

TENTATIVO DI DIMOSTRAZIONE DEL POSTULATO V

DI OMAR KHAYYAM (HAYYAM)

Hayyam sposa la teoria di Aristotele (384-383 a.C. – 322 a.C.), proponendo di sostituire il postulato delle parallele con un principio formulato dal filosofo e scienziato greco: **due rette concorrenti** (cioè che si avvicinano) **si tagliano e non possono allontanarsi l'una dall'altra nella direzione dove esse concorrono.**

Hayyam prende in esame un quadrilatero formato da una retta data AB e dalle perpendicolari uguali tra loro AC e BD, condotte dalle estremità di AB e CD. Questo quadrilatero è anche conosciuto come "*quadrilatero birettangolo isoscele* o "*quadrilatero di Hayyam*" ma di certo più conosciuta è la famosa denominazione "*quadrilatero di Saccheri*".

Hayyam dimostra, nella proposizione I, che i due angoli superiori di questo quadrilatero sono uguali. Nella proposizione II dimostra che la perpendicolare EG elevata dal centro della base inferiore è anche perpendicolare alla base superiore e la divide in due parti uguali.

La proposizione III è di importanza fondamentale. In questa sono esaminate le tre ipotesi sugli angoli superiori del quadrilatero:

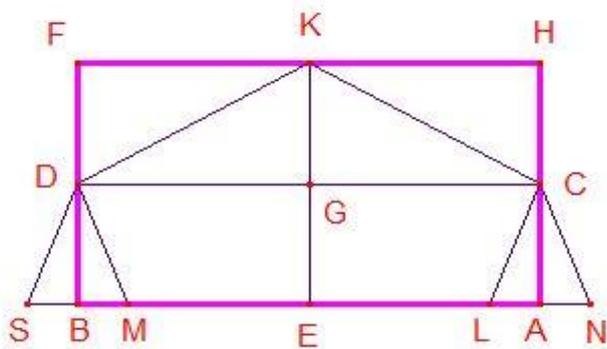
- 1) gli angoli sono acuti;
- 2) gli angoli sono ottusi;
- 3) gli angoli sono retti.

Grazie all'impiego del nuovo postulato delle parallele, le prime due ipotesi conducono a una contraddizione, per cui risultano non ammissibili gli angoli acuti o ottusi.

Infatti si prolunga la perpendicolare EG, elevata dalla metà della base inferiore, fino a un punto K tale che $GK=EG$. Si conduce FH perpendicolare a EK: i punti F e H sono determinati dall'intersezione di FH con i prolungamenti dei lati AC e BD. Così nel quadrilatero CDFH i lati CH e DF risultano uguali.

Ribaltiamo la figura intorno alla retta CD. Nell'ipotesi dell'angolo acuto, il segmento HF diviene il segmento SN che è più grande della base inferiore. Al contrario,

nell'ipotesi dell'angolo ottuso, HF è trasformato in LM, che è più piccolo della base inferiore. Ma le due perpendicolari alla retta sono equidistanti, dunque è dimostrato, per questo motivo, che solo l'ipotesi dell'angolo retto può essere considerata.



Dimostrazione della
proposizione III di Hayam

Hayam espone in seguito un certo numero di proposizioni per dimostrare la sua proposizione VII, identica alla proposizione 29 del Libro I degli "*Elementi*", e la proposizione VIII, contenente il V postulato di Euclide.

Lo sforzo di Hayam nell'affrontare la dimostrazione con il quadrilatero presenta le prime semplici formulazioni di geometria non coerente con quella euclidea. Egli non ne è affatto consapevole, ma di questi suoi sforzi beneficeranno, ben 700 anni dopo, studiosi di "geometria moderna" come Gauss (1777 - 1855), Lobacevskij (1792 - 1856), Bolyai (1802 - 1860), Riemann (1826 - 1866) i quali arriveranno a teorizzare per primi "geometrie non-euclidee".