Metodo di completamento del quadrato nella risoluzione di equazioni del tipo $bx + c = x^2$

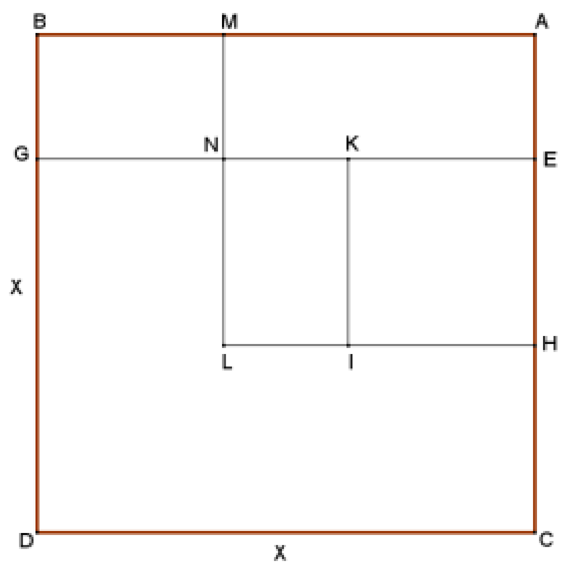
Consideriamo l'esempio $3x + 4 = x^2$, che trasformiamo in $4 = x^2 - 3x$. Per il completamento del quadrato abbiamo:

$$4 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$4 + \frac{9}{4} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$

Per cui $x - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$, cioè $x = 4,\ x^2 = 16.$

Prendiamo il quadrato ACDB di lato l'incognita. Questo quadrato ha area uguale a $3x + 4$. Tagliamo il quadrato in modo da ottenere il rettangolo GECD, dove GE è uguale all'incognita e EC=GD=3. Allora il rettangolo BAEG ha area uguale a 4. Tagliamo EC nel punto medio H, a partire dal quale consideriamo il quadrato KEHI, la cui area è $(3/2)^2 = 9/4$. Sommiamo ad HI un segmento uguale ad AE in modo da avere HL. Allora HL=HA e KN=IL.



Consideriamo quindi il quadrato MAHL. Poiché AC=EG e AH=EN, allora HC=NG e MN=IL. Nel rettangolo BAEG consideriamo la parte BMNG uguale a NKIL. Perciò MAEN+NKIL=MAEN+BMNG=BAEG, di area 4. Allora l'area di MAHL è uguale a $4 + (3/2)^2$, per cui il lato AH $=\sqrt{(3/2)^2+4}$. Ora, AH+HC=AC, cioè al lato del quadrato BACD, la cui lunghezza è $3/2+\sqrt{(3/2)^2+4}=4=x$.

Possiamo esprimere l'equazione considerata nella forma generale $x^2=bx+c$, e trasformarla in $\left(x-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+c$, la cui soluzione è $x=\frac{b}{2}+\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2+c}$.