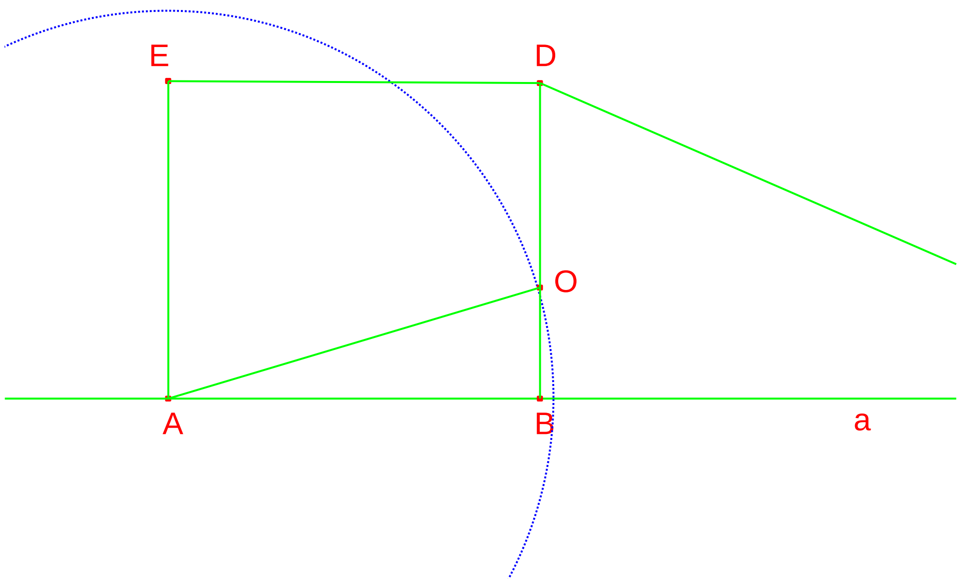
GLI SVILUPPI MATEMATICI DI BOLYAI

Nella sua Appendice Janos riporta numerosi risultati, mostriamo qui il metodo che egli espone per la costruzione di una parallela per un punto D ad una retta a data.

Sia *a* una retta, A un punto su di essa e D un punto esterno ad *a*; tracciamo B sulla retta a in modo che cada sulla perpendicolare passante per D alla retta a. Tracciamo inoltre la retta per DB e la perpendicolare alla retta a passante per A, come mostrato in figura.



Da D mandiamo la perpendicolare alla retta per A e perpendicolare ad a, chiamiamo E il punto di incontro tra le due rette; allora l'angolo $E\hat{D}B$, appartenente al quadrilatero trirettangolo ABDE, è acuto o retto, per cui ED risulterà rispettivamente maggiore o uguale ad AB.

Si tracci una circonferenza di centro A e raggio ED. Essa intersecherà il segmento DB in un punto che chiamiamo O, eventualmente coincidente con l'estremo B.

La retta AO forma allora con DB l'angolo $A\hat{O}B$ uguale all'angolo di parallelismo corrispondente alla lunghezza del segmento BD.

È dunque possibile costruire una parallela ad a passante per D tracciando la retta in modo da riportare l'angolo A$\hat{O}B$ a partire dal segmento BD.

Dopo il 1831, anche se non pubblicò più nessun lavoro, Janos si occupò ancora della geometria e in particolare si soffermò su tre problemi:

1. la connessione tra la trigonometria sferica e quella non euclidea
2. è possibile dimostrare che il V postulato euclideo non è conseguenza dei precedenti quattro?
3. determinazione del volume del tetraedro nella geometria non euclidea.

Per quanto concerne la connessione tra le due trigonometrie, Janos si rese conto del tipo di legame che le unisce, riconoscendo che nell'ipotesi non euclidea esistono tre diversi tipi di superfici uniformi

_le superfici piane ed ipersferiche [equidistanti da un piano] su cui vale la trigonometria non euclidea

_le superfici parasferiche [da Lobacevskij denominate orisfere]su cui vale la trigonometria ordinaria

_ le sfere su cui vale la trigonometria sferica.

Janos non riuscì, invece, a risolvere il secondo problema; per un certo periodo credette che non fosse in alcun modo possibile decidere quale fra i due sistemi fosse quello vero. In seguito si fece di nuovo strada in lui la credenza della possibilità di dimostrare il V postulato come conseguenza dei primi 4, e ad un certo punto credette di esserci riuscito quando, per via di un errore di calcolo, pervenne ad una contraddizione nel caso non euclideo.

Il terzo problema invece fu risolto da Janos. Tale problema risulta di indole puramente geometrica, ed interessò sia Gauss, il quale lo sottopose all'attenzione dello stesso Janos nella lettera del 1832, sia Lobacevskij, che se ne occupò lungamente, a partire dal 1829.