

## I tredici *effetti* della sezione aurea

Dopo aver introdotto la sezione aurea, Pacioli ne illustra alcune proprietà che chiama *effetti*. Si tratta di proposizioni contenute nei libri XIII e XIV degli Elementi di Euclide (all'epoca di Pacioli gli Elementi di Euclide si ritenevano comprensivi di XV libri, ma come è stato dimostrato in seguito gli ultimi due sono opera di altri autori). A differenza del testo di Euclide, che presenta una dimostrazione geometrica delle proposizioni, in Pacioli non ci sono dimostrazioni e neppure gli enunciati, egli si limita a considerare solo un esempio numerico, in modo da semplificare la comprensione del lettore. Ad esempio, nel primo effetto il segmento AB viene preso di lunghezza 10 e Pacioli afferma che la sua sezione aurea vale  $\sqrt{125} - 5$  e poi procede alla verifica della sua affermazione.

Si riportano di seguito le proposizioni euclidee e l'indicazione dei corrispondenti capitoli di Pacioli.

**Proposizione 1 di Euclide (capitolo X di Pacioli):** se un segmento è tagliato in media ed estrema ragione, allora il quadrato del segmento maggiore aggiunto alla metà del tutto è cinque volte il quadrato della metà del tutto.

**Proposizione 2 di Euclide (capitolo XI di Pacioli):** se il quadrato di un segmento è il quintuplo del quadrato di una sua parte, e se si divide in media ed estrema ragione il doppio della detta parte, la parte maggiore di detta divisione è uguale alla parte restante del segmento dato.

**Proposizione 3 di Euclide (capitolo XII di Pacioli):** se si divide un segmento in media ed estrema ragione, il quadrato della parte minore aumentata della metà della parte maggiore è il quintuplo del quadrato della metà della parte maggiore.

**Proposizione 4 di Euclide (capitolo XIII di Pacioli):** se si divide un segmento in media ed estrema ragione, la somma del quadrato di tutto quanto il segmento e di quello della parte minore è il triplo del quadrato della parte maggiore.

**Proposizione 5 di Euclide (capitolo XIII di Pacioli):** se si divide un segmento in media ed estrema ragione, e si aggiunge ad esso la parte maggiore, il segmento che ne risulta è diviso in media ed estrema ragione, e la parte maggiore ne è il segmento assunto inizialmente.

**Proposizione 6 di Euclide (capitolo XV di Pacioli):** se si divide un segmento razionale in media ed estrema ragione, ciascuna delle due parti è il segmento irrazionale che si chiama apotome.

**Proposizione 9 di Euclide (capitolo XVI e XVII di Pacioli):** se si sommano il lato di un esagono e quello di un decagono equilateri, che siano iscritti nello stesso cerchio, la retta che ne risulta è divisa in media ed estrema ragione e la parte maggiore è il lato dell'esagono.

Negli ultimi cinque capitoli, dal XVIII al XXII, Pacioli richiama proposizioni presenti nel libro XIV degli Elementi di Euclide, contenente la costruzione dell'icosaedro e del dodecaedro, riconosciuto in epoca successiva a Pacioli opera di Ipsicle, matematico greco del II secolo a.C.

Per dare un esempio degli *effetti* di Pacioli, si trascrive di seguito il Capitolo X dell'opera dedicata alla sezione aurea.

## **C** Capitolo X. Sequela del primo proposto effecto.

**L**equali cose ben notate al suo primo proposto effecto faciam regresso. E quello con evidenti exempli rendiam chiaro e a sua delucidatione reprehendase el medesimo caso del 10 in quel luogo aducto, senza piu travagliarse in altre laboriose quantita chel medesimo sempre in cadauna adviene che in questo se dici. E per via de Arithmetica a piu piena notitia de vostra celsitudine li altri tutti andaremo sequitando [prosi] ponendo tutta via le scientifiche prove de quel tutto chel nostro processo contrira nelli luoghi che aduremo da nostro [pho] Euclide essere come ogni solertia Geometrica asegnate secondo la oportuna exigentia dele conclusioni. Dico adòca [?] che 10 diviso secondo la nostra proportione la maggior sua parte sia  $\sqrt{125} - 5$  sopra la quale per dicto effecto posto 5 cioe la mita de tutto 10 fara  $\sqrt{125}$  aponto. Pero che quel meno 5 se vene a restorare e arempire con piu 5 mita de 10. Questo congiunto cioe  $\sqrt{125}$  in se multiplicato che fa 125 per lo suo quadrato sia 5 tanto del quadrato dela mita de 10 che e 5 el suo quadrato 25. Onde 125 sia aponto quincuplo al dicto 25 quadrato de dicta mita de 10 commo fo dicto. E questo effecto ha luogo in ogni quantita di che natura sia commo aperto dimostra la prima del 13 de nostra guida.