

# Metodo di al-Khayyam per la risoluzione di equazioni cubiche binomie

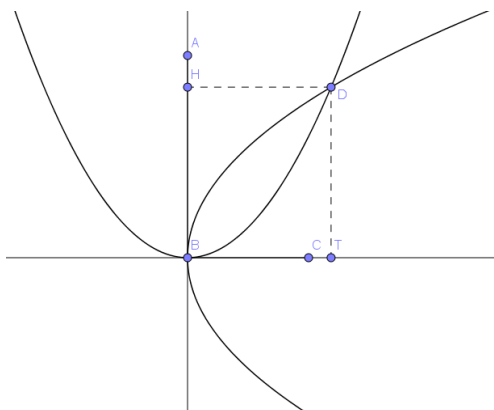
All'interno della classificazione di Omar al-Khayyam, troviamo un'unica equazione cubica binomia del tipo  $x^3 = N$  con  $N$  positivo, in quanto ogni altra equazione cubica binomia può essere ricondotta ad una di grado inferiore mediante una semplificazione.

Per risolvere l'equazione binomia  $x^3 = N$ , Omar al-Khayyam dapprima risolve un *problema ausiliario*: si tratta di determinare due segmenti tra due segmenti dati che creino una proporzione continua.

Se i due segmenti dati sono  $AB = a$  e  $BC = b$ , il problema è quello di individuare  $x$  e  $y$  tali che

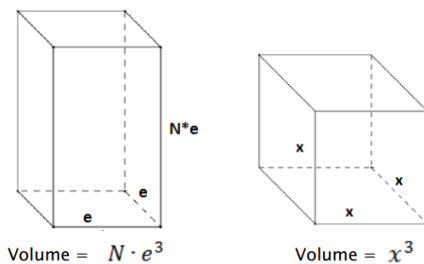
$$a : x = x : y = y : b.$$

Al-Khayyam disegna due segmenti perpendicolari  $AB$  e  $BC$  e costruisce due parabole, entrambe aventi vertice in  $B$ : la prima ha asse  $BC$  e "parametro"  $BC$ , mentre la seconda ha asse  $AB$  e "parametro"  $AB$ ; nelle notazioni moderne, le equazioni delle due coniche sono  $y^2 = bx$  e  $x^2 = ay$ .



Sia  $D$  il loro punto di intersezione; allora le perpendicolari  $x = DH$  e  $y = DT$  soddisfano le equazioni delle parabole e quindi anche la proporzione continua iniziale.

Poi al-Khayyam passa a considerare l'equazione  $x^3 = N$ . Costruisce un blocco rettangolare di base  $e^2$  e altezza  $N \cdot e$  e successivamente un cubo equivalente a tale blocco; nel caso  $N = 2$ , si ottiene il noto problema della duplicazione del cubo.



Omar al-Khayyam risolve il problema ausiliario della proporzione continua con  $a = e$  e  $b = N \cdot e$  e prova che il primo medio  $x$  è il lato del cubo cercato.