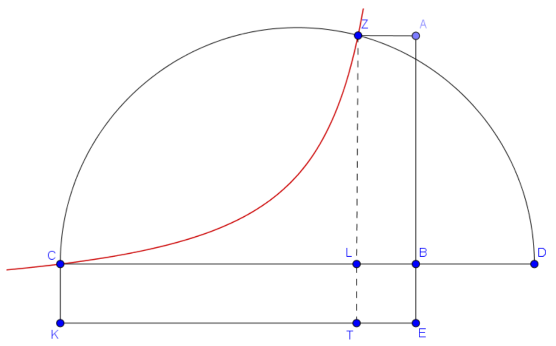
Metodo di al-Khayyam per la risoluzione dell'equazione cubica quadrinomia
$x^3 + ax^2 + bx = c$

Al-Khayyam non fornisce un metodo generale per risolvere le equazioni cubiche quadrinomie, tuttavia riporta numerosi esempi.
I coefficienti a, b e c sono da considerarsi tutti positivi, in quanto non erano ancora stati introdotti i numeri negativi. Tale considerazione vale anche per le soluzioni delle equazioni, anch'esse considerate valide soltanto se positive e quindi, trasferendo il discorso ad un sistema di assi cartesiani moderno, soltanto come intersezioni delle curve nel primo quadrante.
Si propone la risoluzione dell'equazione cubica quadrinomia $x^3 + ax^2 + bx = c$.

Sia BE il lato di un quadrato la cui area sia uguale a b (ovvero $BE^2 = b$) e si costruisca un solido avente per base il quadrato di BE ed altezza BC, perpendicolare a BE, tale che risulti uguale a c.
Si consideri BD, sul prolungamento di BC dalla parte di B, di lunghezza a.



$$BE^2 = b$$

$$BE^2 \cdot BC = c$$

$$BD = a$$

Disposti i segmenti BE, BC, BD come in figura, si costruiscano il semicerchio DZC di diametro CD, il rettangolo BK, l'iperbole con asintoti le rette ABE ed EK e passante per C e il segmento $AB = LZ$.
L'iperbole, oltre C, deve incontrare il semicerchio in un altro punto, Z.
Per la proprietà dell'iperbole equilatera si ha l'uguaglianza dei rettangoli ZE e BK; togliendo da essi la parte comune data dal rettangolo EL, si ottiene $ZB = LK$.
Si ha dunque

$$ZL : LC = EB : BL$$

e di conseguenza

$$ZL^2 : LC^2 = EB^2 : BL^2.$$

Ma poiché Z è punto della circonferenza, si ha $ZL^2 : LC^2 = DL : LC$; allora:

$$EB^2 : BL^2 = DL : LC.$$

Quindi si ha l'uguaglianza dei solidi

$$EB^2 \cdot LC = BL^2 \cdot DL.$$

Tenendo presente che $LC = BC - BL$ e che $DL = BL + BD$, le operazioni tra solidi operate da Omar al-Khayyam si possono sintetizzare scrivendo:

$$EB^2 \cdot BC - BL \cdot EB^2 = BL^3 + BL^2 \cdot BD.$$

Basta ora sostituire ad $EB^2 \cdot BC$ il suo valore c, ad EB^2 il suo valore b ed a BD il suo valore a; dopodiché si somma ad entrambi i membri il solido $BL \cdot EB^2 = b \cdot BL$ e si ottiene

$$c = BL^3 + a \cdot BL^2 + b \cdot BL$$

ovvero si ottiene che il segmento BL verifica l'equazione data.