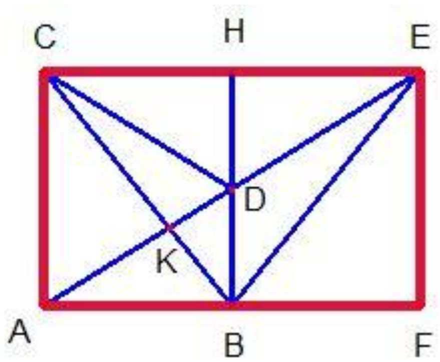
TENTATIVO DI DIMOSTRAZIONE DEL POSTULATO V DI HAYTAM

Haytam considera un quadrilatero ABDC nel quale gli angoli alla base A e B sono retti. Egli fa partire da un punto qualunque C del lato AC la perpendicolare CD su BD, cioè considera un quadrilatero con tre angoli retti (è un quadrilatero simile a quello di cui si servirà Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777) per elaborare la sua teoria delle parallele).

Haytam ricorre a questa costruzione per dimostrare che il quarto angolo in C è ugualmente retto. A questo scopo, dimostra che il lato adiacente al quarto angolo è uguale al lato opposto AB. In questa dimostrazione utilizza un procedimento che si ritrova spesso studiando la geometria: è il metodo della dimostrazione per assurdo, che conduce a una contraddizione se si prende per ipotesi che AC sia più grande di BD o che AC sia più piccolo di BD. Haytam suppone dapprima che AC sia maggiore di BD. Prolunga AD fino a un punto E tale che DE=CD. Sul prolungamento di AB, egli abbassa la perpendicolare EF e traccia le rette BC e BE. Egli dimostra in seguito senza difficoltà che FE=AC. Ma, tenuto conto delle ipotesi, EF è allora più grande di DB. Haytam suppone poi che EF, pur restando perpendicolare a FBA, si muove lungo quest'ultima fino a coincidere con CA. Quando F coincide con B, la retta EF si trova in BD e, per l'ipotesi, occupa la posizione di BH. BH è allora più grande di BD. Ciò porta a una contraddizione. In effetti, per sua costruzione, la linea EHC è una retta, come anche la linea EDC. Così, l'ipotesi secondo la quale AC sia più grande di BD non è possibile.



Dimostrazione di Haytam della proposizione sul quadrilatero con 3 angoli retti

Si dimostra pure che AC non può essere più piccolo di BD.

Segnaliamo che il quadrilatero ACEF non è altro che il celebre quadrilatero di Hayyam e di Saccheri (*birettangolo isoscele*).

Dopo aver dimostrato l'uguaglianza dei lati AC e BD, Haytam dimostra facilmente che il quarto angolo del quadrilatero, i cui tre angoli sono retti, è ugualmente retto, cioè egli dimostra l'esistenza di un rettangolo e, per lo stesso motivo, dimostra il V postulato. In merito all'angolo ACD distingue tre casi, esaminandoli separatamente e supponendo l'angolo:

1) retto;

2) acuto;

3) ottuso.

In questa sua stesura, Haytam presenta come evidente una proposizione che, nel 1882, sarà formulata da Moritz Pasch (1843 - 1930) quale assioma importante della planimetria. Si tratta di uno degli "assiomi d'ordine", utilizzando la terminologia di Hilbert (1862 - 1943): **una retta che taglia uno dei lati di un triangolo e non passa per nessuno dei suoi vertici, taglia anche uno degli altri lati.**

In conclusione, Haytam, dichiara che il quinto postulato, che a questo punto ritiene di aver dimostrato, deve essere soppresso dalla lista dei postulati e deve precedere, in quanto teorema, la proposizione 29 del libro I degli "*Elementi*". Tuttavia egli sostiene che nell'opera di Euclide ai primi quattro assiomi converrebbe aggiungere questo: "*due rette non possono delimitare un piano*".